

Machines thermiques

« Thermodynamics is a funny subject. The first time you go through it, you don't understand it at all. The second time you go through it, you think you understand it, except for one or two small points. The third time you go through it, you know you don't understand it, but by that time you are so used to it, it doesn't bother you anymore. »

Arnold SOMMERFELD, ≈ 1950

Sommaire

I Introduction	2
I/A Fonctionnement général	2
I/B Machines monothermes	3
II Machines dithermes	3
II/A Diagramme de RAVEAU	3
II/B Moteur ditherme	4
II/C Machines frigorifiques et pompes à chaleur	5
III Applications	7
III/A Cycle moteur de CARNOT	7
III/B Moteur à combustion : cycle de BEAU DE ROCHAS	8
III/C Utilisation des changements d'état	9

Capacités exigibles

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> Donner le sens des échanges énergétiques pour un moteur ou un récepteur thermique ditherme. | <input type="checkbox"/> Analyser un dispositif concret et le modéliser par une machine cyclique ditherme. |
| <input type="checkbox"/> Définir un rendement ou une efficacité et les relier aux énergies échangées au cours d'un cycle. | <input type="checkbox"/> Citer quelques ordres de grandeur des rendements des machines thermiques réelles actuelles. |
| <input type="checkbox"/> Justifier et utiliser le théorème de CARNOT. | <input type="checkbox"/> Expliquer le principe de la cogénération. |

L'essentiel

Définitions

- T6.1 : Machines thermiques et performance . . . 2
- T6.2 : Machine monotherme 3
- T6.3 : Machine ditherme 3
- T6.4 : Cogénération 7
- T6.5 : Éléments d'une machine frigorifique 9
- T6.6 : Diagramme des frigoristes 10

Propriétés

- T6.1 : Fonction[±] des machines thermiques 2
- T6.2 : Machine monotherme 3
- T6.3 : Diagramme de RAVEAU 4

Démonstrations

- T6.1 : Fonction[±] des machines thermiques 2
- T6.2 : Machine monotherme 3
- T6.3 : Diagramme de RAVEAU 3

Théorèmes

- T6.1 : de CARNOT moteur 4
- T6.2 : de CARNOT réfrigérateur 5
- T6.3 : de CARNOT pompe à chaleur 6

Preuves

- T6.1 : Rendement de CARNOT moteur 5
- T6.2 : Efficacité de CARNOT réfrigérateur 5
- T6.3 : Efficacité de CARNOT PAC 6

Ordres de grandeur

- T6.1 : Rendement d'un moteur 5
- T6.2 : Efficacité d'un réfrigérateur 5
- T6.3 : Efficacité d'une pompe à chaleur 7

Interprétations

- T6.1 : Moteurs et réfrigérateurs 4
- T6.2 : Différence rendement/efficacité 5

Applications

- T6.1 : e_{PAC} selon S_{cr} 6
- T6.2 : Cycle moteur de CARNOT 7
- T6.3 : Cycle de RANKINE frigorifique 11
- T6.4 : Pompe à chaleur 11

Points importants

- T6.1 : Moteur ditherme 4
- T6.2 : Réfrigérateur 5
- T6.3 : Pompe à chaleur 6

Erreurs communes

- T6.1 : Échanges algébriques 2
- T6.2 : Dépendance en S_{cr} 6
- T6.3 : Cycle et rendement de CARNOT 8

I Introduction

I/A Fonctionnement général

♥ Définition T6.1 : Machines thermiques et performance

Une machine thermique est un dispositif qui fait subir à un fluide un **cycle thermodynamique**, dans le but d'**extraire du travail** mécanique \mathcal{W} ou un **transfert thermique** \mathcal{Q} .

Coeff. performance

$$\text{COP} = \left| \frac{\text{production}}{\text{coût}} \right|$$

Machine motrice

Elle fournit un travail :

- ◇ Production : $\mathcal{W} < 0$
- ◇ Coût : $\mathcal{Q} > 0$
- ◇ Rendement : $\eta = \left| \frac{\mathcal{W}}{\mathcal{Q}} \right|$

Machine réceptrice

Elle reçoit un travail :

- ◇ Production : $\mathcal{Q} \leq 0$
- ◇ Coût : $\mathcal{W} > 0$
- ◇ Efficacité : $e = \left| \frac{\mathcal{Q}}{\mathcal{W}} \right|$

Remarque T6.1 : Rendement vs. efficacité

- ◇ On parle de **rendement** pour un **moteur**, car il décrit une conversion d'énergie. On a donc $\eta < 1$.
- ◇ On parle d'**efficacité** pour un **récepteur** puisqu'elle quantifie l'**extraction** d'un transfert thermique, pas une conversion brute. On cherche donc à avoir $e \geq 1$. On en reparle dans l'interprétation T6.2.

Propriété T6.1 : Fonction[±] des machines thermiques

Pour une machine en contact avec N sources de chaleurs, son fonctionnement est régi par les **deux principes** de la thermodynamique :

- ◇ **Premier principe** (bilan d'énergie) :

$$\Delta U_{\text{cycle}} = 0 \Leftrightarrow \mathcal{W} = - \sum_{i=1}^N \mathcal{Q}_i \quad (\text{T6.1})$$

- ◇ **Second principe** (bilan d'entropie/inégalité de CLAUSIUS) :

$$\delta_{\text{ech}} \leq 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^N \frac{\mathcal{Q}_i}{T_i} \leq 0 \quad (\text{T6.2})$$

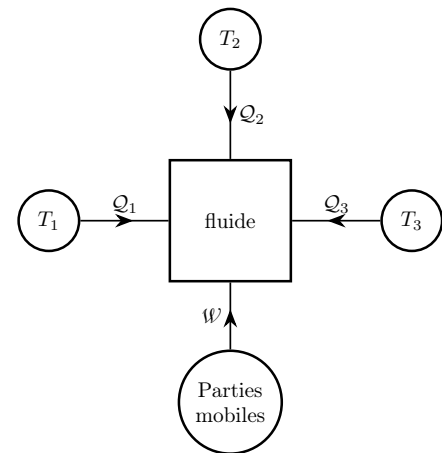


FIGURE T6.1 – Diagramme synoptique.

Attention T6.1 : Échanges algébriques

Pour rappel, les énergies échangées sont **algébriques**, et dans le premier principe \mathcal{W} et \mathcal{Q} sont des énergies **reçues** : les flèches sont donc dirigées **vers le fluide**, même si les échanges sont négatifs. On indiquera explicitement le signe des échanges pour lever la confusion selon le type de machine.

