

# Conversion de puissance électromécanique

## Sommaire

<b>I Principe de la conversion de puissance</b> . . . . .	<b>2</b>
I/A Exemple des rails de LAPLACE moteurs . . . . .	2
I/B Exemple des rails de LAPLACE générateurs . . . . .	4
I/C Conclusion . . . . .	6
<b>II Exemples de convertisseurs</b> . . . . .	<b>7</b>
II/A Le moteur à entrefer plan . . . . .	7
II/B Le haut-parleur électrodynamique . . . . .	7
II/C Freinage électromagnétique . . . . .	8
<b>III Notions d'électrotechnique</b> . . . . .	<b>8</b>
III/A Machine à courant continu . . . . .	8
III/B Champ magnétique tournant . . . . .	9

## Capacités exigibles

- Interpréter qualitativement les phénomènes observés.
- Écrire les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe.
- Effectuer un bilan énergétique.
- Citer des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante.
- Expliquer l'origine des courants de FOUCAULT et en citer des exemples d'utilisation.

## L'essentiel

### Définitions

<input type="checkbox"/> I4.1 : Rails de LAPLACE moteurs . . . . .	2
<input type="checkbox"/> I4.2 : Rails de LAPLACE générateurs . . . . .	4
<input type="checkbox"/> I4.3 : Fonctionnement moteur . . . . .	7
<input type="checkbox"/> I4.4 : Fonctionnement générateur . . . . .	7
<input type="checkbox"/> I4.5 : Haut-parleur et microphone . . . . .	8
<input type="checkbox"/> I4.6 : Freinage inductif . . . . .	8
<input type="checkbox"/> I4.7 : Machine à courant continu . . . . .	8

### Propriétés

<input type="checkbox"/> I4.1 : Équation mécanique moteur . . . . .	3
<input type="checkbox"/> I4.2 : Équation électrique moteur . . . . .	3
<input type="checkbox"/> I4.3 : Équation électrique générateur . . . . .	5
<input type="checkbox"/> I4.4 : Équation mécanique générateur . . . . .	6
<input type="checkbox"/> I4.5 : Moteur entrefer plan . . . . .	7
<input type="checkbox"/> I4.6 : Freinage inductif . . . . .	8
<input type="checkbox"/> I4.7 : Couple et intensité d'une MCC . . . . .	9
<input type="checkbox"/> I4.8 : Tension et vitesse ang. d'une MCC . . . . .	9

### Implications

<input type="checkbox"/> I4.1 : Rails de LAPLACE moteurs . . . . .	4
<input type="checkbox"/> I4.2 : Fonctionnement d'une MCC . . . . .	9

### Remarques

<input type="checkbox"/> I4.1 : Différence thermodynamique . . . . .	4
<input type="checkbox"/> I4.2 : Lien FARADAY–LENZ . . . . .	5

### Points importants

<input type="checkbox"/> I4.1 : Conversion électromécanique . . . . .	4
<input type="checkbox"/> I4.2 : Diagramme de SANKEY moteur . . . . .	4
<input type="checkbox"/> I4.3 : Diagramme de SANKEY générateur . . . . .	6
<input type="checkbox"/> I4.4 : Conclusion conver <sup>o</sup> électroméca. . . . .	6

### Erreurs communes

<input type="checkbox"/> I4.1 : Comparaisons en induction . . . . .	2
---	---

## I Principe de la conversion de puissance

On a vu précédemment quelques exemples où un mouvement mécanique crée un champ électrique, mais également l'inverse. Un peu de vocabulaire :

- ◇ On parle de circuit **moteur** lorsqu'il convertit une puissance de **électrique à mécanique** ;
- ◇ On parle de circuit **générateur** lorsqu'il convertit une puissance de **mécanique à électrique**.

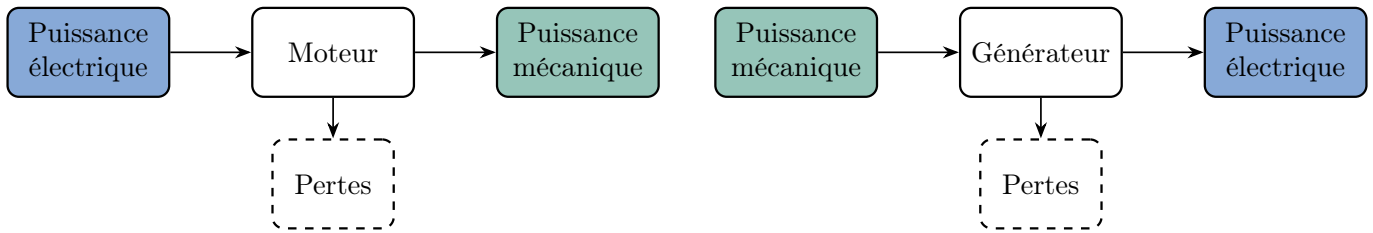


FIGURE I4.1 – Schématisation des fonctionnements moteur et générateur.

