

# TD d'application : Conversion de puissance électromécanique



## I Rails de LAPLACE inclinés

Un barreau métallique de masse  $m$  glisse sans frottement mécanique sur deux rails conducteurs, séparés d'une distance  $a$  et inclinés d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale. Les rails sont fermés sur une résistance  $R$ , et un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$ , dirigé selon la verticale ascendante, règne entre eux. On repère par  $x(t)$  la position du barreau le long des rails.

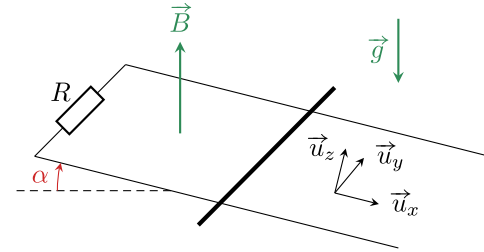


FIGURE I4.1 – Schéma des rails.

- 1 En appliquant la loi de LENZ, donner le sens du courant  $i$  qui circule dans le circuit. La force de LAPLACE accélère-t-elle ou freine-t-elle la chute du barreau ? Pourrait-il s'immobiliser ?
- 2 Exprimer la force de LAPLACE  $\vec{F}_L$  qui s'exerce sur le barreau mobile en fonction de  $i$ ,  $a$ ,  $B$  et  $\alpha$ .
- 3 En exploitant la conservation de la puissance, obtenir une relation en  $i$ ,  $R$ ,  $a$ ,  $B$ ,  $\alpha$  et la vitesse  $v$  du barreau.
- 4 Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $v$  et la résoudre, sachant que le barreau est lâché en  $x = 0$  sans vitesse initiale. Justifier que le mouvement présente un régime transitoire de durée caractéristique  $\tau$  à déterminer.
- 5 En déduire  $x(t)$ .
- 6 Les rails ont une longueur totale  $L$ . Déterminer l'énergie électrique totale transmise à la résistance  $R$  lors du mouvement du barreau sur les rails, en supposant le temps de chute très grand devant  $\tau$ . Interpréter.



## II Moteur synchrone

Considérons un modèle simple de moteur synchrone. Le rotor, de moment magnétique  $\vec{m}$ , tourne avec la même vitesse angulaire  $\omega$  constante que le champ magnétique  $\vec{B}$  qui l'entraîne. On néglige tout frottement interne au moteur. On s'intéresse à l'angle interne du moteur  $\theta$  orienté de  $\vec{m}$  vers  $\vec{B}$  et au couple  $\vec{\Gamma}$  exercé par le champ sur le moment magnétique. On prendra  $B = 0,2\text{T}$ ,  $m = 8\text{ A}\cdot\text{m}^2$  et une fréquence de rotation de 50 tours par seconde.

- 1 Proposer un dispositif simple permettant de réaliser le champ magnétique tournant.
- 2 Que vaut  $\theta$  si le moteur fonctionne à vide ?
- 3 Le moteur doit entraîner une charge mécanique qui exerce un couple résistant  $\Gamma_r = 0,65\text{ N}\cdot\text{m}$ . Calculer l'angle interne et la puissance mécanique fournie par le moteur. D'où provient cette puissance ?
- 4 La vitesse de rotation dépend-elle de la charge ? Quel est le couple maximal que peut fournir ce moteur ?



## III Haut parleur « de LAPLACE »

On s'intéresse dans cet exercice à un modèle très simplifié de haut-parleur, dans une configuration proche des rails de LAPLACE où la membrane du haut-parleur est fixée solidairement à la tige mobile, qui est également reliée élastiquement à un bâti. La tige mobile a pour longueur  $AA' = a$ , et sa position est repérée par son abscisse  $x$ , dont l'origine correspond à la position de repos. Les frottements de l'air sur la membrane se traduisent par une force de frottement linéaire  $\vec{f} = -\alpha\vec{v} = -\alpha\dot{x}\vec{e}_x$ . Le système est forcé électriquement par la tension de commande  $u_0$ . On note  $R$  la résistance électrique de l'ensemble, et on néglige l'auto-induction.

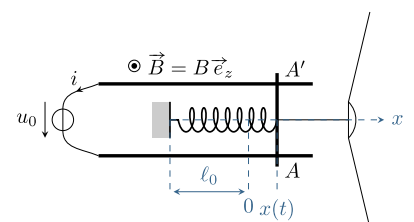


FIGURE I4.2

- 1 Exprimer la f.é.m. induite en fonction de  $\dot{x}$ .
- 2 Écrire les équations électrique et mécanique.
- 3 Découpler ces équations pour aboutir à une unique équation différentielle portant sur la position  $x$  de la tige mobile. Quel type d'équation obtient-on ? L'analyser physiquement : comment se traduisent les phénomènes d'induction ? Commenter leur signe.
- 4 Procéder à un bilan de puissance du système et interpréter physiquement chaque terme.

# TD d'entraînement : Conversion de puissance électromécanique

## ★★ I Oscillateur amorti par induction *inspiré oral banque PT*

Considérons une barre de masse  $m$  et de longueur  $a$ , suspendue à deux ressorts conducteurs identiques de raideur  $k$  et de longueur à vide  $\ell_0$ . L'ensemble est plongé dans un champ magnétique  $\vec{B} = B_0 \vec{e}_y$ . La barre, les ressorts et le support forment un circuit fermé.