♥ Démonstration T6.1 : Fonction[±] des machines thermiques

Bilan d'énergie (1^{er} ppe.)

$$\begin{aligned} \Delta U_{\text{cycle}} &= 0 \\ \Leftrightarrow \mathcal{W} + \sum_i \mathcal{Q}_i &= 0 \\ \Leftrightarrow \mathcal{W} &= - \sum_i \mathcal{Q}_i \quad \blacksquare \end{aligned}$$

Bilan d'entropie (2^d ppe.)

$$\begin{aligned} \Delta S_{\text{cycle}} &= 0 \\ \Leftrightarrow \sum_i \delta_{\text{ech},i} + \underbrace{\delta_{\text{cr}}}_{\geq 0} &= 0 \\ \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \frac{\mathcal{Q}_i}{T_i} &\leq 0 \quad \blacksquare \end{aligned}$$

Exemple T6.1 : Machines thermiques

- ◇ Une locomotive à vapeur convertit la chaleur de la cheminée en mouvement des roues : c'est un **moteur**.
- ◇ Un radiateur électrique convertit un travail électrique (effet JOULE) en chaleur : c'est un **récepteur**.
- ◇ Un réfrigérateur convertit un travail électrique pour capter la chaleur des aliments : c'est un **récepteur**.

I/B Machines monothermes

Définition T6.2 : Machine monotherme

Une machine thermique monotherme est composée d'un fluide en contact avec un **unique thermostat**.

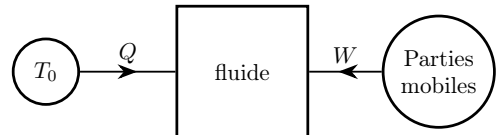


FIGURE T6.2 – Machine monoT.

Propriété T6.2 : Machine monotherme

Une machine monotherme est **forcément réceptrice** ; il est impossible de réaliser un moteur avec une unique source de chaleur.

Démonstration T6.2 : Machine monotherme

Règles de fonctionnement, propriété T6.1 :

1^{er} ppe $\Delta u_{\text{cycle}} = 0 \Leftrightarrow \boxed{W = -Q}$

2^d ppe $S_{\text{ech}} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{Q}{T_0} \leq 0$

D'où $\Rightarrow Q \leq 0 \Leftrightarrow \boxed{W \geq 0}$

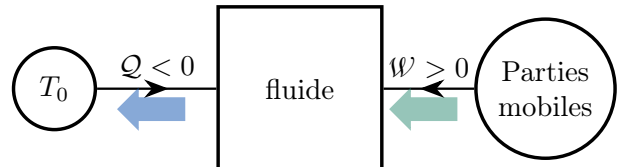


FIGURE T6.3 – Sens des transferts monoT.

Implication T6.1 : Machine monotherme

Si on souhaite obtenir un autre type de machine thermique on a forcément besoin d'au moins deux thermostats.

II Machines dithermes

II/A Diagramme de RAVEAU

Définition T6.3 : Machine ditherme

Une machine ditherme possède 2 sources de chaleur :

- ◇ **Thermostat froid** : T_F et Q_F ;
- ◇ **Thermostat chaud** : T_C et Q_C .

Démonstration T6.3 : Diagramme de RAVEAU

On applique le principe de fonctionnement :

1^{er} ppe. $W = -Q_C - Q_F$

2^d ppe. $\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0 \Leftrightarrow \boxed{Q_C \leq -\frac{T_C}{T_F} Q_F}$

Le second principe empêche l'existence des machines ne respectant pas cette inégalité. De plus, pour un moteur

$W < 0 \Leftrightarrow Q_C + Q_F > 0 \Leftrightarrow \boxed{Q_C > -Q_F}$

Les moteurs sont au-dessus de cette droite, les autres sont récepteurs.

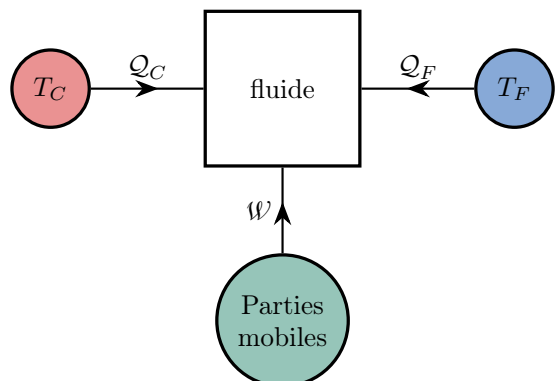


FIGURE T6.4 – Diagramme synoptique ditherme.

Propriété T6.3 : Diagramme de RAVEAU

Le diagramme de RAVEAU est une visualisation des machines thermiques possibles :

① **Vert** : $Q_C > 0, Q_F < 0$ et $\mathcal{W} < 0$

C'est un **moteur**.

② **Rouge** : $Q_C > 0, Q_F < 0$ et $\mathcal{W} > 0$

C'est une machine **inutile**, elle accélère le transfert thermique du chaud vers le froid.

③ **Jaune** : $Q_C < 0, Q_F < 0$ et $\mathcal{W} > 0$

C'est une machine **inutile**, elle réchauffe les deux sources.

④ **Bleu** : $Q_C < 0, Q_F > 0$ et $\mathcal{W} > 0$

Domaine des **réfrigérateurs** et **pompes à chaleur**. L'inversion du sens spontané du transfert thermique coûte un travail.

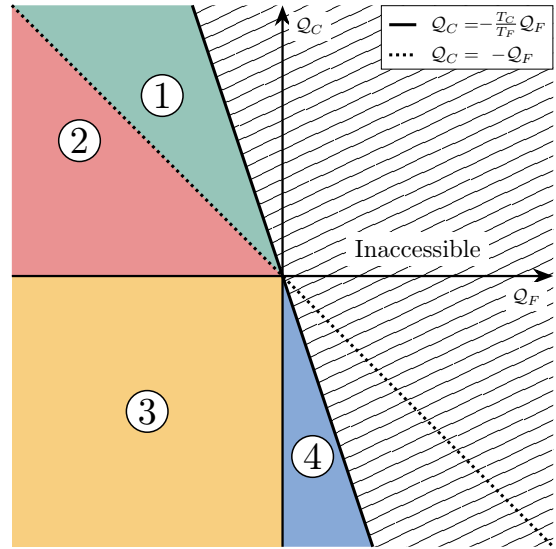


FIGURE T6.5 – Diagramme de RAVEAU

Interprétation T6.1 : Moteurs et réfrigérateurs

On peut représenter plus explicitement le fonctionnement des moteurs et réfrigérateurs :

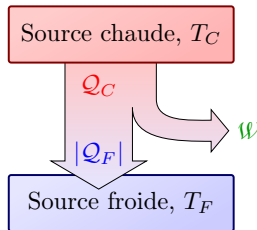


FIGURE T6.6 – Flux énergétique d'un moteur.

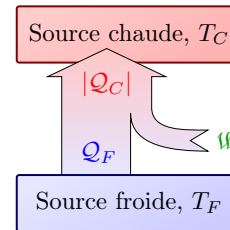


FIGURE T6.7 – Flux énergétique d'un frigo/PAC.

II/B Moteur ditherme

Important T6.1 : Moteur ditherme

Domaine ① du diagramme de RAVEAU :

$$Q_C > 0, Q_F < 0 \text{ et } \mathcal{W} < 0$$

- ◇ **But** : créer un travail
- ◇ **Source chaude** : cheminée
- ◇ **Source froide** : atmosphère

Production	Coût	Perte
$-W$	Q_C	Q_F

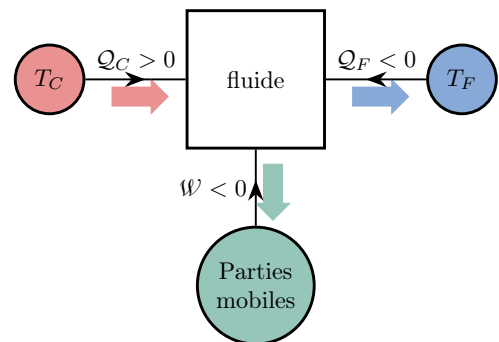


FIGURE T6.8 – Diag. syn. moteur ditherme.