### I/A Exemple des rails de LAPLACE moteurs

#### Définition I4.1 : Rails de LAPLACE moteurs

Les rails de LAPLACE **moteurs** sont deux conducteurs rectilignes parallèles reliés par une tige mobile conductrice rendant le circuit **déformable**, plongé dans un champ  $\vec{B}$  constant perpendiculaire au circuit et **alimenté par une f.é.m. constante**  $U_0$ .

Le générateur étant dans un circuit fermé, il impose un courant  $i > 0$ . On **néglige l'auto-induction**, et on appelle  $R$  la résistance totale du circuit. Nous avons déjà constaté expérimentalement la mise en mouvement de la barre à l'aide de la force de LAPLACE.

Quelle est sa vitesse limite ?

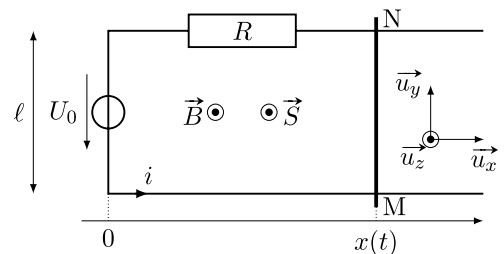


FIGURE I4.2 – Rails de LAPLACE moteurs.

#### I/A) 1 Analyse qualitative

Avant de se lancer dans les calculs, on peut déterminer le comportement du système avec la loi de LENZ. Le processus causal est le suivant, représenté Figure I4.3 :

- 1) À l'origine de l'induction est la présence d'un champ extérieur  $\vec{B}_{\text{ext}}$  et d'un courant dans le circuit.
- 2) Combinés, ils appliquent une action de LAPLACE sur le barreau, le mettant en mouvement et **déformant** le circuit.
- 3) Il y a donc **variation du flux**, et d'après la loi de FARADAY une f.é.m. induite y apparaît.
- 4) Le circuit étant toujours fermé, il y a également un courant induit.

L'induction modérant, par ses conséquences, les causes qui lui ont donné naissance, on en conclut que ce **courant induit s'oppose au courant initial**, ce qui générera une force de LAPLACE opposée tendant à freiner l'accélération du barreau.

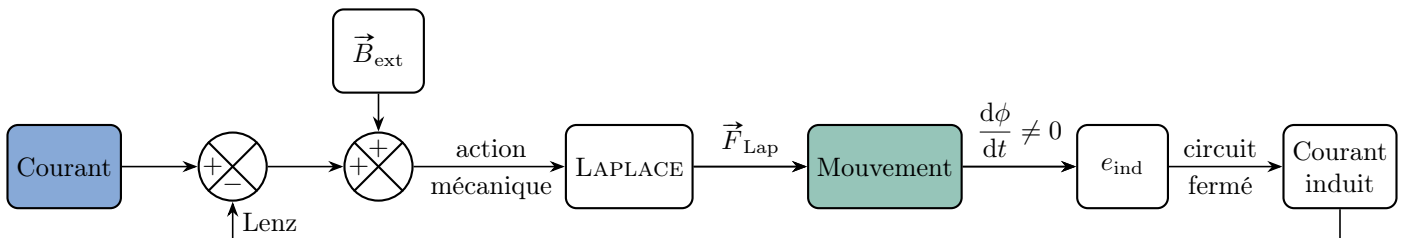


FIGURE I4.3 – Schéma de causalité rails moteurs.

#### ♥ Attention I4.1 : Comparaisons en induction

Une étude de causalité doit comparer une conséquence et une cause de mêmes natures !

On veut étudier ce comportement et notamment connaître la vitesse finale : est-elle infinie ? nulle ? constante ?

### I/A) 2 Présentation de la méthode

#### ♥ Outils I4.1 : Méthode de résolution

1) Obtenir l'équation mécanique :

◇ PFD si translation

◇ TMC si rotation

2) Obtenir l'équation électrique :

a) Choisir  $i$ , déduire  $\vec{S}$ , calculer  $\phi$ ;

b) FARADAY  $e = -\frac{d\phi}{dt}$ ;

c) Schéma équiv. **conven° générateur**;

d) Loi des mailles

3) Résoudre les équations couplées.

### I/A) 3 Analyse mécanique

On étudie le mouvement de la barre de masse  $m$  dans le référentiel de la salle de classe. BdF :

◇ Poids  $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{u}_z$ ;

◇ Réaction normale  $\vec{N} = N\vec{u}_z$ ;

◇ Force de LAPLACE  $\vec{F}_{\text{Lap}} = i\vec{MN} \wedge \vec{B} = i\ell B\vec{u}_x$ ;

◇ Frottements  $\vec{F}_f = -F_f\vec{u}_x$  avec  $F_f > 0$ .

