

Actions mécaniques du champ magnétique

« Sire, je n'avais pas besoin de cette hypothèse. »

Pierre-Simon LAPLACE à NAPOLÉON, *circa* 1800

Sommaire

I La force de LAPLACE	2
I/A Observations expérimentales	2
I/B Densité linéique de la force de LAPLACE	2
I/C Expression intégrale de la force de LAPLACE	3
II Actions de LAPLACE en rotation	3
II/A Couple de LAPLACE	3
II/B Aspect énergétique	6

Capacités exigibles

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Différencier le champ magnétique extérieur subi du champ magnétique propre créé par le courant filiforme <input type="checkbox"/> Établir et citer l'expression de la résultante des forces de LAPLACE dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire. | <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Exprimer la puissance des forces de LAPLACE. <input type="checkbox"/> Établir et exploiter l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique. <input type="checkbox"/> Exprimer la puissance des actions mécaniques de LAPLACE. |
|--|--|

L'essentiel

Propriétés

- I2.1 : Force de LAPLACE infinitésimale 2
- I2.2 : Force de LAPLACE 3
- I2.3 : Couple de LAPLACE 3
- I2.4 : Énergie potentielle magnétique 6

Démonstrations

- I2.1 : Force infinitésimale de LAPLACE 2
- I2.2 : Force de LAPLACE 3
- I2.3 : Couple de LAPLACE 4
- I2.4 : Énergie potentielle magnétique 6

» Implications

- I2.1 : Puissance de la force de LAPLACE 3
- I2.2 : Puissance du couple de LAPLACE 5

Applications

- I2.1 : Oscillations d'un aimant 5
- I2.2 : Oscillations par énergie 6

Outils

- I2.1 : Dérivée vectorielle rotation 6

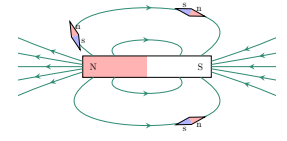
♥ Points importants

- I2.1 : Action d'un champ sur un aimant 5

I | La force de LAPLACE

I/A | Observations expérimentales

Pour introduire la notion d'aimant et définir la boussole, nous avons dit qu'une petite aiguille aimantée s'alignait sur la direction du champ magnétique. Il y a donc une action mécanique entre aimant et champ. Une autre manifestation remarquable est celle des rails de LAPLACE :



Expérience I2.1 : Rails de LAPLACE

On utilise un **aimant en U** pour créer un champ magnétique uniforme sur une assez grande partie d'un barreau métallique mobile, posé sur un bout de **circuit électrique**. Le **barreau** permet de **fermer le circuit**. On allume alors le courant (voir [cette vidéo](#)).

FIGURE I2.1

Observation I2.1 : Rails de LAPLACE

- ◇
- ◇
- ◇

Cela suggère l'existence d'une **force** dépendant du **courant**, du **champ magnétique**, et de la **direction** du barreau.

I/B | Densité linéique de la force de LAPLACE

♥ Propriété I2.1 : Force de LAPLACE infinitésimale

Un élément de fil électrique de longueur $d\ell$ parcouru par un courant i et plongé dans un champ magnétique \vec{B} subit la force de LAPLACE :

avec $d\vec{\ell}$ orienté **dans le sens du courant**.

Rappel I2.1 : Force de LORENTZ

La force magnétique de LORENTZ subie par un électron de charge $-e$ et de vitesse \vec{v} dans un champ magnétique \vec{B} est donnée par :

Démonstration I2.1 : Force infinitésimale de LAPLACE

Hypothèses

- ◇ Les électrons ont la **même vitesse moyenne** $\vec{v} = v \vec{u}_x$;
- ◇ La **densité d'électrons** n (en m^{-3}) est uniforme ;
- ◇ Soit S sa section, constante, et $d\ell$ sa longueur ;
- ◇ On a donc $dN = n S d\ell$ électrons dans cette section.

Calcul

FIGURE I2.2

I/C Expression intégrale de la force de LAPLACE

♥ Propriété I2.2 : Force de LAPLACE

La force de LAPLACE sur une barre conductrice de longueur L traversée par un courant i et placée dans un champ magnétique **uniforme** et **stationnaire** \vec{B} :

- 1) s'applique **en son milieu** ;
- 2) s'exprime

avec \vec{L} dans le sens de i .