♥ Théorème T6.1 : de CARNOT moteur

Par second principe, le rendement d'un moteur est majoré par le **rendement de Carnot** :

$$\eta \leq \eta_C = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

Il correspond au **rendement idéal d'une machine réversible** ($\mathcal{S}_{cr} = 0$ donc $\sum \frac{Q_i}{T_i} = 0$).

♥ Preuve T6.1 : Rendement de CARNOT moteur

$$\eta = \frac{-W}{Q_C} \stackrel{(T6.1)}{=} \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$$

Or, $\frac{Q_F}{T_F} \stackrel{(T6.2)}{\leq} -\frac{Q_C}{T_C} \Leftrightarrow 1 + \frac{Q_F}{Q_C} \leq 1 - \frac{T_F}{T_C}$

♥ Ordre de grandeur T6.1 : Rendement d'un moteur

Avec $T_C = 700 \text{ K}$ et $T_F = 300 \text{ K}$: $\eta_C = 0,6$ et $\eta_{\text{réel}} \approx 0,4$

En pratique, les rendements observés sont de 35 ; 40%. En effet, le rendement de CARNOT est le meilleur rendement énergétique possible, mais correspond à des transformations réversibles donc assez lentes : la puissance fournie est faible et il faut trouver un compromis.

II/C Machines frigorifiques et pompes à chaleur

Important T6.2 : Réfrigérateur

Domaine ④ du diagramme de RAVEAU :

$$Q_C < 0, Q_F > 0 \text{ et } W > 0$$

- ◇ But : Refroidir une source froide
- ◇ Source chaude : atmosphère
- ◇ Source froide : aliments

Production	Coût	Perte
Q_F	W	Q_C

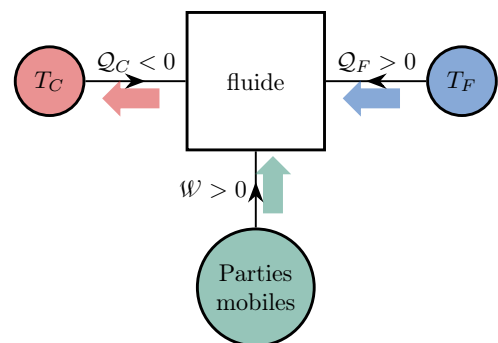


FIGURE T6.9 – Diag. syn. réfrigérateur.

♥ Théorème T6.2 : de CARNOT réfrigérateur

Par second principe, l'efficacité d'un réfrigérateur est majorée par l'efficacité de Carnot :

$$e^{\text{frig.}} \leq e_C^{\text{frig.}} = \frac{T_F}{T_C - T_F}$$

Elle correspond à l'efficacité idéale d'une machine réversible ($S_{\text{cr}} = 0$ donc $\sum \frac{Q_i}{T_i} = 0$).

♥ Preuve T6.2 : Efficacité de CARNOT réfrigérateur

$$e^{\text{frig.}} = \frac{Q_F}{W} \stackrel{(T6.1)}{=} -\frac{Q_F}{Q_F + Q_C} = -\frac{1}{1 + \frac{Q_C}{Q_F}}$$

Or, $\frac{Q_C}{T_C} \leq -\frac{Q_F}{T_F} \Leftrightarrow 1 + \frac{Q_C}{Q_F} \leq 1 - \frac{T_C}{T_F} \Leftrightarrow \frac{1}{1 + \frac{Q_C}{Q_F}} \geq \frac{1}{1 - \frac{T_C}{T_F}} \Leftrightarrow -\frac{1}{1 + \frac{Q_C}{Q_F}} \leq -\frac{1}{1 - \frac{T_C}{T_F}}$

Ainsi, $e^{\text{frig.}} \leq -\frac{1}{1 - \frac{T_C}{T_F}} \Leftrightarrow e^{\text{frig.}} \leq \frac{T_F}{T_C - T_F} = e_C^{\text{frig.}}$

♥ Ordre de grandeur T6.2 : Efficacité d'un réfrigérateur

Avec $T_C = 298 \text{ K}$ et $T_F = 278 \text{ K}$: $e_C^{\text{frig.}} = 13$ et $e_{\text{réel}}^{\text{frig.}} \approx 3$

Interprétation T6.2 : Différence rendement/efficacité

Les coefficients de performance ont un sens plus industriel que physique, donc peuvent être supérieurs à 1. Ils traduisent qu'une partie de l'énergie n'est pas directement fournie par l'utilisateur, mais implicitement donnée par l'environnement : pour 1 J de travail fourni, on dirige $e \times 1 \text{ J}$ de chaleur vers la source d'intérêt.

La **chaleur** étant la **forme finale** de l'énergie, il est toujours beaucoup **plus simple d'extraire un transfert thermique d'un travail** plutôt que l'inverse.

Important T6.3 : Pompe à chaleur

Domaine ④ du diagramme de RAVEAU :

$$Q_C < 0, Q_F > 0 \text{ et } W > 0$$

- ◇ **But** : Réchauffer une source chaude
- ◇ **Source chaude** : intérieur
- ◇ **Source froide** : atmosphère

Production	Coût	Perte
$-Q_C$	W	Q_F

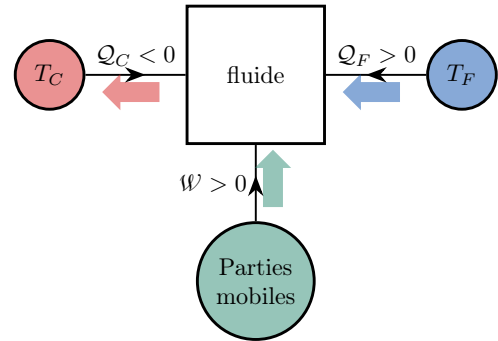


FIGURE T6.10 – Diag. syn. PAC.

♥ Théorème T6.3 : de CARNOT pompe à chaleur

Par second principe, l'efficacité d'une pompe à chaleur est majorée par l'efficacité de Carnot :

$$e^{\text{PAC}} \leq e_C^{\text{PAC}} = \frac{T_C}{T_C - T_F}$$

Elle correspond à l'efficacité idéale d'une machine réversible ($\delta_{\text{cr}} = 0$ donc $\sum \frac{Q_i}{T_i} = 0$).

