

Champ magnétique

« Astronomy and Pure Mathematics are the magnetic poles toward which the compass of my mind ever turns. »

Carl Friedrich GAUSS, lettre à BOLYAI, 30 juin 1803

Sommaire

| | |
|---|----------|
| I Généralités | 2 |
| I/A Champ magnétique | 2 |
| I/B Sources de champ magnétique | 3 |
| I/C Intensité du champ magnétique | 4 |
| II Relation courant et champ magnétique | 6 |
| II/A Orientation et intensité | 6 |
| II/B Invariances de la distribution de courants | 6 |
| II/C Symétries de distribution et de champ | 7 |

Capacités exigibles

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel, identifier les zones de champ uniforme, de champ faible et l'emplacement des sources. <input type="checkbox"/> Tracer l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue. <input type="checkbox"/> Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme. <input type="checkbox"/> Citer des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre. | <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Exploiter les propriétés de symétrie et d'invariance des sources pour prévoir des propriétés du champ créé. <input type="checkbox"/> Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies. <input type="checkbox"/> Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane. <input type="checkbox"/> Associer à un aimant un moment magnétique par analogie avec une boucle de courant. <input type="checkbox"/> Citer un ordre de grandeur du moment magnétique associé à un aimant usuel. |
|--|---|

L'essentiel

Définitions

| | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> II.1 : Champ | 2 |
| <input type="checkbox"/> II.2 : Cartes et lignes de champ | 2 |
| <input type="checkbox"/> II.3 : Boussole | 2 |
| <input type="checkbox"/> II.4 : Champ magnétique | 2 |
| <input type="checkbox"/> II.5 : Solénoïde | 4 |
| <input type="checkbox"/> II.6 : Moment magnétique | 5 |
| <input type="checkbox"/> II.7 : Invariance d'une source de champ | 6 |
| <input type="checkbox"/> II.8 : Plans d'(anti)-symétrie de distrib. | 7 |

Propriétés

| | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> II.1 : Géométrie des lignes de champ magnétique | 3 |
| <input type="checkbox"/> II.2 : Courant et champ magnétique | 3 |
| <input type="checkbox"/> II.3 : Comparaison LdC aimant/bobine | 4 |
| <input type="checkbox"/> II.4 : Intensité et lignes de champ | 4 |
| <input type="checkbox"/> II.5 : Moment magnétique d'une spire | 5 |
| <input type="checkbox"/> II.6 : Relation courant-champ | 6 |

Interprétations

| | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> II.1 : Analogie magnéto-mécanique | 6 |
|--|---|

Ordres de grandeur

| | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> II.1 : Intensité du champ magnétique | 4 |
| <input type="checkbox"/> II.2 : Moment magnétique d'un aimant | 5 |

Applications

| | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> II.1 : Sens du courant et du champ | 6 |
| <input type="checkbox"/> II.2 : Invariances du fil infini | 7 |
| <input type="checkbox"/> II.3 : Symétrie du fil infini | 7 |
| <input type="checkbox"/> II.4 : Exercice bilan sur lignes de champ | 8 |

Outils

| | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> II.1 : Étudier les symétries d'une distribution | 8 |
|--|---|

Points importants

| | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> II.1 : Règles de la main droite | 6 |
| <input type="checkbox"/> II.2 : Principe de CURIE | 6 |
| <input type="checkbox"/> II.3 : Symétries et champ magnétique | 7 |

Erreurs communes

| | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> II.1 : Différence invariance/symétrie | 8 |
|--|---|

I Généralités

I/A Champ magnétique

Définition I1.1 : Champ

Un **champ** est une grandeur physique **définie en tout point M**. Il peut être :

- ◇ **Scalaire** : $X(M,t)$
- ◇ **Stationnaire** : indépendant du temps : $X(M,t) = X(M)$
- ◇ **Vectoriel** : $\vec{X}(M,t)$
- ◇ **Uniforme** : indépendant de la position : $\vec{X}(M,t) = \vec{X}(t)$.

