

Lois de l'induction et induction de NEUMANN

Sommaire

I Induction et auto-induction	2
I/A Flux du champ magnétique	2
I/B Lois de FARADAY et de LENZ	3
I/C Auto-induction	4
II Induction mutuelle	5
II/A Principe de l'inductance mutuelle	5
II/B Circuits électriques couplés par inductance mutuelle	6
II/C Applications	7

Capacités exigibles

- | | |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan. <input type="checkbox"/> Utiliser la loi de FARADAY en précisant les conventions d'algébrisation. <input type="checkbox"/> Utiliser la loi de LENZ pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés. <input type="checkbox"/> Différencier le flux propre des flux extérieurs. <input type="checkbox"/> Réaliser un bilan de puissance et d'énergie. | <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Évaluer et citer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur. <input type="checkbox"/> Déterminer l'inductance mutuelle entre deux bobines de même axe de grande longueur en « influence totale ». <input type="checkbox"/> Établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents. <input type="checkbox"/> Citer des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante. |
|---|---|

L'essentiel

Propriétés

- I3.1 : Loi des tensions et des courants 8

Démonstrations

- I3.1 : Loi des tensions et des courants 8

Lois

- I3.1 : de FARADAY 3
- I3.2 : de modulation de LENZ 3

Implications

- I3.1 : Tension auto-induite 4

Exemples

- I3.1 : Loi de modulation de LENZ 3

Applications

- I3.1 : Calculs simples de flux 2
- I3.2 : LENZ et FARADAY circuit carré 3
- I3.3 : Inductance propre d'une bobine 4
- I3.4 : Forces électromotrices induites 5
- I3.5 : Bobines imbriquées 5

Points importants

- I3.1 : Auto-inductance d'un circuit 4
- I3.2 : Inductance mutuelle 5
- I3.3 : Bilan énergétique 7

Erreurs communes

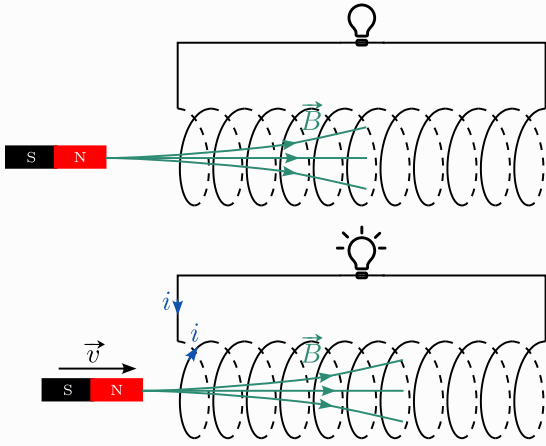
- I3.1 : Flux propre 4
- I3.2 : Transformateur 8

I Induction et auto-induction

I/A Flux du champ magnétique

Soit un solénoïde (bobine longue) non alimenté, relié à une ampoule montrant le courant qui le traverse. On étudie sa réaction à un champ magnétique dans deux situations (cf. [cette animation](#)) :

Expérience I3.1 : Bobine dans des champs magnétiques



Champ magnétique constant

Les lignes de champ d'un aimant vont de son Nord vers son Sud. Un champ magnétique règne donc dans le solénoïde. On n'observe cependant aucune tension dans le solénoïde.

Champ magnétique variable

On déplace l'aimant à proximité de la bobine. On constate qu'une **tension apparaît** dans la bobine, malgré l'absence de générateur.