♥ Preuve T6.3 : Efficacité de CARNOT PAC

$$e^{\text{PAC}} = \frac{-Q_C}{W} \stackrel{\text{(T6.1)}}{=} \frac{Q_C}{Q_C + Q_F} = \frac{1}{1 + \frac{Q_F}{Q_C}}$$

$$\text{Or, } \frac{Q_F}{T_F} \stackrel{\text{(T6.2)}}{\leq} -\frac{Q_C}{T_C} \Leftrightarrow 1 + \frac{Q_F}{Q_C} \geq 1 - \frac{T_F}{T_C} \stackrel{(\cdot)^{-1}}{\Leftrightarrow} \frac{1}{1 + \frac{Q_F}{Q_C}} \leq \frac{1}{1 - \frac{T_F}{T_C}}$$

$$\text{Ainsi, } e^{\text{PAC}} \leq \frac{1}{1 - \frac{T_F}{T_C}} \Leftrightarrow e^{\text{PAC}} \leq \frac{T_C}{T_C - T_F} = e_C^{\text{PAC}} \quad \blacksquare$$

♥ Attention T6.2 : Dépendance en δ_{cr}

Vous pouvez aussi partir du **cas d'égalité** avec $\delta_{\text{cr}} = 0$ pour une machine réversible, et il faut savoir appliquer le second principe en gardant explicitement δ_{cr} , selon les demandes de l'énoncé.

Application T6.1 : e_{PAC} selon δ_{cr}

Déterminer l'expression de l'efficacité (ou COP) de la pompe à chaleur en fonction de T_C et T_F , de l'entropie créée au cours d'un cycle de fonctionnement que l'on notera δ_{cr} , et de W .

$$2^{\text{d}} \text{ ppe } \quad \Delta \delta_{\text{cycle}} = \delta_{\text{ech}} + \delta_{\text{cr}} = 0$$

$$\text{Or } \delta_{\text{ech}} = \int \frac{\delta Q_C}{T_C} + \int \frac{\delta Q_F}{T_F}$$

$$\Rightarrow \delta_{\text{ech}} = \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F}$$

$$\text{Ainsi : } \frac{Q_F}{T_F} = -\delta_{\text{cr}} - \frac{Q_C}{T_C}$$

$$\Leftrightarrow \frac{Q_F}{Q_C} = -\frac{T_F}{Q_C} \delta_{\text{cr}} - \frac{T_F}{T_C}$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{T_F}{Q_C} \delta_{\text{cr}} - \frac{T_F}{T_C}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{1}{1 + \frac{Q_F}{Q_C}}}_{=e} = \frac{1}{1 - \frac{T_F}{Q_C} \delta_{\text{cr}} - \frac{T_F}{T_C}} \times \underbrace{\frac{T_C}{T_C}}_{=1}$$

$$\Leftrightarrow e = \frac{T_C}{T_C - T_F - T_F \delta_{\text{cr}} \frac{T_C}{Q_C}} \quad \left. \vphantom{\frac{T_C}{T_C - T_F - T_F \delta_{\text{cr}} \frac{T_C}{Q_C}}} \right\} Q_C = -eW$$

$$\Leftrightarrow e = \frac{T_C}{T_C - T_F + T_F \delta_{\text{cr}} \frac{T_C}{eW}} \quad \left. \vphantom{\frac{T_C}{T_C - T_F + T_F \delta_{\text{cr}} \frac{T_C}{eW}}} \right\} \text{Isole } e$$

$$\Leftrightarrow e(T_C - T_F) + T_F T_C \frac{\delta_{\text{cr}}}{W} = T_C$$

$$\Leftrightarrow e = \frac{T_C}{T_C - T_F} \left(1 - T_F \frac{\delta_{\text{cr}}}{W} \right)$$

♥ **Ordre de grandeur T6.3 : Efficacité d'une pompe à chaleur**

Avec $T_C = 293\text{ K}$ et $T_F = 278\text{ K}$: $e_C^{\text{PAC}} = 20$ et $e_{\text{réel}}^{\text{PAC}} \approx 3$

Elle est plus élevée que l'écart $T_C - T_F$ est petit, donc que l'on chauffe peu ou qu'il fasse doux dehors : **il vaut mieux garder une pompe allumée que de chauffer par intermittence.**

Définition T6.4 : Cogénération

La cogénération est un principe visant à valoriser toute l'énergie grâce à une production simultanée de plusieurs formes de puissance.

Exemple T6.2 : Cogénération

Les centrales électrique créent également beaucoup de chaleur. Il peut être intelligent de la récupérer afin de chauffer directement les habitations environnantes.

III Applications

III/A Cycle moteur de CARNOT

Application T6.2 : Cycle moteur de CARNOT

Il existe un cycle idéal, appelé cycle de CARNOT, pour lequel l'efficacité est maximale. On se propose de prouver étape par étape que c'est bien le cas. On considère une quantité n de gaz parfait, et on appelle $\alpha = \frac{V_B}{V_A}$ subissant les transformations suivantes :

- ◇ **AB** : détente isoT. quasi-statique à T_C ;
- ◇ **BC** : détente adia. réversible de T_C à T_F ;
- ◇ **CD** : compre° isoT. quasi-statique à T_F ;
- ◇ **DA** : compre° adia. réversible de T_F à T_C .

- 1 Tracer ce cycle en diagramme de WATT, en indiquant sur quelles transformations il y a transfert thermique. En déduire le signe du travail total. Représenter schématiquement la machine correspondante, et exprimer son coefficient de performance.
- 2 Exprimer ΔU_{AB} , \mathcal{W}_{AB} et \mathcal{Q}_{AB} en fonction de n , R , T_C et α .
- 3 Exprimer ΔU_{BC} , \mathcal{W}_{BC} et \mathcal{Q}_{BC} . Exprimer $\frac{V_C}{V_B}$ en fonction de T_C , T_F et γ .
- 4 Exprimer ΔU_{CD} , \mathcal{W}_{CD} et \mathcal{Q}_{CD} en fonction de n , R , T_F , V_C et V_D .
- 5 Exprimer ΔU_{DA} , \mathcal{W}_{DA} et \mathcal{Q}_{DA} . Exprimer $\frac{V_A}{V_D}$ en fonction de T_C , T_F et γ . En déduire $\alpha = \frac{V_C}{V_D}$
- 6 Par application du premier principe, déterminer alors le rendement du cycle. Commenter.
- 7 Déterminer l'entropie créée pour chaque transformation. Conclure.

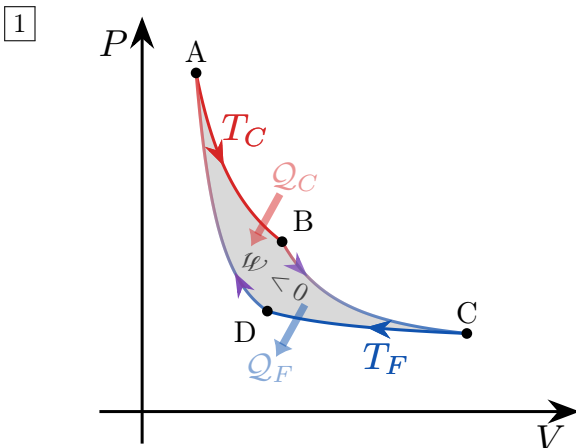


FIGURE T6.11 – Cycle de CARNOT.