Exemple I1.1 : Champs scalaire et vectoriel

- ◇ Champ **scalaire** d'**altitude** $z(x,y)$ ou de **température** $T(x,y)$ sur une carte.
- ◇ Champ **vectoriel** de **vitesse** du vent $\vec{v}(x,y)$, ou de **force gravitationnelle** $\vec{F}(x,y,z)$.

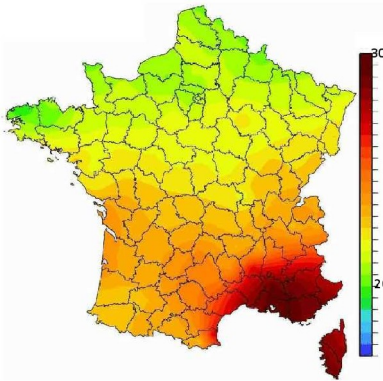


FIGURE I1.1 – Champ scalaire de la température.

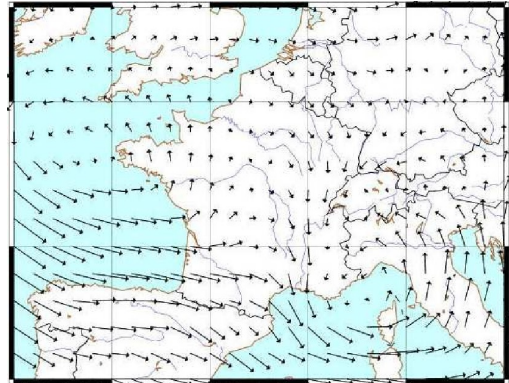
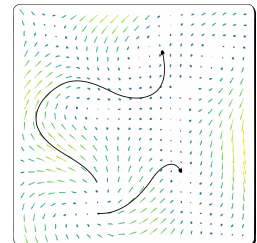


FIGURE I1.2 – Champ vectoriel du vent.

Définition I1.2 : Cartes et lignes de champ

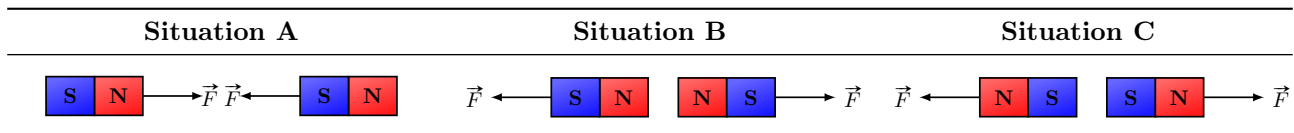
Pour visualiser un champ vectoriel, on peut utiliser 2 types de représentations :

- ◇ **Cartes de champ** : à chaque point de l'espace est associé un **vecteur** donnant le **sens et la norme** du champ ;
- ◇ **Lignes de champ** : ce sont des **courbes orientées, tangentes au champ** que l'on obtient en suivant le champ de proche en proche. Chaque ligne indique le **sens** du champ.



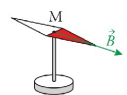
Observation I1.1 : Interactions entre aimants

Deux aimants peuvent **s'attirer** ou **se repousser** selon la façon dont on les oriente :



Définition I1.3 : Boussole

Le champ magnétique peut être mis en évidence avec une boussole : c'est une **aiguille aimantée libre de tourner**. On appelle **nord magnétique** l'extrémité qui pointe vers le **nord géographique**.



♥ Définition I1.4 : Champ magnétique

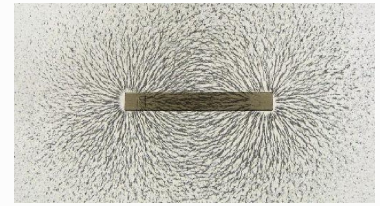
Le **champ magnétique** est caractérisé par un **vecteur**, noté $\vec{B}(M,t)$, défini par :

- ◇ **sa direction** : celle d'une aiguille aimantée ;
- ◇ **son sens** : va du pôle Sud au pôle Nord de l'aiguille ;
- ◇ **sa norme** : s'exprime en tesla (T).