Observation I3.1 : Bobine et champs magnétiques

En étudiant la tension induite, on observe qu'elle dépend du déplacement de l'aimant :

- ◇
- ◇
- ◇

Définition I3.1 : Induction électromagnétique

Le phénomène d'induction électromagnétique est l'apparition d'une **tension** électrique (et donc à un **courant** si le circuit est fermé) dans un circuit soumis à un champ magnétique dans deux cas de figure :

- 1)
- 2)

♥ Définition I3.2 : Flux magnétique

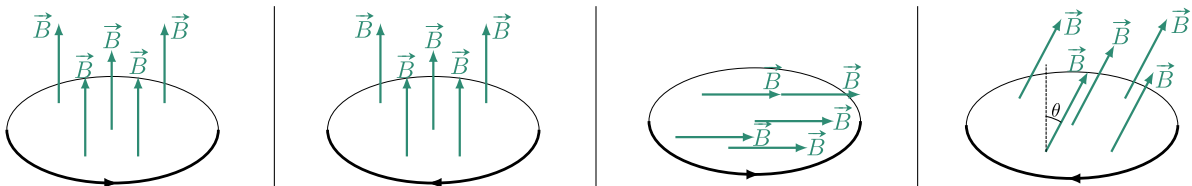
On définit le **flux du champ magnétique** \vec{B} à travers un **circuit** comme l'intégrale de \vec{B} sur la surface **orientée** entourée par le circuit :

et si le champ \vec{B} est **uniforme** et que le circuit est **une spire**, alors on a

ainsi

On oriente \vec{S} dans le même sens que l'intensité i étudiée.

Application I3.1 : Calculs simples de flux



Définition I3.3 : Flux propre et flux extérieur

Un circuit électrique est capable de créer un champ **propre** \vec{B}_p et être plongé dans un champ **extérieur** \vec{B}_{ext} . On distingue donc les deux flux :

Flux propre

Flux extérieur

I/B Lois de FARADAY et de LENZ

♥ Loi I3.1 : de FARADAY

Soit un circuit électrique **fermé** et **orienté** par une intensité soumis à l'action d'un champ magnétique \vec{B} . Toute **variation du flux** $\phi(\vec{B})$ dans ce circuit y fait apparaître une **force électromotrice** (tension à vide) induite e , **orientée dans le même sens** que i (en convention générateur), telle que

Modèle électrique.

♥ Loi I3.2 : de modération de LENZ

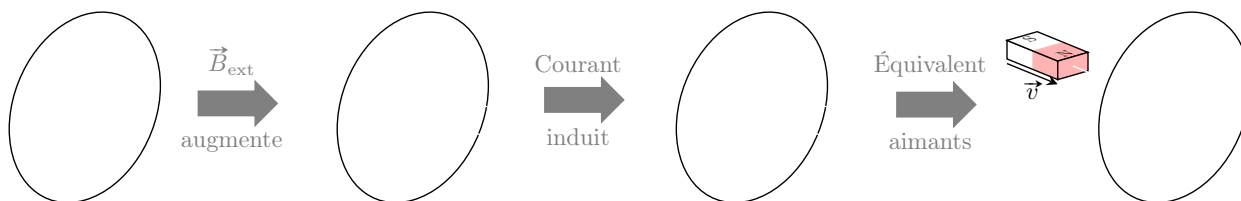
Lorsque le flux à travers un circuit **fermé** varie, ceci a pour conséquence de faire apparaître une **intensité dans le circuit**, qui à son tour est à l'origine d'un **champ magnétique propre**, dont le flux ϕ_p **s'oppose à la variation initiale**. On dit souvent :

L'induction modère, par ses conséquences, les causes qui lui ont donné naissance.

- ◇ NEUMANN : $i_{ind} \Rightarrow \vec{B}_{ind}$ s'oppose aux **variations** de \vec{B}_{ext} ;
- ◇ LORENTZ : $i_{ind} \Rightarrow \vec{B}_{ind} \Rightarrow \vec{F}_{Lap}$ s'oppose à la **déformation**.

Exemple I3.1 : Loi de modération de LENZ

Prenons l'exemple d'une spire initialement sans courant plongée dans un champ magnétique \vec{B}_{ext} qui augmente.

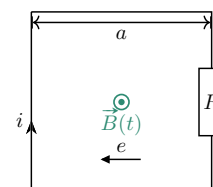


Dès que \vec{B}_{ext} arrête d'augmenter, le champ propre précédemment créé disparaît.

Application I3.2 : LENZ et FARADAY circuit carré

On considère un circuit carré de côté a et de résistance totale R , situé dans un plan orthogonal à un champ magnétique uniforme mais **variable** $\vec{B}(t) = B_0 e^{-t/\tau} \vec{u}_z$ avec B_0 et τ strictement positifs.