Ainsi,

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{P} + \vec{F}_{\text{Lap}} + \vec{N} + \vec{F}_f$$

donc sur  $\vec{u}_x$  :

#### Propriété I4.1 : Équation mécanique moteur

$$m\frac{dv}{dt} = i\ell B - F_f \quad (\text{I4.1})$$

### I/A) 4 Analyse électrique

La déformation du circuit entraîne une variation de sa surface. Ainsi, même avec un champ magnétique constant, le flux magnétique varie, impliquant l'apparition d'une f.é.m. induite.

$\vec{S} = S\vec{u}_z$  sens de  $i$

$$\phi = B\vec{u}_z \cdot S\vec{u}_z = BS = B\ell x$$

FARADAY

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -B\ell v$$

convention **générateur**

#### Propriété I4.2 : Équation électrique moteur

Loi des mailles

$$e + U_0 = Ri \quad \Leftrightarrow \quad Ri = U_0 - B\ell v$$

(I4.2)

### I/A) 5 Résolution

On cherche à éliminer  $i$  pour obtenir une équation différentielle sur  $v$ . On l'isole dans (I4.2) :

$$i = \frac{U_0}{R} - \frac{B\ell}{R}v$$

Substitution dans (I4.1)

$$m\frac{dv}{dt} = \left(\frac{U_0}{R} - \frac{B\ell}{R}v\right)\ell B$$

sans frottements

$$\Leftrightarrow m\frac{dv}{dt} = \frac{U_0\ell B}{R} - \frac{B^2\ell^2}{R}v$$

$$\Leftrightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{B^2\ell^2}{Rm}v = \frac{U_0\ell B}{Rm}$$

Forme canonique :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{v_{\text{lim}}}{\tau}$$

avec

$$\tau = \frac{Rm}{B^2\ell^2}$$

et

$$v_{\text{lim}} = \frac{U_0}{B\ell}$$

Solution  $v(t) = v_{\text{lim}} (1 - e^{-t/\tau}) \Leftrightarrow i(t) = \frac{U_0}{R} e^{-t/\tau}$

♥ Implication I4.1 : Rails de LAPLACE moteurs

L'intensité finit par être nulle et la vitesse du rail atteint une valeur limite.

I/A) 6 Bilan de puissance

◇ Bilan électrique : (I4.2)  $\times i$  :

$$\underbrace{ei}_{\mathcal{P}_{\text{fem}}^{\text{fournie}} = -\mathcal{P}_{\text{fem}}^{\text{reçue}}} + \underbrace{U_0 i}_{\mathcal{P}_{\text{gene}}^{\text{fournie}}} = \underbrace{Ri^2}_{\mathcal{P}_J^{\text{reçue}}} \quad \text{soit} \quad \mathcal{P}_{\text{gene}}^{\text{f}} = \mathcal{P}_J^{\text{r}} + \mathcal{P}_{\text{fem}}^{\text{r}} \quad \text{avec} \quad \mathcal{P}_{\text{fem}}^{\text{reçue}} = Blvi$$

◇ Bilan mécanique : (I4.1)  $\times v$  :

$$\underbrace{mv \frac{dv}{dt}}_{\frac{d\mathcal{E}_c}{dt}} = \underbrace{i\ell Bv}_{\mathcal{P}_{\text{Lap}}^{\text{reçue}}} - \underbrace{F_f v}_{\mathcal{P}_{\text{frott}}^{\text{reçue}} = -\mathcal{P}_{\text{frott}}^{\text{fournie}}} \quad \text{soit} \quad \frac{d\mathcal{E}_c}{dt} + \mathcal{P}_{\text{frott}}^{\text{f}} = \mathcal{P}_{\text{Lap}}^{\text{r}}$$

Important I4.1 : Conversion électromécanique

On remarque donc que

$$\mathcal{P}_{\text{fem}}^{\text{reçue}} = \mathcal{P}_{\text{Lap}}^{\text{reçue}}$$

Donc le couplage électromécanique est parfait.

Cela s'étend à d'autres types de systèmes :

$$\begin{cases} \mathcal{P}_{\text{Lap}}^{\text{f}} = \vec{F}_L \cdot \vec{v} + \vec{\Gamma}_L \cdot \vec{\omega} \\ \mathcal{P}_{\text{fem}}^{\text{f}} = ei \end{cases} \Rightarrow \mathcal{P}_{\text{fem}}^{\text{f}} + \mathcal{P}_{\text{Lap}}^{\text{r}} = 0$$

Remarque I4.1 : Différence thermodynamique

Avec toujours

$$\eta = \left| \frac{\text{puissance utile}}{\text{puissance fournie}} \right|$$