I/B Sources de champ magnétique

Expérience I1.1 : Lignes de champ aimant droit

On dispose de la limaille de fer, se comportant comme de petits aimants orientables, autour d'un aimant droit. On observe qu'ils **s'orientent**, parallèlement aux lignes de champ. D'où la propriété :



♥ Propriété I1.1 : Géométrie des lignes de champ magnétique

Les lignes de champ du champ magnétique sont des **courbes orientées fermées** qui **sortent de l'aimant par le pôle Nord** et y **rentrent par le pôle Sud**.

Exemple I1.2 : Aimant droit

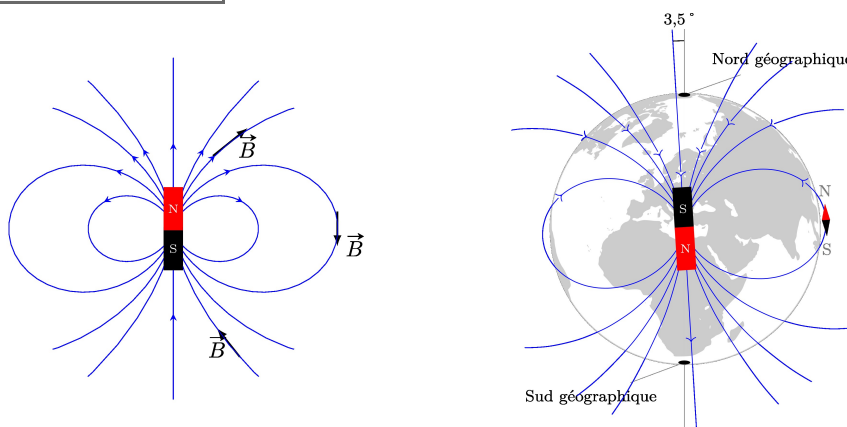


FIGURE I1.3 – Lignes de champ d'un aimant droit, et du champ magnétique de la Terre comme un aimant droit. Une boussole à sa surface pointe vers le **pôle Sud magnétique** de la Terre, qui est **proche du Nord géographique**.

Expérience I1.2 : Courant et champ magnétique

Soit un fil de cuivre horizontal, en-dessous duquel on place une boussole, alignée sur le champ magnétique terrestre. On place le dispositif de telle sorte à aligner les 2 initialement. On alimente alors le fil par un courant.

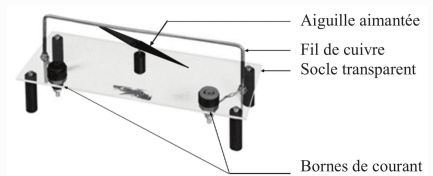


FIGURE I1.4 – Dispositif d'ERSTED

Observation I1.2 : Expérience d'ERSTED

- ◇ La boussole est alors **déviée perpendiculairement au fil** ;
- ◇ L'effet **d'autant plus fort que le courant est intense** ;
- ◇ Le sens de déviation **change selon l'orientation du courant**.

♥ Propriété I1.2 : Courant et champ magnétique

- ◇ Un courant génère un champ magnétique perpendiculaire à ce courant ;
- ◇ Le champ magnétique dépend de l'orientation et de l'intensité du courant.

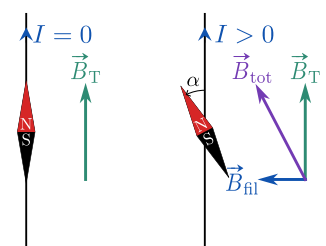


FIGURE I1.5

Expérience I1.3 : Lignes de champ bobine plate

Une bobine plate est un fil électrique de forme circulaire. On refait une expérience avec de la limaille de fer : on retrouve alors des lignes qui sont **analogues à celles créées par l'aimant**, si on le plaçait perpendiculairement à la spire (ici, vertical).