Quelle est l'origine de l'induction ? Exprimer l'intensité i du courant représenté sur le schéma, et vérifier que son signe soit en accord avec la loi de LENZ.



I/C Auto-induction

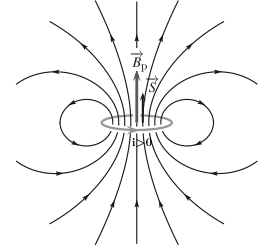
Important I3.1 : Auto-inductance d'un circuit

On admet que le **flux propre** dans un circuit est **proportionnel à l'intensité** du courant dans le circuit, tel que

Unité

avec L l'**inductance propre** (auto-inductance) du circuit.

◇
◇



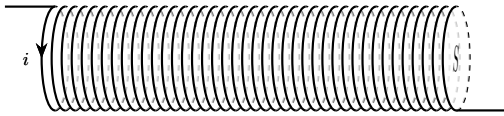
♥ Attention I3.1 : Flux propre

$$\phi_p(t) \neq \vec{B}_p \cdot \vec{S} \quad \text{car} \quad \vec{B}_p \text{ pas uniforme dans } \vec{S}$$

Application I3.3 : Inductance propre d'une bobine

On rappelle \vec{B}_p créé dans un solénoïde : $\vec{B}_p(t) = \mu_0 \frac{N}{\ell} i(t) \vec{u}_z$

- 1 Le sens du courant étant donné, indiquer le sens du champ magnétique.



- 2 Exprimer le flux du champ magnétique.

- 3 En déduire l'expression de l'inductance propre.

- 4 Calcul pour une bobine de TP avec $N = 1000$ spires, rayon $a = 3$ cm et longueur $\ell = 10$ cm :

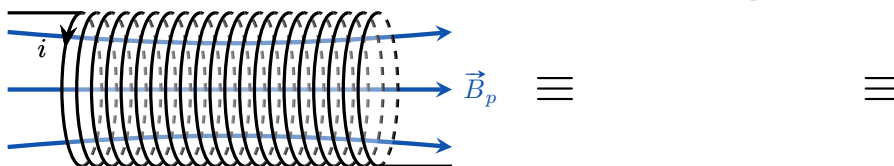
♥ Implication I3.1 : Tension auto-induite

Si le courant $i(t)$ dans un circuit varie avec le temps, alors le champ magnétique et donc le flux propre $\phi_p(t)$ varie aussi. D'après la loi de FARADAY, il va donc y avoir apparition d'un générateur équivalent de f.é.m.

en convention générateur, soit

en convention récepteur

car pour un circuit indéformable, $L = \text{cte}$. D'où le dessin du circuit équivalent à la bobine :



♥ Remarque I3.1 : Tension induite par deux sources

S'il y a un champ extérieur, on applique la superposition des champs magnétiques :

$$\phi_{\text{tot}} = \phi_p + \phi_{\text{ext}} \quad \Rightarrow \quad e_{\text{tot}} = -L \frac{di}{dt} - \frac{d\phi_{\text{ext}}}{dt} = e_{\text{auto}} + e_{\text{ext}}$$

II Induction mutuelle

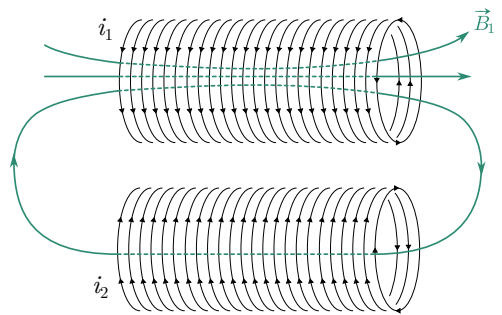
II/A Principe de l'inductance mutuelle

Important I3.2 : Inductance mutuelle

Un dipôle 1 parcouru par un courant i_1 génère un champ \vec{B}_1 qui peut traverser un dipôle 2 : on a alors un **flux croisé de 1 vers 2** :

et

avec M l'inductance mutuelle. Au contraire de L toujours positive, M peut être positive ou négative selon l'orientation des circuits.