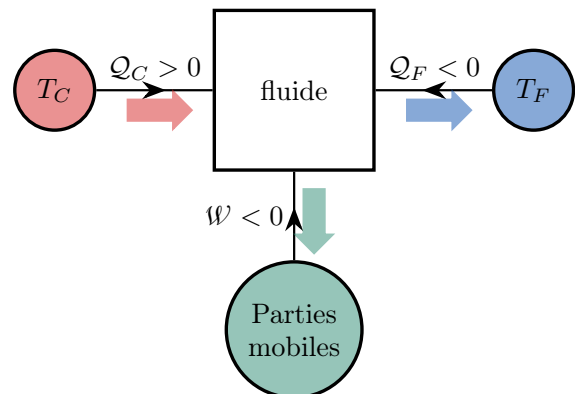


FIGURE T6.12 – Moteur ditherme.

On cherche $\eta = \frac{-\mathcal{W}}{\mathcal{Q}_C}$

2 IsoT $\Rightarrow \Delta T_{AB} = 0 \Leftrightarrow \Delta U_{AB} = 0 \Rightarrow \mathcal{W}_{AB} = -\mathcal{Q}_{AB} = -\mathcal{Q}_C$

QS $\Rightarrow P = P_{\text{ext}} = \frac{nRT_C}{V} \Rightarrow \mathcal{W}_{AB} = -nRT_C \ln \alpha = -\mathcal{Q}_C$

- 3 Adia $\Rightarrow Q_{BC} = 0 \Rightarrow \Delta u_{BC} = w_{BC} = C_V(T_F - T_C)$
- Rév. $\Rightarrow PV^\gamma = \text{cte} \Leftrightarrow TV^{\gamma-1} = \text{cte} \Rightarrow \boxed{\frac{V_C}{V_B} = \left(\frac{T_C}{T_F}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}$
- 4 IsoT $\Rightarrow \Delta T_{CD} = 0 \Leftrightarrow \Delta u_{CD} = 0 \Rightarrow w_{CD} = -Q_{CD} = -Q_F$
- QS $\Rightarrow P = P_{\text{ext}} = \frac{nRT_F}{V} \Rightarrow \boxed{w_{CD} = -nRT_F \ln \frac{V_D}{V_C} = -Q_F}$
- 5 Adia $\Rightarrow Q_{DA} = 0 \Rightarrow \Delta u_{DA} = w_{DA} = C_V(T_C - T_F)$
- Rév. $\Rightarrow \boxed{\frac{V_A}{V_D} = \left(\frac{T_F}{T_C}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \Leftrightarrow \frac{V_D}{V_A} = \left(\frac{T_C}{T_F}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \frac{V_C}{V_B} \Leftrightarrow \frac{V_B}{V_A} = \alpha = \frac{V_C}{V_D}}$
- 6 1^{er} ppe. $\Delta u_{\text{cycle}} = 0 \Leftrightarrow w = -Q_C - Q_F$
- Soit $w = nR(T_F - T_C) \ln \alpha$ et $Q_C = nRT_C \ln \alpha$
- Rendement $\eta = \frac{-w}{Q_C} \Leftrightarrow \eta = \frac{T_C - T_F}{T_C} \Leftrightarrow \boxed{\eta_C = 1 - \frac{T_F}{T_C}}$
- 7 AB : $\Delta s_{AB} = nR \ln \frac{V_B}{V_A}$ et $s_{\text{ech,AB}} = \frac{Q_C}{T_C} = nR \ln \frac{V_B}{V_A} \Leftrightarrow \boxed{s_{\text{cr,AB}} = 0}$
- BC : adia $\Rightarrow Q_{BC} = 0 \Rightarrow s_{\text{ech,BC}} = 0$ et rév. $\Rightarrow \boxed{s_{\text{cr,BC}} = 0}$ (BC isentropique)
- CD : $\Delta s_{CD} = nR \ln \frac{V_D}{V_C}$ et $s_{\text{ech,CD}} = \frac{Q_F}{T_F} = nR \ln \frac{V_D}{V_C} \Leftrightarrow \boxed{s_{\text{cr,CD}} = 0}$
- DA : adia $\Rightarrow Q_{DA} = 0 \Rightarrow s_{\text{ech,DA}} = 0$ et rév. $\Rightarrow \boxed{s_{\text{cr,DA}} = 0}$ (DA isentropique)

Conclusion : le rendement de CARNOT correspond bien à une machine réversible, et est par conséquent le plus grand rendement possible.

Attention T6.3 : Cycle et rendement de CARNOT

Il n'est **absolument pas nécessaire** de faire toute cette étude pour trouver le rendement de CARNOT : il suffit de faire simplement un bilan d'énergie et d'entropie sur le cycle, en utilisant $s_{\text{cr}} = 0$ (revoir preuve T6.1).

III/B Moteur à combustion : cycle de BEAU DE ROCHAS

Dans un moteur à explosion, un mélange air-carburant est enflammé et explose. L'énergie libérée par la transformation chimique de combustion est récupérée, et « convertie » sous forme de travail. Le cycle de BEAU DE ROCHAS est l'un des cycles possibles d'un moteur à explosion. On peut décomposer le cycle d'un moteur à explosion en quatre phases successives, appelées « temps », par l'étude d'un cylindre :

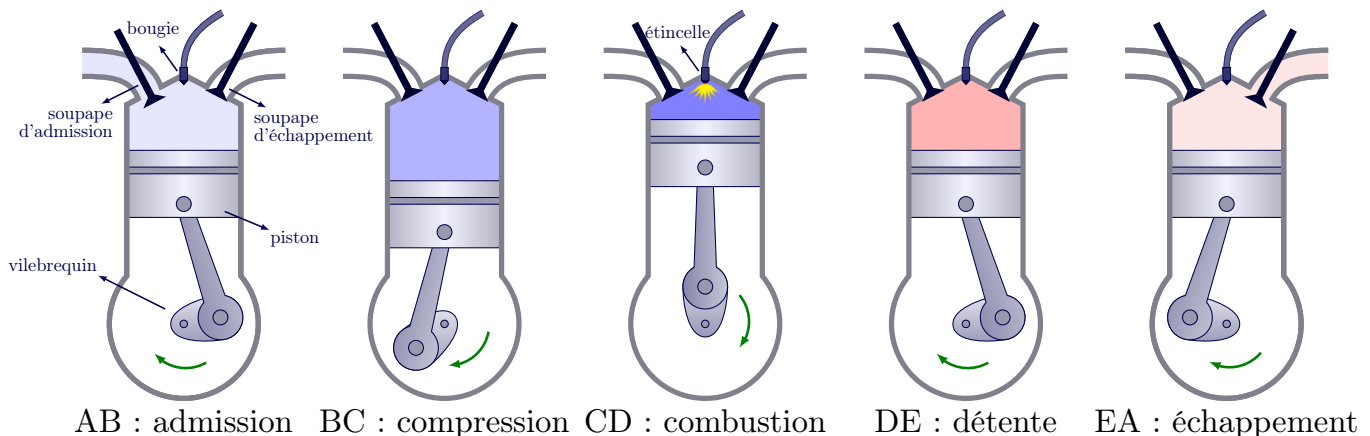


FIGURE T6.13 – Cycle de transformations d'un cylindre d'un moteur à explosion.