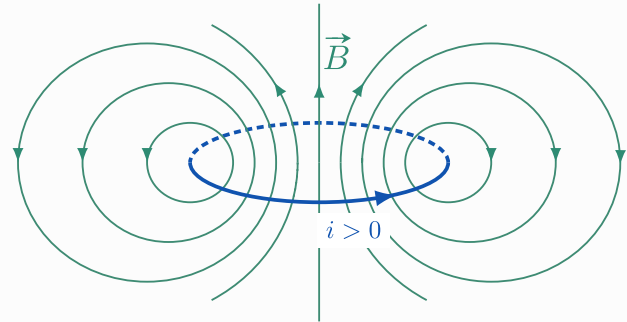
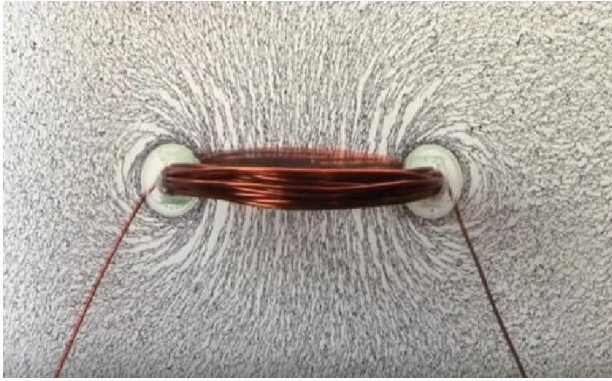


FIGURE I1.6 – Observation du champ créé par une bobine plate : limaille de fer et schématisation.

♥ Propriété I1.3 : Comparaison LdC aimant/bobine

Les lignes de champ d'une **bobine plate** s'apparentent à celles d'un **aimant droit**.

Définition I1.5 : Solénoïde

En enroulant un fil le long d'un cylindre, on fabrique un **solénoïde**, ou bobine longue.

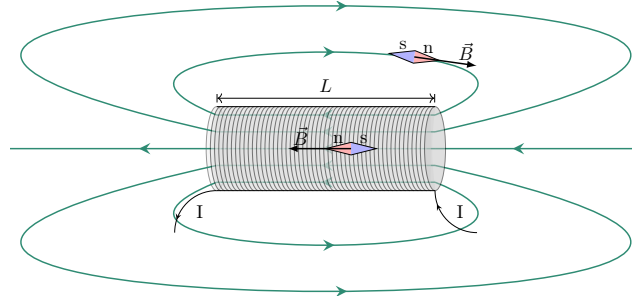
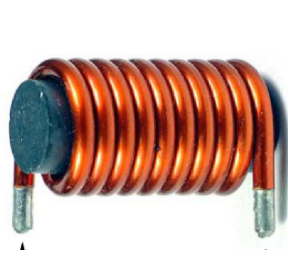


FIGURE I1.7 – Photo et représentation d'un solénoïde avec lignes de champ.

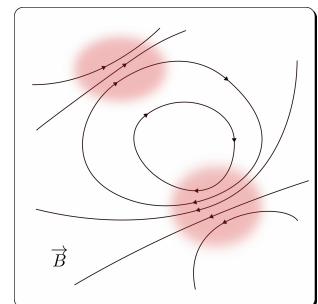
Étendre une bobine a pour effet de rendre les lignes de champ **parallèles dans le solénoïde**. En dehors, les lignes de champ se referment de façon analogue encore une fois à celle de l'aimant droit.

I/C Intensité du champ magnétique

♥ Propriété I1.4 : Intensité et lignes de champ

On lit l'intensité du champ \vec{B} par l'étude de la proximité de ses lignes de champ. Elles peuvent être :

- ◇ **proches** \equiv champ intense ;
- ◇ **éloignées** \equiv champ moins intense ;
- ◇ **parallèles** \equiv champ uniforme.



♥ Ordre de grandeur I1.1 : Intensité du champ magnétique

| Source | Terre | Aimant | Électroaimant | IRM |
|------------------|------------------------------|--------------------------|----------------------|----------------|
| Champ magnétique | $\approx 5 \times 10^{-5}$ T | $\approx [0,01 ; 0,5]$ T | $\approx [1 ; 10]$ T | ≈ 10 T |

♥ Exemple I1.3 : Dispositifs de champ uniforme

- 1) Dans un solénoïde, les lignes de champ sont parallèles donc le champ y est uniforme.
- 2) De même entre les deux pôles d'un aimant en U.