Démonstration I2.2 : Force de LAPLACE

On **intègre** sur la longueur :

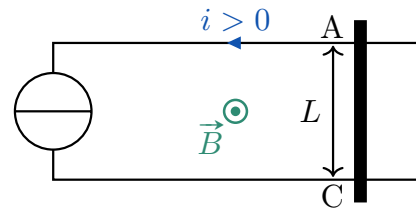
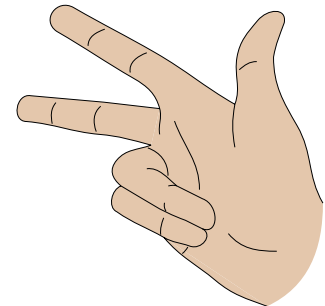


FIGURE I2.3 – Schéma rails.

Remarque I2.1 : Force de LAPLACE

- 1) Elle respecte la règle de la main droite, version « trois doigts » :
 - ◇
 - ◇
 - ◇
- 2) On obtient alors la dimension de B en fonction des dimensions SI :
- 3) Pour un fil de 5 cm dans un champ de 0,1 T parcouru par une intensité de 1 A, on trouve :



♥ Implication I2.1 : Puissance de la force de LAPLACE

La puissance de la force de LAPLACE correspondante est :

Ainsi, alors que la force de magnétique de LORENTZ était de puissance nulle sur **1 électron**, ça n'est pas le cas de la force de LAPLACE qui s'applique sur un solide conducteur : dans ce cas, **un champ magnétique peut accélérer le système.**

II Actions de LAPLACE en rotation

II/A Couple de LAPLACE

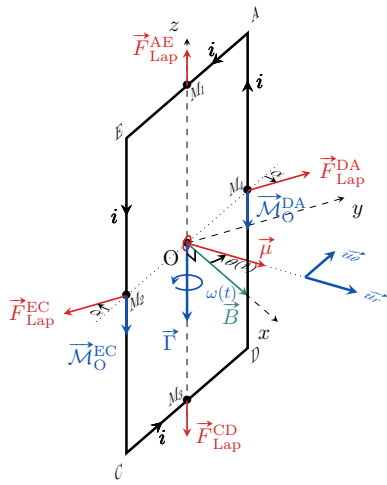
♥ Propriété I2.3 : Couple de LAPLACE

Un **circuit** ou un **aimant** de moment magnétique $\vec{\mu}$ plongé dans un champ **uniforme** et **stationnaire** \vec{B} subit un **couple magnétique**, issu du moment des forces de LAPLACE tel que :

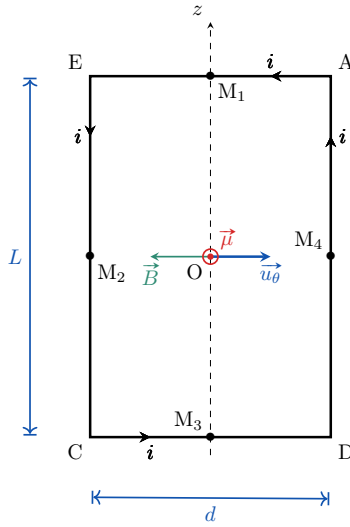
FIGURE I2.4

♥ **Démonstration I2.3 : Couple de LAPLACE**

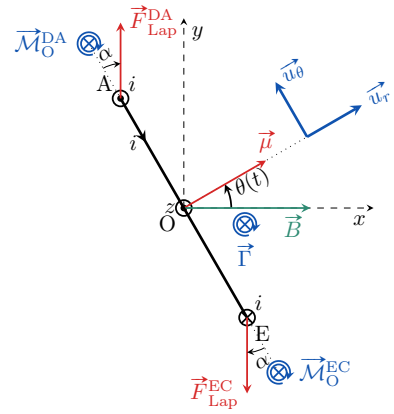
- ◇ Soit un cadre rectangulaire AECD parcouru par un courant i pouvant tourner autour de l'axe (Oz) .
- ◇ On impose un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{u}_x$. On note θ l'angle orienté entre \vec{B} et $\vec{\mu} = i\vec{S}$.
- ◇ On utilise un repère cylindrique $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ avec



Vue 3D



Vue de face



Vue du dessus

Résultante des forces

Moment des forces

◇ AE :

Force

Moment

Elle s'applique en $M_1 \in (Oz)$, soit

◇ EC :

Force

Moment

en M_2 :

◇ CD : La force agissant sur le côté \vec{CD} s'applique en M_3 , qui est sur l'axe de rotation, donc immédiatement :

◇ DA : De manière analogue au côté \vec{EC} (on vérifie avec la règle de la main droite) :

Force

Moment

Couple des forces

En sommant tous ces moments, on trouve :

Or, $\vec{\mu} = iS\vec{u}_r$, donc :

♥ **Implication I2.2 : Puissance du couple de LAPLACE**

D'où la puissance du couple de LAPLACE :

Pour un circuit de vitesse de translation \vec{v} et de vitesse angulaire $\vec{\omega}$, on aura

avec $\vec{\omega}$ la vitesse angulaire de rotation.