Application I3.4 : Forces électromotrices induites

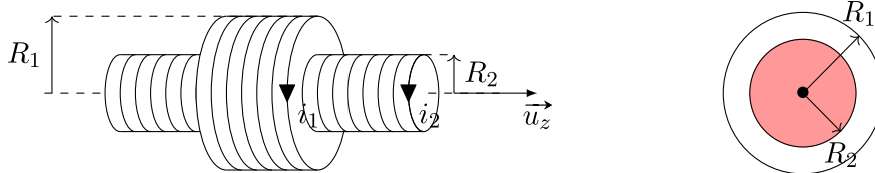
Soit deux circuits en inductance mutuelle. Exprimer les tensions induites en fonction des intensités et des inductances.

Circuit 1

Circuit 2

Application I3.5 : Bobines imbriquées

On souhaite déterminer l'inductance mutuelle de 2 bobines de même axe, de longueurs ℓ_i et de rayons R_i , parcourues par des intensités i_i dirigées dans le même sens. On s'intéresse d'abord au flux croisé $\phi_{2 \rightarrow 1}$.



Expression du champ magnétique \vec{B}_2

Le champ magnétique d'une bobine est uniforme en son sein, et négligeable en dehors, soit

Flux de \vec{B}_2 à travers de \vec{S}_1 , $\phi_{2 \rightarrow 1}$

On oriente \vec{S}_1 à partir de i_1 par la règle de la main droite : $\vec{S}_1 = S_1 \vec{u}_z$.

Or, le champ \vec{B}_2 est nul entre S_2 et S_1 , d'où :

Calcul de $\phi_{1 \rightarrow 2}$

Le calcul direct et réel est plus compliqué, puisque les lignes de champs sortent en réalité de la première bobine et ne sont plus parallèles. Cependant, avec l'hypothèse de \vec{B} nul en-dehors des bobines, soit

et toujours avec
$$\vec{S}_2 = S_2 \vec{u}_z$$
 on voit que la seconde bobine est traversée par \vec{B}_1 sur une **fraction de sa longueur**, d'où


♥ Remarque I3.2 : Inductance mutuelle en influence totale

Si les deux bobines sont de même longueur et même section, on parle alors d'« influence totale », et on trouve

avec

II/B Circuits électriques couplés par inductance mutuelle


♥ Outils I3.1 : Méthode de résolution

- 1) Remplacer les inductances par leur f.é.m. en **convention générateur** ;
- 2) Appliquer la loi des mailles pour obtenir les équations électriques ;
- 3) Exprimer les flux magnétiques en fonction des courants et utiliser la loi de FARADAY ;
- 4) Résoudre les équations obtenues.

II/B) 1 Équation différentielle

Circuits couplés

Le sens de i_1 est imposé par le générateur, et le sens de i_2 est conventionnel (selon sa direction, $M \leq 0$).

FIGURE I3.1 – Circuits couplés.

Circuit 1

LdM
Flux :
FARADAY

On combine :

Circuits équivalents

On remplace les bobines par des générateurs, fléchés en convention générateur (à partir du sens de i_1 et i_2).

FIGURE I3.2 – Circuit équivalent.

Circuit 2

LdM
Flux :
FARADAY

On combine :

Ainsi, en l'absence de couplage ($M = 0$), on retrouve les équations d'un circuit RL classique. Avec le couplage, on peut résoudre ces équations en passant en RSF :

et

On peut alors déterminer le comportement fréquentiel du circuit.