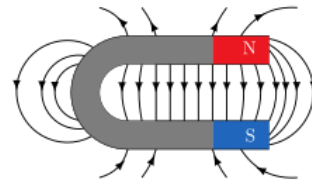
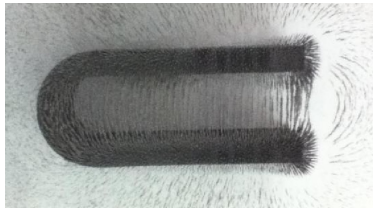
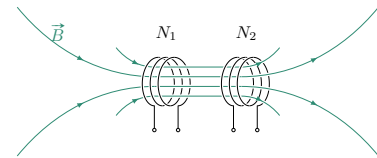


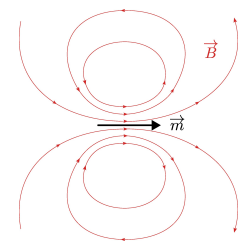
FIGURE I1.8 – Observation du champ créé par un aimant en U : limaille de fer et schématisation.

- 3) Idem au centre d'une bobine de HELMHOLTZ, voir l'animation sur [ce site](#). Elle se compose de deux bobines circulaires de même rayon R et espacée de R , parcourues par le même courant.



♥ Définition I1.6 : Moment magnétique

On remarque que les champs magnétiques créés par un aimant droit et par une spire se ressemblent. On les modélise donc par le même objet mathématique appelé **moment magnétique** $\vec{\mu}$ ou \vec{m} , caractérisé par le **champ qu'il produit**.



♥ Propriété I1.5 : Moment magnétique d'une spire

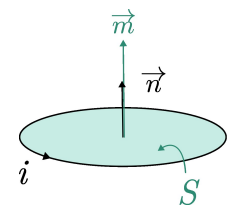
On considère une spire de rayon R parcourue par un courant i . La normale à la surface est notée \vec{n} , orientée dans le sens de la main droite par rapport au courant.

Le **moment magnétique** $\vec{\mu}$ de la spire plane est

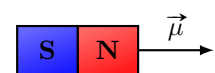
$$\vec{\mu} = i\vec{S} = i\pi R^2 \vec{n}$$

Unité $\text{A}\cdot\text{m}^2$

Dans ce cas, c'est le mouvement de **particules chargées** qui crée le champ magnétique. Cette notion s'applique également aux bobines.

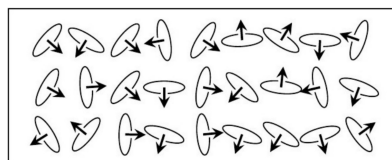


La notion de moment magnétique s'applique aussi aux aimants, même si sa source n'est pas due à un mouvement de translation comme peut l'être le courant dans un fil : la source du magnétisme dans les aimants est intrinsèquement **quantique**, et vient de la nature « aimantée » des électrons. On distingue deux sources :

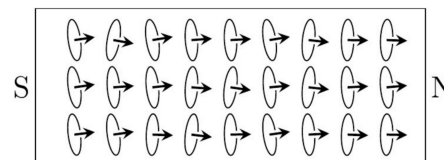


- ◇ **Moment magnétique orbital** dû au mouvement des électrons autour d'un noyau atomique ;
- ◇ **Moment magnétique de spin** propriété intrinsèque des particules élémentaires, **sans d'équivalent classique**.

Ce sont ensuite des effets à grande échelle qui permettent l'existence d'un champ à l'échelle d'un solide entier, selon l'orientation moyenne des moments microscopiques¹.



Milieu désordonné



Milieu ordonné présentant des pôles

♥ Ordre de grandeur I1.2 : Moment magnétique d'un aimant

| Source | Aimant droit | Aimant néodyme | Terre |
|--------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|---|
| Moment magnétique | $\approx 1 \text{ A}\cdot\text{m}^2$ | $\approx 10 \text{ A}\cdot\text{m}^2$ | $\approx 8 \times 10^{22} \text{ A}\cdot\text{m}^2$ |

1. Pour plus de détails, voir [Scilabus](#) (en français) ou [minutephysics](#) (en anglais).

II Relation courant et champ magnétique

II/A Orientation et intensité

Important I1.1 : Règles de la main droite

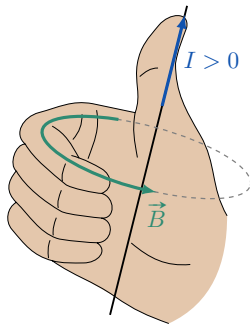


FIGURE I1.9 – Champ créé par un fil.