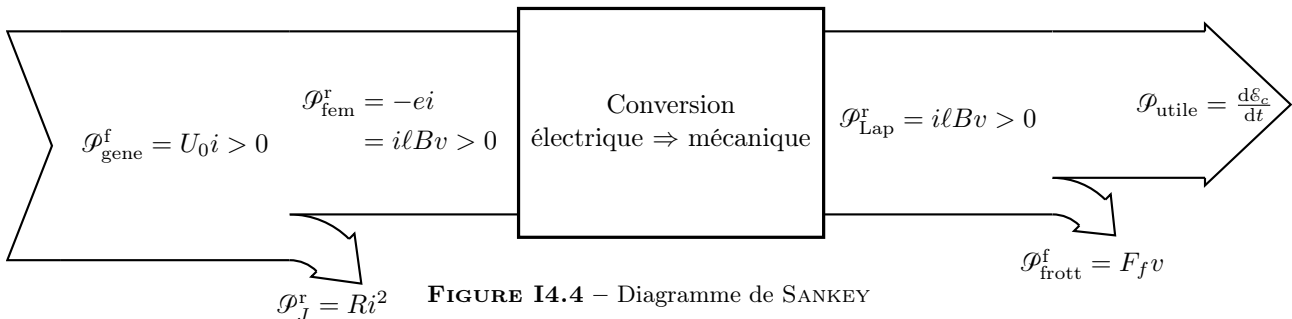
on voit que **contrairement à la thermodynamique**, le **rendement théorique** de conversion électromécanique est de 1 ! En effet, seules les **pertes limitent le transfert**, alors qu'en thermodynamique **les pertes sont inhérentes aux transferts**.

I/A) 7 Bilan global

Important I4.2 : Diagramme de SANKEY moteur

Équation

$$\mathcal{P}_{\text{gene}}^{\text{f}} = \mathcal{P}_J^{\text{r}} + \mathcal{P}_{\text{frott}}^{\text{f}} + \underbrace{\mathcal{P}_{\text{utile}}}_{\frac{d\mathcal{E}_c}{dt}}$$



I/B Exemple des rails de LAPLACE générateurs

Définition I4.2 : Rails de LAPLACE générateurs

Les rails de LAPLACE **générateurs** sont deux conducteurs rectilignes parallèles reliés par une tige mobile conductrice rendant le circuit **déformable**, plongé dans un champ magnétique constant perpendiculaire au circuit avec **une force**  $\vec{F}_{\text{ope}} = F_{\text{ope}} \vec{u}_x$  **constante sur la tige**.

**On néglige l'auto-induction**, et on appelle  $R$  la résistance totale du circuit. Nous pouvons constater expérimentalement que le déplacement du barreau est à l'origine d'un courant de quelques  $\mu\text{A}$  dans le circuit. On étudie alors le circuit ci-contre, avec un dipôle récepteur (tension  $U$ ) quelconque.

Comment se caractérise cette conversion ?

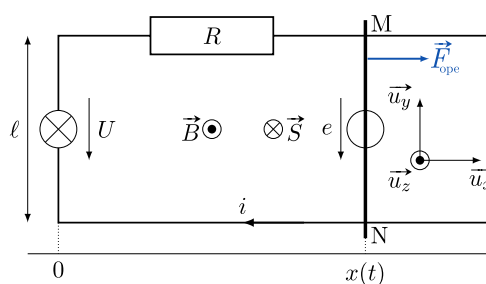


FIGURE I4.5 – Rails générateurs.

**I/B) 1 Analyse qualitative**

- 1) À l'origine de l'induction est la présence d'un champ extérieur  $\vec{B}_{\text{ext}}$  et d'une action mécanique extérieure.
- 2) Ce mouvement implique une **déformation** du circuit
- 3) Il y a donc **variation du flux** et, d'après la loi de FARADAY, une f.é.m. induite y apparaît.
- 4) Le circuit étant fermé, il y a donc également un courant induit, et avec  $\vec{B}_{\text{ext}}$  il apparaît une action de LAPLACE.

L'induction modérant, par ses conséquences, les causes qui lui ont donné naissance, on en conclut que cette **action de LAPLACE s'oppose à la force initiale**, tendant à freiner le barreau.

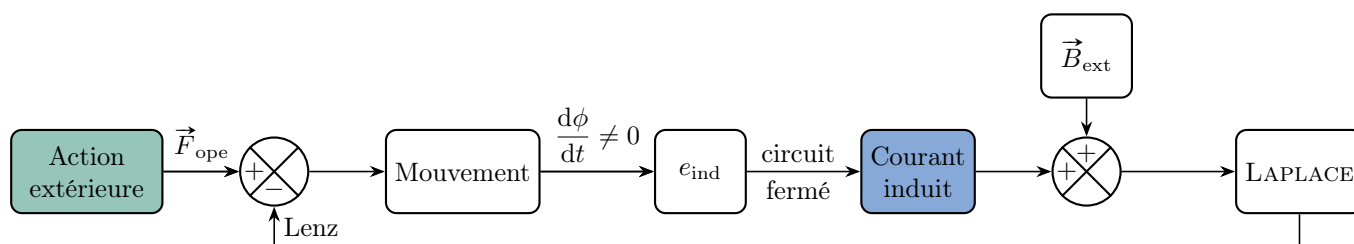


FIGURE I4.6 – Schéma de causalité rails générateurs.