Il a été proposé théoriquement en 1862 par Alphonse BEAU DE ROCHAS. Sa réalisation pratique date de 1876 par

Nikolaus OTTO, en Allemagne : on parle aussi du cycle d'OTTO. En France, il a été réalisé la même année par Étienne LENOIR, qui vivait à Saint-Maur-des-Fossés : avec son véhicule, il va de Joinville-le-Pont à Paris (9 km) en trois heures.

◇ **Temps 1** : admission AB

Le piston part de son point le plus élevé (entre E et A), de volume minimal, et redescend : la soupape d'admission s'ouvre et permet le passage du mélange gazeux air-carburant.

Modèle : AB isobare et isotherme, système ouvert.

◇ **Temps 2** : compression BC

À son point le plus bas, à volume maximal, le piston remonte et la soupape d'admission se ferme. Le gaz est comprimé dans la chambre jusqu'à son volume minimal.

Modèle : BC adiabatique et réversible, donc isentropique.

◇ **Temps 3** : explosion et détente CDE.

Au volume minimal, une bougie crée une étincelle qui provoque l'explosion, c'est-à-dire la combustion très rapide des gaz. La pression augmente fortement. Le gaz ainsi chauffé repousse violemment le piston vers le bas : c'est le **temps moteur**, où du travail est effectivement reçu par le piston. Il redescend jusqu'à son volume maximal.

Modèle : explosion CD rapide, donc isochore, et détente DE isentropique.

◇ **Temps 4** : échappement EA.

Au point E, la soupape d'échappement s'ouvre sur l'atmosphère et le piston remonte vers le point A en expulsant les gaz brûlés. La soupape d'échappement se ferme alors, celle d'admission s'ouvre, on revient au premier temps.

Modèle : EA isobare et isotherme, système ouvert.

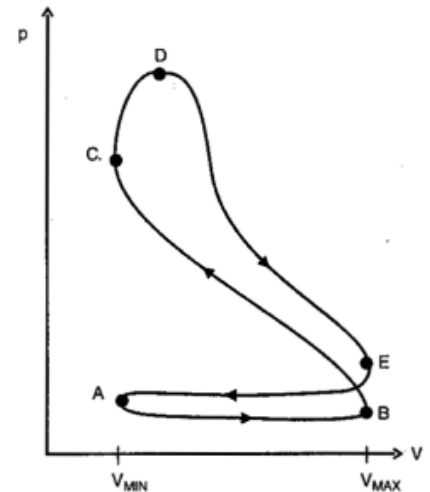


FIGURE T6.14 – Cycle réel.

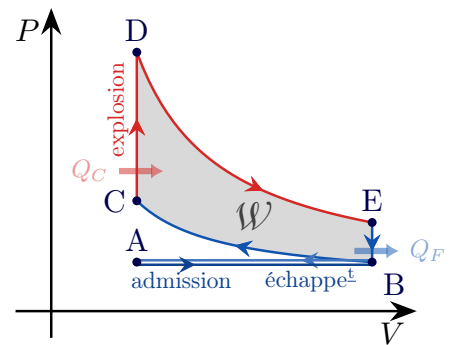


FIGURE T6.15 – Cycle idéal.

On peut imaginer autant de machines que de cycles thermiques. Par exemple :

- ◇ Moteur diesel (voir TD) : compression adiabatique, chauffage isobare, détente adiabatique, refroidissement isochore ;
- ◇ Moteur STIRLING (voir TD) : deux isothermes, deux isochores ;
- ◇ La turbine à gaz, modélisée par le cycle de JOULE-BRAYTON : deux adiabatiques, deux isobares.

III/C Utilisation des changements d'état

Beaucoup de machines exploitent la transition de phase liquide-vapeur d'un fluide, puisqu'elle permet d'emmagasiner ou de fournir des énergies très importantes à partir de faibles variations des variables d'état, tout en conservant les avantages des liquides et des gaz :

- ◇ Les liquides ont une **grande capacité thermique** massique, mais une **faible compressibilité** : adaptés aux transferts **thermiques** par contact ;
- ◇ Les gaz ont une **faible capacité thermique** massique, mais une **grande compressibilité** : adaptés aux transferts sous forme de **travail**.

Par exemple, un des fluides réfrigérants les plus utilisés est le R134a : il est tel que $\Delta h_{\text{vap}} = 215 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ alors que $c_{\text{liq}} = 1,4 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$: vaporiser 1 kg demande la même énergie que de chauffer de 150 K.

Définition T6.5 : Éléments d'une machine frigorifique

1) **Compresseur AB** :

- ◇ **États** : vapeur saturante en entrée, vapeur sèche en sortie.
- ◇ **Action** : compression rapide ($W > 0$) ; P et $T \nearrow \Rightarrow T_c > T_{\text{extérieur}}$.
- ◇ **Modèle** : adiabatique réversible.

2) Condenseur BC :

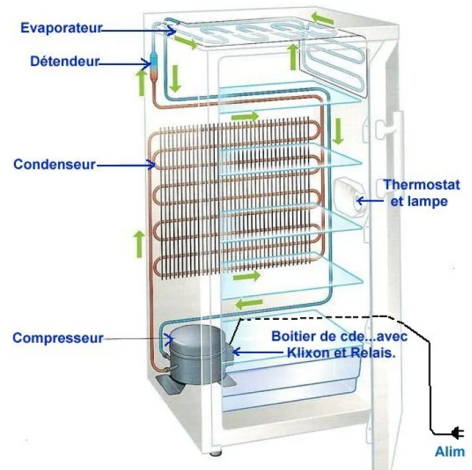
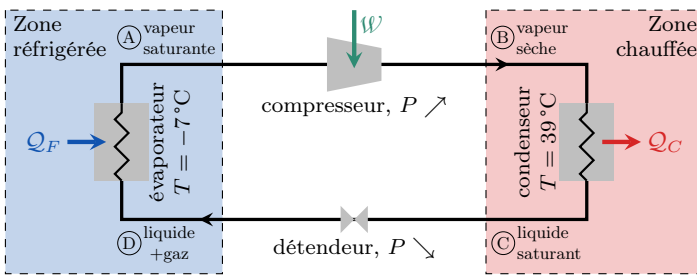
- ◇ États : vapeur sèche en entrée, liquide saturant en sortie.
- ◇ Action : liquéfaction et cède Q_c à l'extérieur.
- ◇ Modèle : isobare jusqu'à la vapeur saturante, puis isobare et isotherme.

3) Détendeur CD :

- ◇ États : liquide saturant en entrée, équilibre diphasé en sortie.
- ◇ Action : détente avec vaporisation partielle; P et $T \searrow \Rightarrow T_f > T_{\text{intérieur}}$
- ◇ Modèle : isenthalpique (pas d'échange de chaleur).

4) Évaporateur DA :

- ◇ États : équilibre diphasé puis vapeur saturante.
- ◇ Action : vaporisation et prélève Q_f à l'intérieur.
- ◇ Modèle : isobare et isotherme.