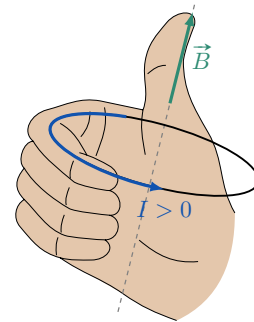
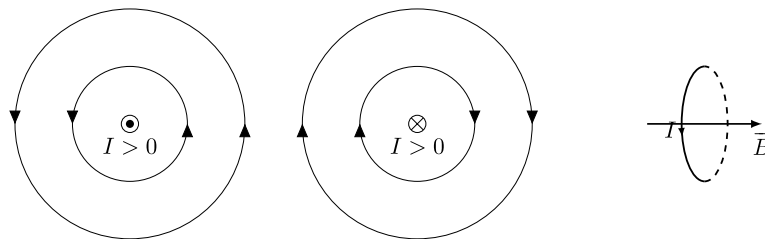


FIGURE I1.10 – Champ créé par une bobine.

♥ Interprétation I1.1 : Analogie magnéto-mécanique

Pour se créer une intuition de la direction du champ créé par un aimant ou par une bobine, il est utile d'essayer de se représenter la bobine comme un **ventilateur sans pôle**, qui aspire lentement l'air en amont, puis rapidement en son milieu, pour l'éjecter ensuite de l'autre côté. L'aimant serait alors un tuyau d'aspirateur inversé.

Application I1.1 : Sens du courant et du champ



♥ Propriété I1.6 : Relation courant-champ

En général

Dans le vide, le champ \vec{B} créé par un courant i est donné par :

$$\|\vec{B}\| = \mu_0 \frac{i(t)}{L}$$

- ◇ $i(t)$ le courant ;
- ◇ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$ est la **perméabilité du vide** ;
- ◇ L est une longueur typique du système.

Solénoïde

À l'intérieur d'un solénoïde de N spires, le champ est uniforme et on a :

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{N}{L} i(t) \vec{u}_z$$

avec \vec{u}_z l'axe orienté selon la règle de la main droite par rapport au courant, et L la longueur du solénoïde.

II/B Invariances de la distribution de courants

Définition I1.7 : Invariance d'une source de champ

On appelle **invariance d'une distribution** toute **transformation de l'espace** (rotation, translation...) de la source de champ (magnétique ou non) qui ne **change pas la distribution** elle-même.

Important I1.2 : Principe de CURIE

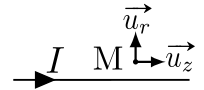
Les invariances et symétries d'une cause doivent se trouver dans ses effets produits.

Implication I1.1 : Invariance du champ magnétique

La **norme** du champ magnétique $\|\vec{B}\|$ a les **mêmes invariances** que la **distribution de courant** qui le crée.

Application I1.2 : Invariances du fil infini

Étudions la distribution dans le cas d'un fil infini en repère cylindrique :



- 1) La distribution est **invariante par translation selon z**, donc $\|\vec{B}\|$ ne dépend pas de z ;
- 2) Elle est aussi **invariante par rotation autour de z**, donc $\|\vec{B}\|$ ne dépend pas de θ .