II/B) 2 Bilan énergétique

Pour faire l'étude énergétique du circuit, on procède comme d'habitude en faisant un bilan de puissance en **multipliant par i** les équations obtenues par la loi des mailles, ici i_1 et i_2 . À partir des équations couplées,

Circuit 1

⋮

Circuit 2

D'où

Ainsi, on met en évidence :

- ◇ $\mathcal{P}_J = R_1 i_1^2(t) + R_2 i_2^2(t)$
- ◇ $\mathcal{P}_{\text{mag}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1(t) i_2(t) \right)$
- ◇ $\mathcal{P}_g = u(t) i_1(t)$

Important I3.3 : Bilan énergétique

L'énergie du champ magnétique créé par deux circuits couplés par induction mutuelle est

- ◇
- ◇

II/C Applications

II/C) 1 Quelques exemples

- ◇ **Radio-identification** : placée dans des étiquettes adhésives comme dans les antivols par exemple, un courant sera induit dans le circuit s'il passe à côté d'un système actif fournissant un champ magnétique. Ce courant alimente alors une petite antenne envoyant l'information de la puce (dite RFID pour *radio frequency identification*).
- ◇ **Détecteur de métaux, boucles magnétiques (péages, parking)** : une bobine crée un champ magnétique et, si un morceau de métal se trouve à proximité, il se crée un courant en son sein. Ce courant crée lui-même un champ magnétique qui perturbe le circuit primaire.
- ◇ **Rechargement par induction (brosses à dent, portables)** : le chargeur est muni d'une bobine qui crée un champ qui va induire un champ dans un second circuit.
- ◇ **Chauffage par induction** : le courant généré dans le second circuit se répartit dans tout le volume ; on les appelle **courants de FOUCAULT**. Ils permettent le chauffage par effet JOULE.

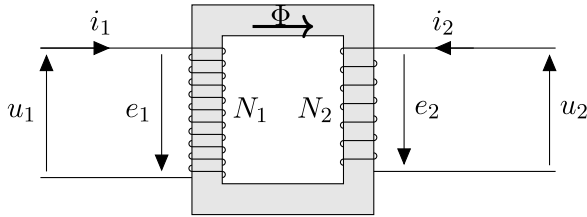
II/C) 2 Transformateur

En enroulant deux bobines différentes autour d'un noyau de métal canalisant le flux, on peut **diminuer ou augmenter la tension** d'un circuit à l'autre.

Définition I3.4 : Transformateur

Un transformateur monophasé est constitué d'un matériau ferromagnétique sur lequel sont bobinés deux enroulements électriques, indépendants électriquement (masses séparées) :

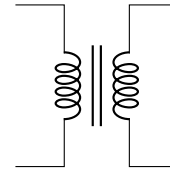
- ◇ **Enroulement primaire** : relié à la source d'alimentation (on notera les grandeurs u_1, i_1 etc.)
- ◇ **Enroulement secondaire** : relié à la charge (noté u_2, i_2 etc.)

**FIGURE I3.3** – Représentation complète

Le rôle du circuit magnétique est d'assurer une canalisation optimale des lignes de champ magnétique afin d'obtenir un couplage maximal entre les deux enroulements. Cela veut dire que le flux magnétique traversant une spire du circuit 1 est égal à celui traversant une spire du circuit 2.

On dit que le transformateur est **parfait** si :

- ◇
- ◇

**FIGURE I3.4** – Schématisation électrique**Propriété I3.1 : Loi des tensions et des courants**

Dans un transformateur parfait, on trouve :

et

avec m le **rapport de transformation**.

Démonstration I3.1 : Loi des tensions et des courants**Loi des tensions**

Le flux à travers une spire au primaire est égal à celui dans une spire du secondaire. Les flux sont donc :

et

avec

Circuit 1

Circuit 2

D'où le résultat en divisant. ■

Loi des courants

Si le transformateur est idéal, il transfère la totalité de la puissance électrique. Or, on a

Remarque I3.3 : Différents transformateurs

- ◇ On parle d'**élévateur de tension** si $u_2 > u_1$ (comme à la sortie d'une centrale par exemple), ou d'**abaisseur de tension** sinon (transformateur de quartier par exemple)
- ◇ Si $u_2 = u_1$, on parle de **transformateur d'isolement** : il permet d'isoler la masse de la terre pour, par exemple, éviter des électrocutions en milieu humide.

♥ Attention I3.2 : Transformateur

Tout ceci n'est valable que pour un champ variable, pas pour des tensions constantes !