**I/B) 2 Analyse électrique**

La déformation du circuit entraîne une variation de sa surface. Ainsi, même avec un champ magnétique constant, le flux magnétique varie, impliquant l'apparition d'une f.é.m. induite.

$$\vec{S} = -S\vec{u}_z \text{ sens de } i \qquad \phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = -BS = -Blx$$

FARADAY 
$$e = -\frac{d\phi}{dt} = Blv \qquad \text{convention générateur}$$

**♥ Propriété I4.3 : Équation électrique générateur**

Loi des mailles 
$$e = Ri + U \quad \Leftrightarrow \quad Ri = Blv - U \qquad (I4.3)$$

**Remarque I4.2 : Lien FARADAY–LENZ**

On peut observer le lien entre la loi de FARADAY et la loi de LENZ par le signe « - » : si  $\dot{x} > 0$ , la surface augmente donc, en valeur absolue, le flux augmente.

La loi de LENZ nous indique que le courant induit doit modérer cette augmentation, et donc créer un champ induit opposé au champ constant, donc dirigé selon  $-\vec{u}_z$  : on en déduit directement le sens réel de  $i$ .

Avec la loi de FARADAY et un choix arbitraire pour  $i$ , le signe « - » nous donne directement que le flux diminue avec  $x$ , ce qui donne  $e > 0$  et effectivement  $i > 0$  !

**I/B) 3 Analyse mécanique**

On étudie le mouvement de la barre de masse  $m$  dans le référentiel de la salle de classe. BdF :

- ◇ **Poids**  $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{u}_z$  ;
- ◇ **Réaction normale**  $\vec{N} = N\vec{u}_z$  ;

- ◇ Force opérante  $\vec{F}_{\text{ope}} = F_{\text{ope}}\vec{u}_x$ ;
- ◇ Frottements  $\vec{F}_f = -F_f\vec{u}_x$  avec  $F_f > 0$ ;
- ◇ Force de LAPLACE  $\vec{F}_{\text{Lap}} = i\vec{MN} \wedge \vec{B} = -ilB\vec{u}_x$ .

Ainsi, 
$$m \frac{dv}{dt} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{ope}} + \vec{F}_f + \vec{F}_{\text{Lap}}$$
 donc sur  $\vec{u}_x$  :

### ♥ Propriété I4.4 : Équation mécanique générateur

$$m \frac{dv}{dt} = F_{\text{ope}} - ilB - F_f \quad (\text{I4.4})$$

On a donc de nouveau deux équations couplées, reliant  $v$  et  $i$ . On peut obtenir une seule équation que l'on peut résoudre à partir des deux équations obtenues, en utilisant l'équation électrique (I4.3) pour éliminer  $i$  de l'équation mécanique (I4.4).

### I/B) 4 Bilan de puissance

- ◇ Bilan mécanique :  
(I4.4)  $\times v$  :

$$mv \frac{dv}{dt} = \underbrace{F_{\text{ope}}v}_{\mathcal{P}_{\text{ope}}^r} - \underbrace{ilBv}_{\mathcal{P}_{\text{Lap}}^{\text{reçue}}} - \underbrace{F_fv}_{\mathcal{P}_{\text{frott}}^{\text{reçue}} = -\mathcal{P}_{\text{frott}}^{\text{fournie}}}$$

Soit

$$\mathcal{P}_{\text{ope}}^r = \frac{d\mathcal{E}_c}{dt} + \mathcal{P}_{\text{frott}}^f + \mathcal{P}_{\text{Lap}}^f$$

- ◇ Bilan électrique :  
(I4.3)  $\times i$  :

$$\underbrace{ei}_{\mathcal{P}_{\text{fem}}^{\text{fournie}}} = \underbrace{Ri^2}_{\mathcal{P}_J^{\text{reçue}}} + \underbrace{Ui}_{\mathcal{P}_{\text{utile}}^{\text{reçue}}} \quad \text{soit} \quad \boxed{\mathcal{P}_{\text{fem}}^f = \mathcal{P}_J^r + \mathcal{P}_{\text{utile}}^r}$$