Autrement dit, par l'étude des invariances pour un fil infini, on sait que $\vec{B}(M) = \vec{B}(r, \theta, z) = \vec{B}(r)$

II/C Symétries de distribution et de champ

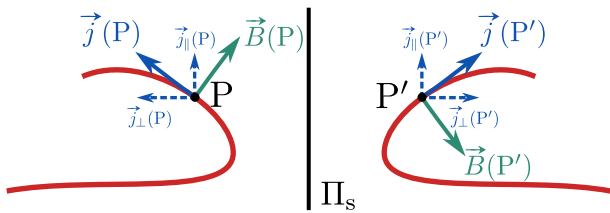
♥ Définition I1.8 : Plans d'(anti)symétrie d'une distribution

Soit $\vec{j}(M)$ le vecteur de distribution de courant. Il peut posséder deux plans intéressants :

Plan de symétrie Π_s

Un plan Π_s est un **plan de symétrie** de la distribution de courant si les courants en tous **points P et P' symétriques** par rapport à Π_s sont **eux-mêmes symétriques** :

$$\vec{j}(P') = \text{sym}_{\Pi_s} \vec{j}(P) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{j}_{\parallel}(P) = +\vec{j}_{\parallel}(P') \\ \vec{j}_{\perp}(P) = -\vec{j}_{\perp}(P') \end{cases}$$

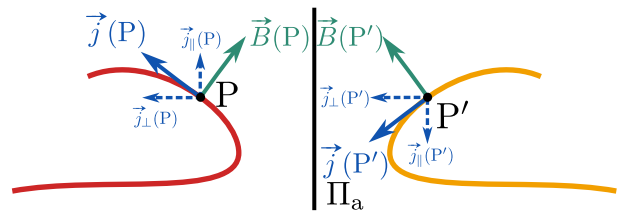


On a alors, $\forall M \in \Pi_s, \vec{j}(M) \in \Pi_s$

Plan d'antisymétrie Π_a

Un plan Π_a est un **plan d'antisymétrie** de la distribution de courant si les courants en tous **points P et P' symétriques** par rapport à Π_a sont **antisymétriques** :

$$\vec{j}(P') = -\text{sym}_{\Pi_a} \vec{j}(P) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{j}_{\parallel}(P) = -\vec{j}_{\parallel}(P') \\ \vec{j}_{\perp}(P) = +\vec{j}_{\perp}(P') \end{cases}$$



On a alors, $\forall M \in \Pi_a, \vec{j}(M) \perp \Pi_a$

Important I1.3 : Symétries et champ magnétique

Puisque le **champ magnétique est perpendiculaire à la distribution** de courant, il **possède les symétries opposées de sa distribution** :

Plan de symétrie Π_s

On a alors, $\forall M \in \Pi_s, \vec{B}(M) \perp \Pi_s$

Plan d'antisymétrie Π_a

et $\forall M \in \Pi_a, \vec{B}(M) \in \Pi_a$

Application I1.3 : Symétrie du fil infini

On a vu que la norme du champ en un point M ne dépendait que de la distance r au fil en coordonnées cylindriques, mais quelle est sa direction ? Étudions les symétries de la distribution de courant :

- ◇ $\Pi_s = (M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est plan de **symétrie** de la distribution : $\vec{B} \perp \Pi_s \Rightarrow \vec{B} \parallel \vec{u}_\theta$.
- ◇ $\Pi_a = (M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est plan de **d'antisymétrie** de la distribution, donc $\vec{B} \in \Pi_a$.
- ◇ $\Pi = (M, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ n'est rien : il y a du vide en symétrique de ce plan !

Ainsi, tout combiné on a $\vec{B}(M) = B(r)\vec{u}_\theta$

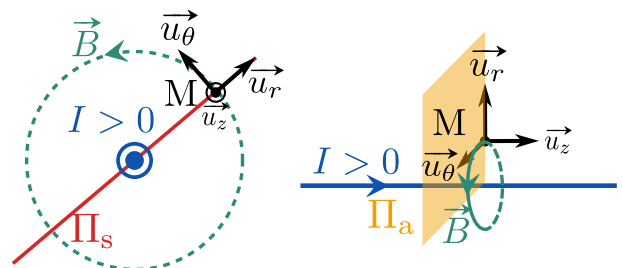


FIGURE I1.11 – Étude des symétries du fil infini.

♥ Outils I1.1 : Étudier les symétries d'une distribution

- 1 Choisir un repérage de l'espace pertinent pour la distribution de courant, selon ses invariances ;
- 2 Placer un point M quelconque, **qui n'appartient pas à la distribution** ;
- 3 Trouver des plans d'(anti)symétrie de la distribution **contenant le point M** ;
- 4 Conclure sur la direction du champ \vec{B} , notamment, si $\Pi_s = (M, \vec{u}_1, \vec{u}_2)$, alors $\vec{B}(M) = B(M)\vec{u}_3$.