Application I2.1 : Oscillations d'un aimant

- 1) Exprimer le couple de LAPLACE subit par $\vec{\mu}$ en fonction de θ .
- 2) En déduire les positions d'équilibre de $\vec{\mu}$.
- 3) Étudier la stabilité de ces positions d'équilibre à l'aide de 2 schémas.
- 4) Déterminer l'équation du mouvement de l'aimant et donner sa période autour de l'équilibre stable.

1)

2)

3)

FIGURE I2.5

FIGURE I2.6

◇

◇

4)

Important I2.1 : Action d'un champ sur un aimant

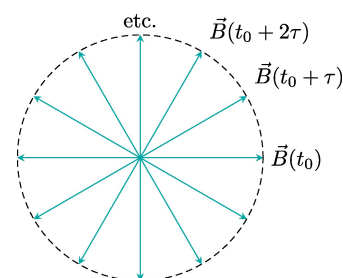
Du fait des petites vibrations (qui rendent la position $\theta = \pi$ non durable) et des frottements qui arrêtent sa course, **un aimant tend à s'aligner sur le champ magnétique**, et ce d'autant plus vite que \vec{B} est intense.

Si un aimant a tendance à s'orienter sur un champ magnétique, on peut utiliser ce couple pour forcer la rotation continue d'un aimant grâce à un **champ tournant** : c'est le principe du **moteur synchrone**.

Définition I2.1 : Champ magnétique tournant

Un champ tournant est un champ de **norme constante**, mais dont la **direction tourne** à vitesse angulaire constante.

Par le couple de LAPLACE, un **aimant** soumis à ce champ tournera en régime stationnaire à la **même vitesse** angulaire ω .



Exemple I2.1 : Champ tournant

Pour réaliser un champ tournant, on peut utiliser deux bobines identiques, de courants déphasés de $\pi/2$:

$$i_1(t) = \quad \quad \quad \text{et} \quad \quad i_2(t) =$$

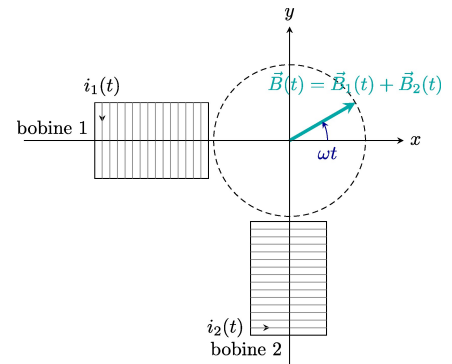
Ainsi, proche de l'axe des bobines on aura des champs

$$\vec{B}_1(t) = \quad \quad \quad \text{et} \quad \quad \vec{B}_2(t) =$$

Soit

qui est bien un champ tournant.

Il est également possible de faire un champ tournant à l'aide de trois bobines, décalées de $2\pi/3$: c'est ce qu'on appelle un courant **triphase**, et c'est ce qui est utilisé dans le transport d'électricité de manière industrielle.

**II/B Aspect énergétique****♥ Outils I2.1 : Dérivée vectorielle rotation**

Soit \vec{A} un vecteur uniforme en rotation autour d'un axe \vec{e}_z à vitesse angulaire $\vec{\omega} = \dot{\theta} \vec{e}_z$; alors :

Démonstration : Dérivée vectorielle rotation

Soit, en toute généralité, $\vec{A} = A_r \vec{e}_r + A_\theta \vec{e}_\theta$ un vecteur uniforme en coordonnées polaires. Alors :

Dérivée explicite

Produit vectoriel

♥ Propriété I2.4 : Énergie potentielle magnétique

Le couple de LAPLACE est **conservatif**, et s'associe à une énergie potentielle :

Démonstration I2.4 : Énergie potentielle magnétique

■

Application I2.2 : Oscillations par énergie

Retrouver les résultats de l'application I2.1 en utilisant l'énergie potentielle magnétique.