♥ Définition T6.6 : Diagramme des frigoristes

Le cycle correspondant se trace souvent dans un diagramme (P, h) en **échelle log**, où h est l'enthalpie massique du fluide frigorigène; on l'appelle ainsi **diagramme des frigoristes**. Il permet la détermination de Δh sans calculs, par simple lecture graphique. Il s'associe avec le premier principe industriel (pour un système ouvert) :

$$\Delta h = w_u + q \quad \text{avec} \quad w_u \text{ travail utile massique} \quad \text{et} \quad q \text{ chaleur massique}$$

$$\Rightarrow \Delta h = q \text{ si absence de travail, et } \Delta h = w_u \text{ si échange adiabatique}$$

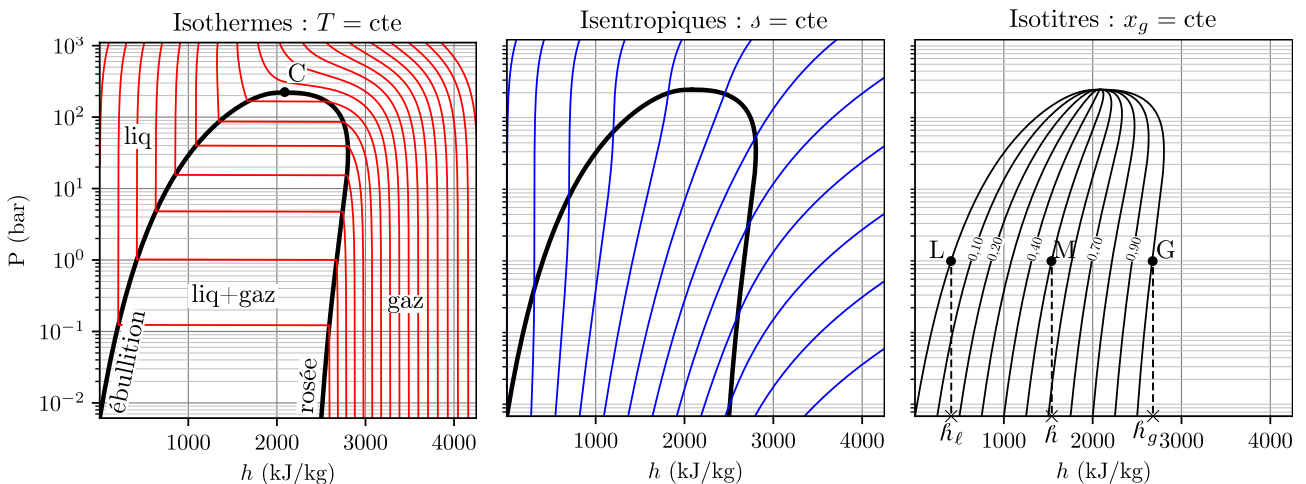


FIGURE T6.16 – Diagramme des frigoristes.

- ◇ Isothermes : $dh = c_p dT = 0$ donc verticales pour monophasés; horizontales pour les changements de phase car $T = cte \Rightarrow P = P_{\text{sat}}$;
- ◇ Isentropiques : $dh = T ds + v dP \Leftrightarrow dP = \rho dh$ par la seconde identité et $\rho = \frac{1}{v}$, donc droites obliques.
- ◇ Isotitres : le théorème des moments s'applique également, on a $x_g = \frac{LM}{LG} = \frac{h - h_\ell}{h_g - h_\ell}$.

Application T6.3 : Cycle de RANKINE frigorifique

On réalise le cycle frigorifique précédent, avec les données suivantes : $c_{p,g} = 1 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$,

$$T_f = -7^\circ\text{C} \quad ; \quad T_c = 39^\circ\text{C} \quad ; \quad T_B = 60^\circ\text{C}$$

$$\ell_{\text{vap}}(T_c) = 168 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1} \quad ; \quad \ell_{\text{vap}}(T_f) = 211 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1} \quad ; \quad c_{p,g} = 1 \text{ J}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$$

- 1 Dessiner le cycle dans les diagrammes (P,v) et (P,h) . Justifier la pente de la transformation AB en (P,v) .

Diagramme (P,v) du fréon R-22

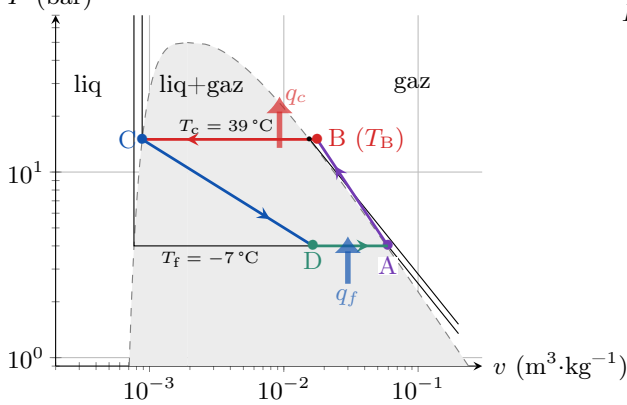
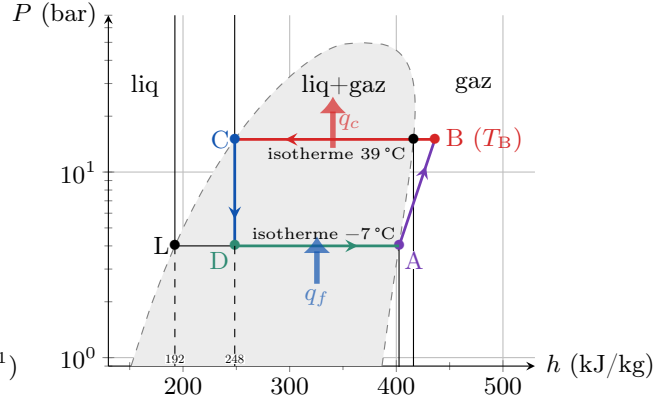


Diagramme (P,h) du fréon R-22



- 2 Exprimer l'efficacité du cycle en terme de q_f et w , puis en terme d'enthalpies ensuite. La calculer à l'aide de lecture graphiques.
- 3 Calculer x_g à l'aide du théorème des moments, puis exprimer les transferts thermiques massiques q_f et q_c en fonction de x_g et des données.
- 4 En déduire l'expression de l'efficacité en fonction de x_g et des données ; application numérique. Que représente-t-elle ?
- 5 Rappeler l'expression de l'efficacité de CARNOT d'une telle machine, et la calculer. Commenter la différence entre les deux.

- 1 G.P. isentropique $\Rightarrow PV^\gamma = \text{cte} \Leftrightarrow \log P = \text{cte} - \gamma \log v$ donc pente de $-\gamma$

$$e^{\text{frig}} = \frac{q_f}{w} = \frac{h_A - h_D}{h_B - h_A} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} h_A = 402 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1} \\ h_B = 436 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1} \\ h_D = 248 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1} \end{cases} \quad \text{A.N. : } e^{\text{frig}} \approx 4,5$$

- 3 $x_g = \frac{LD}{LA} = \frac{h_D - h_L}{h_A - h_L} \Rightarrow x_g \approx 0,27$

De plus,
et

$$\Delta h_{DA} = q_f = x_g \ell_{\text{vap}}(T_f) = (1 - x_g) \ell_{\text{vap}}(T_f)$$

$$\Delta h_{BC} = q_c = c_{p,g}(T_c - T_B) + \ell_{\text{liq}}(T_c) = c_{p,g}(T_c - T_B) - \ell_{\text{liq}}(T_c)$$

- 4 $e^{\text{frig}} = \frac{q_f}{w} = -\frac{q_f}{q_f + q_c}$

$$\Leftrightarrow e^{\text{frig}} = -\frac{(1 - x_g) \ell_{\text{vap}}(T_f)}{(1 - x_g) \ell_{\text{vap}}(T_f) + c_{p,g}(T_c - T_B) - \ell_{\text{liq}}(T_c)} \quad \text{A.N. : } e^{\text{frig}} \approx 4,4$$

Ainsi, 1 J d'énergie mécanique fournie permet d'extraire 4,4 J de transfert thermique.