Attention I1.1 : Différence invariance/symétrie

Invariance

Général à toute distribution ; dépend d'une **translation** ou **rotation** de la distribution, donne la dépendance aux **coordonnées**.

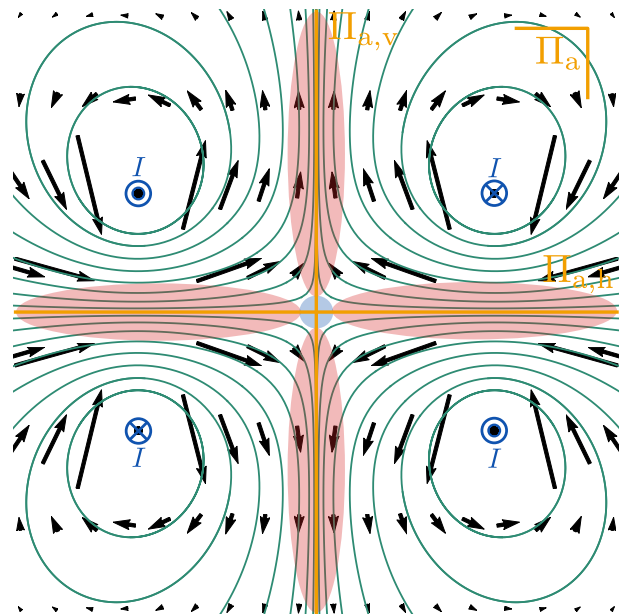
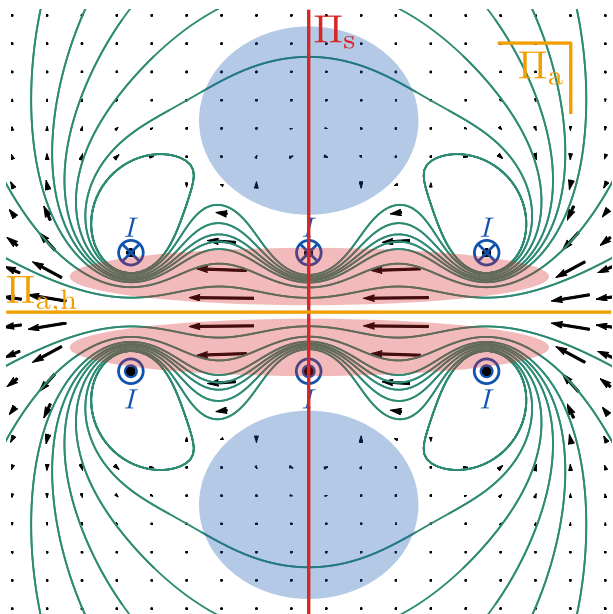
Symétrie

Spécifique à chaque champ, dépend d'un **plan miroir** de la distribution, donne la **direction**.

♥ Application I1.4 : Exercice bilan sur lignes de champ

Les cartes de champ magnétique ci-dessous sont des vues en coupe du champ produit par des spires de courant circulaires. Dans les deux cas, indiquer

- 1) la position des sources et le sens du courant circulant
- 2) les zones de champ fort et faible dans les spires
- 3) le cas échéant s'il existe une zone de l'espace où le champ magnétique est uniforme.
- 4) les plans de symétrie/d'antisymétrie de la distribution de courant et l'orientation du champ magnétique dans ces plans.



- ◇ Il n'y a pas de zone de champ uniforme. Le champ magnétique appartient à Π_a le plan de la figure dans les deux cas.
- ◇ À gauche, il est perpendiculaire à Π_s , et on a également $\vec{B} \in \Pi_{a,h}$: combiné à Π_a , le champ \vec{B} est orienté sur la ligne horizontale à leur intersection.
- ◇ À droite, il n'y a pas de symétrie de la distribution, mais il y a 3 plans d'antisymétrie : à leur intersection, le champ magnétique y est donc nul.