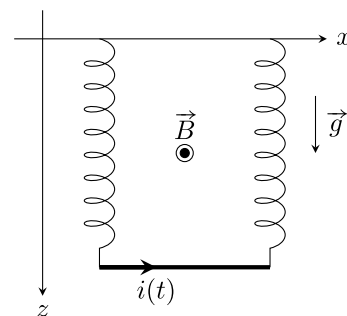


FIGURE I4.1

- 1 Établir l'équation différentielle sur la position  $z(t)$  de la barre.
- 2 Réaliser et interpréter le bilan de puissance.
- 3 À l'instant  $t = 0$ , on écarte la barre de sa position initiale d'une distance  $b$ . Déterminer  $z(t)$  et  $i(t)$ .

## ★★ II Moteur asynchrone

Le bobinage du rotor d'une machine asynchrone peut être modélisé par une spire unique de résistance  $R$ , d'inductance  $L$  et de surface  $S$  tournant à vitesse angulaire constante  $\omega$  autour d'un axe  $(Ox)$ . La normale  $\vec{n}$  à la spire est contenue dans le plan  $(yz)$ . Cette spire est plongée dans un champ  $\vec{B}$  généré par le stator, localement uniforme, contenu dans le plan  $(Oyz)$ , de norme constante, tournant à vitesse angulaire constante  $\omega'$  autour de  $(Ox)$ . Ce dispositif est utilisé en moteur électrique : le champ magnétique entraîne le rotor.

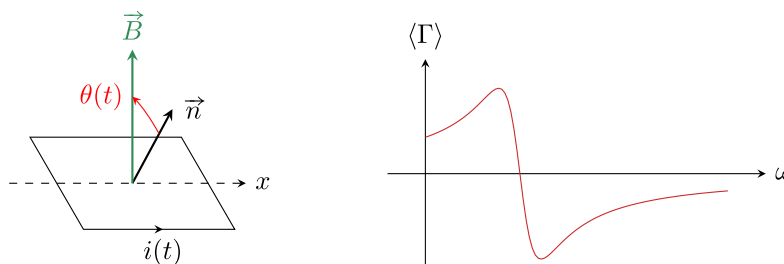
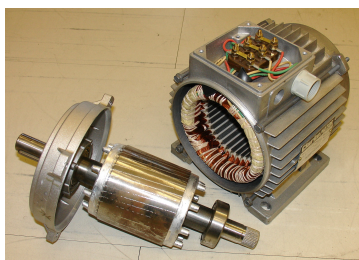


FIGURE I4.2 – Photo, schéma de principe et allure de  $\langle \Gamma \rangle$ .

- 1 Expliquer **qualitativement** pourquoi la spire tourne. Les deux vitesses  $\omega$  et  $\omega'$  peuvent-elle être identiques ?
- 2 Pour simplifier, on suppose qu'à l'instant initial  $\vec{n}$  et  $\vec{B}$  sont colinéaires et de même sens selon  $\vec{e}_z$ . Exprimer l'angle  $\theta$  en fonction de  $\Omega = \omega' - \omega$ . Que représente physiquement la vitesse de glissement  $\Omega$  ?
- 3 Établir l'équation différentielle régissant l'évolution du courant dans le rotor en fonction de  $\Omega$ .
- 4 On se place en régime permanent. Déterminer la pulsation du courant dans la bobine et résoudre l'équation différentielle obtenue précédemment à l'aide de la représentation complexe. Écrire la solution comme une somme de sinus et cosinus.
- 5 En considérant le moment magnétique  $\vec{m}$  de la spire, calculer le couple auquel elle est soumise. En déduire le couple moyen  $\langle \Gamma \rangle$  s'exerçant sur la bobine.
- 6 L'allure de la courbe représentant  $\langle \Gamma \rangle$  en fonction de  $\omega$  est donnée ci-dessus. Le moteur peut-il démarrer seul ?

- 7] Le moteur doit entraîner une charge mécanique exerçant un couple résistant  $\Gamma_r$  connu. Justifier graphiquement qu'un ou deux points de fonctionnement, c'est-à-dire une ou deux vitesses de rotation  $\omega$ , sont possibles. En raisonnant en termes de stabilité par rapport à  $\Gamma_r$ , justifier qu'un de ces deux points de fonctionnement n'est pas utilisable en pratique : lequel et pourquoi ?

### III Pendule pesant conducteur avec induction

On considère un pendule rigide OA, homogène, de masse  $m$  et de longueur  $\ell$ , libre de tourner autour d'un axe vertical (Oz) passant par une de ses extrémités. On note  $J$  son moment d'inertie par rapport à cet axe. Le centre de masse G de la tige est situé en son milieu. Le pendule est repéré par l'angle  $\theta$  qu'il forme avec la verticale.

La tige est en contact en A avec un rail métallique, ce qui forme un circuit électrique. L'ensemble est placé dans un champ magnétique  $\vec{B} = B\vec{e}_z$ . On ne tient compte que de la résistance  $R$  de la tige, et on néglige celles du rail et du fil servant à fermer le circuit.

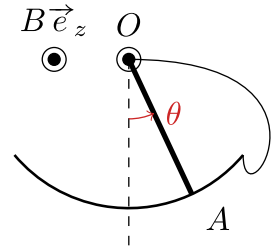


FIGURE I4.3

- 1] Expliquer qualitativement ce qu'il se passe pour la barre.
- 2] Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'angle  $\theta$  avec la verticale.
- 3] On suppose les oscillations de petite amplitude. Montrer que si le champ magnétique est suffisamment fort, la tige atteint sa position d'équilibre sans osciller.
- 4] Établir un bilan d'énergie et l'analyser qualitativement.