avec  $\mathcal{P}_{\text{fem}}^{\text{fournie}} = ilBv$

On retrouve

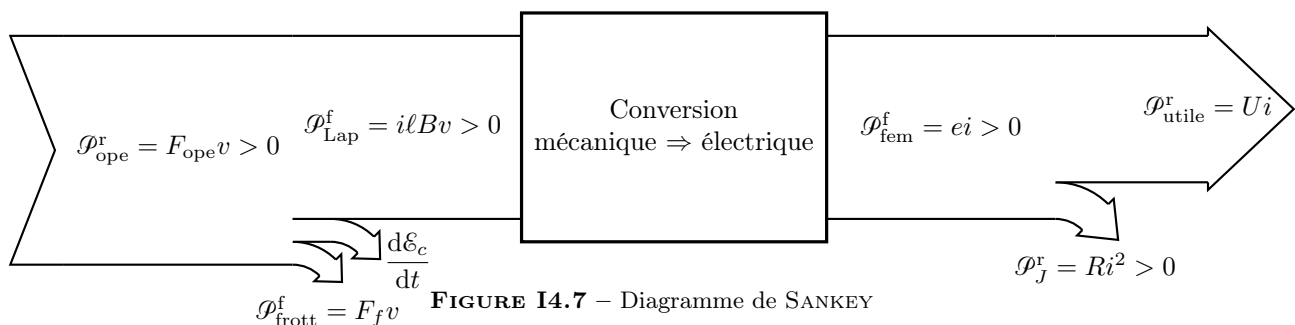
$$\boxed{\mathcal{P}_{\text{fem}}^{\text{fournie}} = \mathcal{P}_{\text{Lap}}^{\text{fournie}}}$$

### I/B) 5 Bilan global

#### Important I4.3 : Diagramme de SANKEY générateur

Équation

$$\mathcal{P}_{\text{ope}}^r = \frac{d\mathcal{E}_c}{dt} + \mathcal{P}_{\text{frott}}^f + \mathcal{P}_J^r + \frac{\mathcal{P}_{\text{utile}}^r}{U_i}$$



### I/C Conclusion

#### Important I4.4 : Conclusion conversion électromécanique

- ◇ La conversion de puissance électromécanique passe par des **phénomènes d'induction** ;
- ◇ La conversion est **réversible** : même dispositif peut réaliser la conversion dans un sens ou l'autre.
- ◇ Le rendement de la conversion électromécanique n'est **pas borné par un principe physique** et peut atteindre 1 en principe.

## II Exemples de convertisseurs

### II/A Le moteur à entrefer plan

La géométrie des rails de LAPLACE peut être modifiée pour obtenir un moteur rotatif alimenté courant continu. Il se compose d'un **stator**, partie fixe constitué d'aimants qui produisent un champ magnétique stationnaire  $\vec{B}_0$ , et d'un **rotor**, partie mobile constituée de  $N$  fils partant dans la direction radiale et parcouru par un courant d'intensité  $i$ .

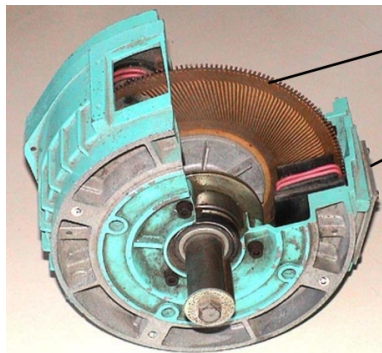


FIGURE I4.8 – Photo d'un moteur à entrefer plan.

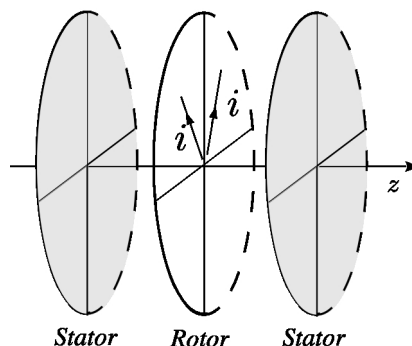


FIGURE I4.9 – Schéma simplifié, vue de côté.

Ce dispositif peut s'utiliser de deux manières :

#### Définition I4.3 : Fonctionnement moteur

On impose un courant  $i$  dans chaque rayon, qui va du centre vers la périphérie. Chaque rayon sera comme un rail de LAPLACE moteur, créant des moments qui s'additionnent.

Via la loi de LENZ, ce mouvement va *in fine* être à l'origine d'une f.é.m. induite, à l'origine d'un courant qui modèrera ce mouvement : le rotor atteint une vitesse angulaire limite, proportionnelle à la tension d'alimentation.

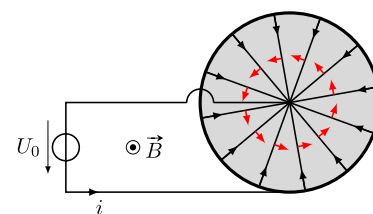


FIGURE I4.10

#### Propriété I4.5 : Moteur entrefer plan

La vitesse de rotation de ces moteurs est très stable, le couple est indépendant de la vitesse de rotation et du fait de la faible inertie du rotor, il réagissent rapidement au changements de vitesse de rotation. Ils sont également peu encombrants. En revanche, leur puissance est limitée à 1 kW.