- 5 $e_C^{\text{frig}} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$ A.N. : $e_C^{\text{frig}} = 5,8$

La machine étudiée a bien une efficacité inférieure à celle de CARNOT, puisqu'elle n'est ni ditherme (la température varie entre B et C), ni réversible (détente irréversible)

Application T6.4 : Pompe à chaleur

On étudie une pompe à chaleur air-eau, dont le fonctionnement est expliqué Figure T6.17. Le cycle suivi par le fluide caloporteur R32 est représenté Figure T6.18 dans le diagramme des frigorigères.

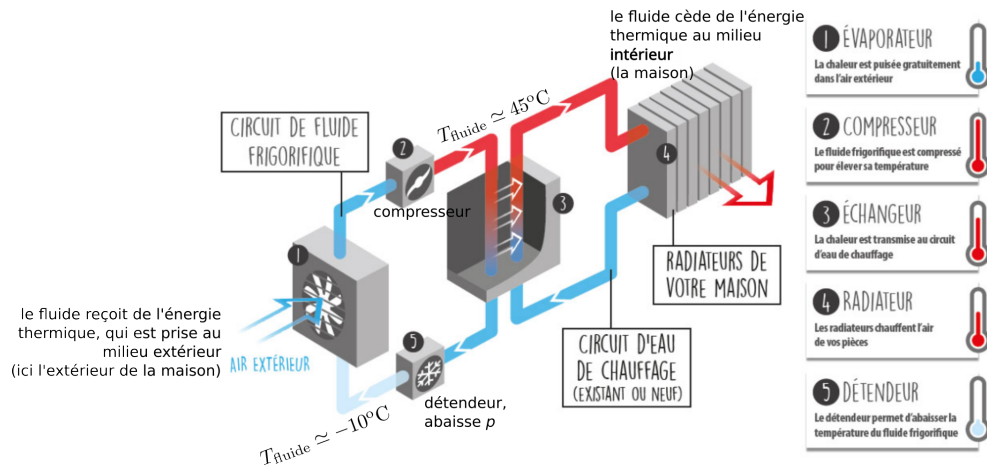


FIGURE T6.17 – Schéma explicatif. Source : www.s2e-enr.fr

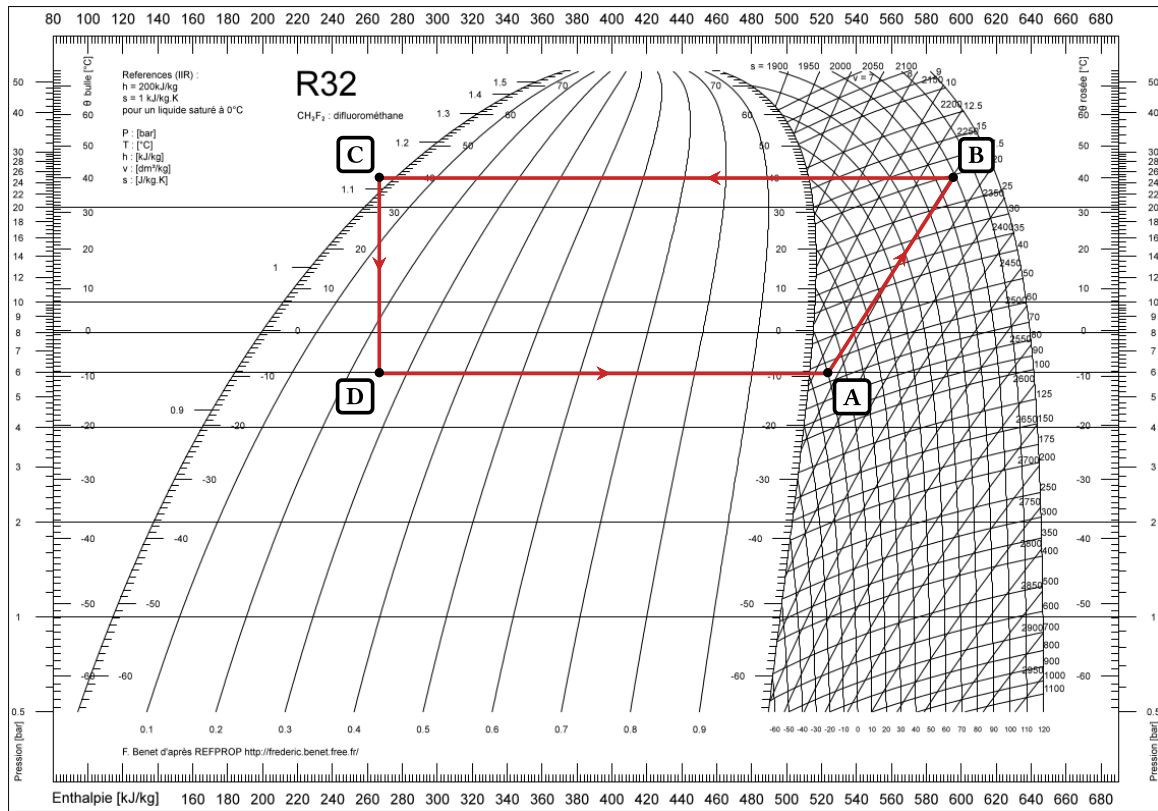
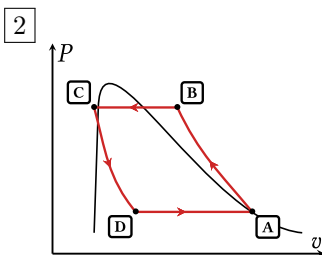


FIGURE T6.18 – Cycle de la PAC dans le diagramme des frigorisites.

- 1 Identifier le composant thermodynamique correspondant aux différentes étapes du cycle.
- 2 Représenter qualitativement le même cycle dans un diagramme de CLAPEYRON.
- 3 Déterminer le COP de la pompe à chaleur étudiée en exploitant le diagramme des frigorisites.

- 1
- ◇ AB : augmentation de P (et T) donc compresseur
 - ◇ BC : liquéfaction donc échangeur
 - ◇ CD : baisse de P (et T) donc détendeur
 - ◇ DA : évaporation donc évaporateur



3

Or,
et
Ainsi,

$$\text{COP} = -\frac{q_c}{w} = \frac{q_{BC}}{w_{AB}}$$

$$\Delta h_{BC} = w_{BC} + q_{BC} = -330 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$$

$$\Delta h_{AB} = w_{AB} + q_{AB} = 70 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$$

$$\text{COP} \approx 4,7$$