#### Définition I4.4 : Fonctionnement générateur

On exerce sur la roue un couple  $\Gamma_0$  afin de la forcer à tourner à une vitesse angulaire  $\omega$ .

Chaque rayon joue le rôle d'un rail générateur, créant un courant induit à cause de la rotation dans le champ magnétique stationnaire  $\vec{B}_0$ .

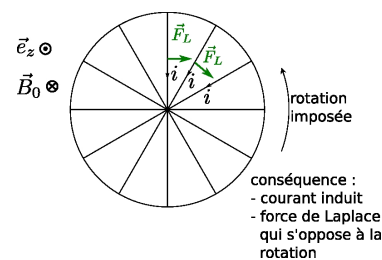


FIGURE I4.11

#### Exemple I4.1 : Moteur entrefer plan au quotidien

- ◇ motorisation vélo;
- ◇ robotique industrielle;
- ◇ médical (pompes à sang, dialyse).

### II/B Le haut-parleur électrodynamique

**Cas particulier des ondes sonores** Le son étant une onde mécanique (propagation de proche en proche de vibrations mécaniques dans un milieu), on peut utiliser des phénomènes d'induction pour convertir un signal électrique en un signal sonore (énergie mécanique).

### ♥ Définition I4.5 : Haut-parleur et microphone

- ◇ On parle de **haut-parleur** pour la conversion de puissance **électrique** en puissance **sonore**/mécanique.
- ◇ On parle de **microphone** pour la conversion de puissance **sonore**/mécanique en puissance **électrique**.

La géométrie des haut-parleurs rend difficile un calcul du flux magnétique à travers un circuit déformable, néanmoins, on peut mettre en évidence quelques-unes de ses caractéristiques sur un modèle très simple dans la géométrie des rails de LAPLACE. Nous le ferons en TD.

## II/C Freinage électromagnétique

Dans le dispositif des rails de LAPLACE, la force de LAPLACE s'oppose au mouvement de la barre, conformément à la loi de LENZ. En l'absence d'opération externe pour maintenir le mouvement ( $F = 0$ ) :

$$v_{\text{lim}} = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = 0 \Rightarrow v(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

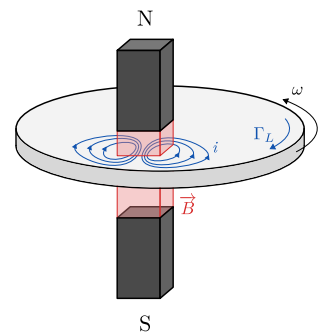
Cela conduit à une décroissance exponentielle de la vitesse de la barre sur un temps  $\tau$ .

### Définition I4.6 : Freinage inductif

C'est le principe des ralentisseurs électromagnétiques utilisés sur les poids lourds. Dans un camion, il y a un disque solidaire de l'essieu qui tourne à la même vitesse angulaire que les roues.

Sur demande de l'œ conducteur, un électroaimant peut générer un champ magnétique orthogonal au disque : des courants induits apparaissent dans le volume du disque : ces courants sont nommés **courant de FOUCAULT**.

Un couple proportionnel à  $\omega$  induit une décroissance exponentielle de la vitesse du camion.



### Propriété I4.6 : Freinage inductif

#### Avantages

- ◇ pas de frottements solides, pas d'usure mécanique ;
- ◇ les forces de LAPLACE sont réparties sur le volume, donc pas d'échauffement localisé ;
- ◇ possibilité de récupérer l'énergie créée ;
- ◇ pas de blocage de la roue : vitesse nulle  $\Rightarrow$  pas de force de freinage.

#### Inconvénient

- ◇ ne permet pas l'arrêt total du véhicule : décroissance exponentielle mais faible à basse vitesse.

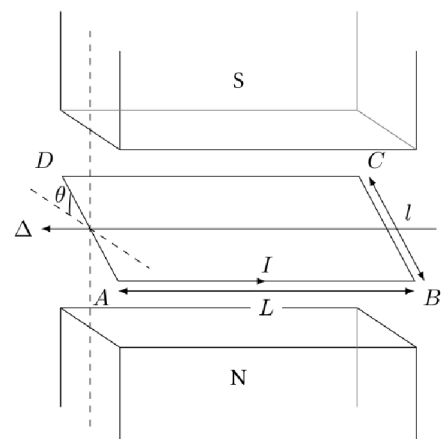
## III Notions d'électrotechnique

### III/A Machine à courant continu

#### Définition I4.7 : Machine à courant continu

On fabrique un moteur en plaçant un rotor constitué d'une spire rectangulaire plongée dans le champ magnétique créé par deux aimants permanents (le champ magnétique est supposé uniforme). La spire a une longueur  $\ell$  et une largeur  $L$  et est parcourue par un courant  $I$ .

Le champ magnétique est vertical, du Nord vers le Sud. On note  $\vec{u}_y$  son sens, soit  $\vec{B} = B\vec{u}_y$ ,  $\vec{u}_x$  est la direction perpendiculaire à  $\vec{u}_y$  et l'axe  $\Delta$  de sorte que  $(xy\Delta)$  soit directe.



**Couple des actions de LAPLACE** La norme du moment magnétique est  $m = IS$ , donc le couple :

$$\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B} = IS\vec{u}_r \wedge B\vec{u}_y = ISB \sin(\theta)\vec{u}_\Delta \Rightarrow \Gamma = ISB \sin(\theta)$$

*A priori*, la spire se stabilise alors dans sa position d'équilibre  $\theta = 0$ . Pour que ce système se comporte comme un moteur, on ajoute un mécanisme qui permet d'**inverser le sens du courant à chaque demi-tour**. Ainsi, si  $0 < \theta < \pi$ , on a le même couple que précédemment, et si  $\pi < \theta < 2\pi$ , on a  $\Gamma = -ISB \sin(\theta)$ ; autrement dit,

$$\Gamma = ISB|\sin(\theta)| \quad \text{soit} \quad \langle \Gamma \rangle = ISB \langle |\sin(\theta)| \rangle_{[0,2\pi]} \Leftrightarrow \langle \Gamma \rangle = \frac{2}{\pi} BSI$$

**Propriété I4.7 : Couple et intensité d'une MCC**

On a alors un **couple proportionnel à l'intensité** :

$$\langle \Gamma \rangle = KI \quad \text{avec} \quad K = 2BS/\pi$$

**Force électromotrice d'induction** On trouve le flux

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B\vec{u}_y \cdot S\vec{u}_r = SB \cos(\theta)$$

Donc 
$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -BS \times (-\dot{\theta} \sin(\theta)) \Leftrightarrow e = BS\omega \sin(\theta)$$

Lorsque  $\pi < \theta < 2\pi$ , la tension est inversée par le collecteur, de sorte que la tension aux bornes de la machine soit  $e = -BS\omega \sin(\theta)$ . Et donc, quel que soit  $\theta$  :

$$e = BS\omega|\sin(\theta)| \quad \text{soit} \quad \langle e \rangle = BS\omega \langle |\sin(\theta)| \rangle_{[0,2\pi]} \Leftrightarrow \langle e \rangle = \frac{2}{\pi} BS\omega$$

**Propriété I4.8 : Tension et vitesse angulaire d'une MCC**

On a alors une **tension proportionnelle à la vitesse angulaire** :

$$\langle e \rangle = K\omega \quad \text{avec} \quad K = 2BS/\pi$$

**Implication I4.2 : Fonctionnement d'une MCC**

Par un bilan de puissances : 
$$eI = K\omega I = K\omega \frac{\Gamma}{K} = \Gamma\omega \Leftrightarrow \mathcal{P}_{\text{elec}} = \mathcal{P}_{\text{Lap}}$$

On peut donc **facilement adapter la charge** en jouant sur l'intensité.

Ce moteur présente cependant l'inconvénient d'imposer une couple variable en fonction de  $\theta$  (le couple est nul pour certaines positions et ne peut démarrer dans ces positions). Les moteurs réels ont donc un champ magnétique radial pour avoir un couple constant.

**III/B Champ magnétique tournant**

**Exemple I4.2 : Champ magnétique tournant**

On place deux bobines à  $90^\circ$  l'une de l'autre. La bobine 1 est parcourue par un courant  $i_1 = i_0 \cos(\omega t)$ , et la bobine 2 par un courant  $i_2 = i_0 \sin(\omega t)$ . Le champ produit par la bobine 1 est  $\vec{B}_1 = B_0 \cos(\omega t)\vec{u}_x$ , et par la bobine 2 est  $\vec{B}_2 = B_0 \sin(\omega t)\vec{u}_y$ , en déphasage de  $\pi/2$ . Le champ total au centre est donc

$$\vec{B} = B_0(\cos(\omega t)\vec{u}_x + \sin(\omega t)\vec{u}_y)$$

c'est-à-dire un champ magnétique tournant. En plaçant un aimant au centre de ce champ, comme il a tendance à s'aligner sur le champ, il va se mettre à tourner : on a construit un moteur, dit **moteur synchrone**.

En pratique, on utilise des tensions triphasées, c'est-à-dire trois signaux de tensions :

$$U_0(t) = U \cos(\omega t) \quad U_1(t) = U \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \quad U_2(t) = U \cos\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right)$$

avec trois bobines placées à des angles  $0, 2\pi/3$  et  $4\pi/3$ .

