

Correction du TD



I Fréquence, longueur d'onde et indice

La lumière visible possède des longueurs d'onde dans le vide comprises entre $[400 ; 800]$ nm.

- 1 À quel intervalle de fréquences cela correspond-il ?

Réponse

On définit $\lambda_{r,0} = 800$ nm et $\lambda_{b,0} = 400$ nm les longueurs d'ondes dans le vide correspondant aux extrémités bleue et rouge du spectre de la lumière visible.

Or,

$$f = \frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow \begin{cases} f_b = \frac{c}{\lambda_{b,0}} \\ f_r = \frac{c}{\lambda_{r,0}} \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \\ \lambda_{b,0} = 400 \text{ nm} = 4,00 \times 10^{-7} \text{ m} \\ \lambda_{r,0} = 800 \text{ nm} = 8,00 \times 10^{-7} \text{ m} \end{cases}$$

A.N. : $f_b = 7,50 \times 10^{14} \text{ Hz} = 750 \text{ THz}$ et $f_r = 3,80 \times 10^{14} \text{ Hz} = 380 \text{ THz}$

- 2 Que deviennent ces longueurs d'ondes

a – dans l'eau d'indice $n_1 = 1,33$?

b – dans un verre d'indice $n_2 = 1,5$?

Réponse

Dans un milieu TLHI, la longueur d'onde change de valeur selon

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

a – dans l'eau d'indice $n_1 = 1,33$,

$$\lambda_{b,\text{eau}} = 300 \text{ nm} \quad \text{et} \quad \lambda_{r,\text{eau}} = 602 \text{ nm}$$

b – dans un verre d'indice $n_2 = 1,5$,

$$\lambda_{b,\text{eau}} = 267 \text{ nm} \quad \text{et} \quad \lambda_{r,\text{eau}} = 533 \text{ nm}$$

Leur couleur ne change cependant pas puisque **la couleur d'une lumière est définie par sa fréquence/longueur d'onde dans le vide.**

- 3 Calculer la valeur de la vitesse de la lumière dans un verre d'indice $n = 1,5$.

Réponse

Dans un milieu TLHI, la vitesse de la lumière se calcule avec

$$v = \frac{c}{n}$$

Avec $n = 1,5$, on a donc

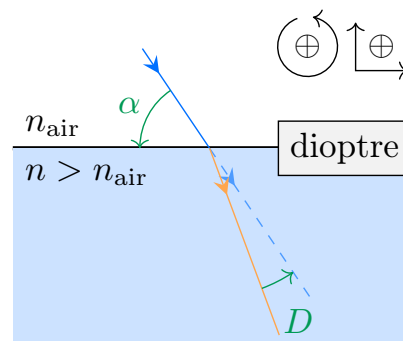
$$v = 2,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$



II Détermination directe de l'indice d'un liquide

1

Un rayon lumineux dans l'air (n_{air}) tombe sur la surface horizontale d'un liquide d'indice n . Il fait un angle $\alpha = 56^\circ$ avec le plan horizontal. La déviation entre le rayon incident et le rayon réfracté est $D = 13,5^\circ$. Quel est l'indice n du liquide ?

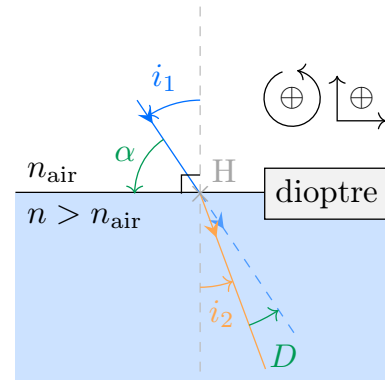


Réponse

Cet exercice est d'une simplicité absolue. Et pourtant...

Données

- 1) Rayon incident sur un dioptre entre air et milieu d'indice n : angle avec le dioptre de 56° ;
- 2) Différence d'angle entre rayon incident et réfléchi (« déviation ») de $13,5^\circ$.



Résultat attendu

Indice du liquide.

Outils du cours

Loi de SNELL-DESCARTES :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

avec n_1 l'indice du milieu d'incidence, n_2 celui du milieu de réfraction, i_1 l'angle d'incidence et i_2 l'angle de réfraction.

Application

Un bon schéma fait attentivement est **nécessaire** ici. En effet, les angles donnés ne sont pas ceux qu'on utilise dans la relation de SNELL-DESCARTES.

En appelant α l'angle entre le rayon et le dioptre, on a

$$\alpha + i_1 = 90^\circ$$

donc $i_1 = 34^\circ$. Et en appelant D la déviation entre les deux rayons, on a

$$i_1 = i_2 + D$$

soit $i_2 = 20,5^\circ$. On en déduit donc

$$n = \frac{\sin i_1}{\sin i_2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} i_1 = 34^\circ \\ i_2 = 20,5^\circ \end{cases} \quad \text{soit} \quad n = 1.6$$



III Incidence de BREWSTER

- 1 Un dioptre plan sépare l'air d'un milieu d'indice n . Pour quelle valeur de l'angle d'incidence le rayon réfléchi est-il perpendiculaire au rayon réfracté ?

Réponse

Avec l'énoncé, un schéma, et les lois de SNELL-DESCARTES, on trouve

$$\diamond i_2 + \frac{\pi}{2} - r = \pi \Leftrightarrow i_2 = \frac{\pi}{2} - r$$

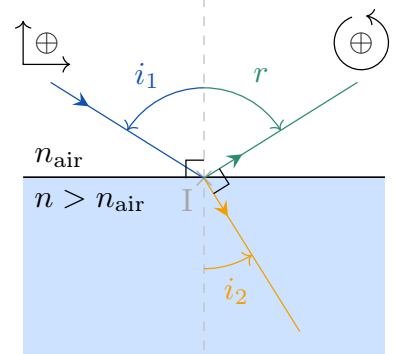
$$\diamond r = -i_1$$

$$\diamond n_{\text{air}} \sin(i_1) = n \sin(i_2)$$

En combinant :

$$n_{\text{air}} \sin(i_1) = n \sin\left(\frac{\pi}{2} - r\right) = n \cos(r) = n \cos(-i_1) = n \cos(i_1)$$

$$\Leftrightarrow \tan(i_1) = \frac{n}{n_{\text{air}}} \Leftrightarrow i_1 = \arctan\left(\frac{n}{n_{\text{air}}}\right)$$



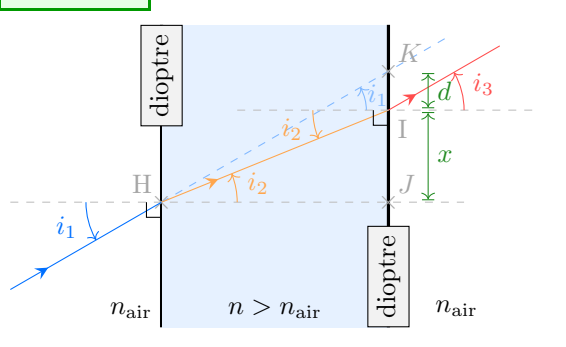
IV Rayon lumineux à travers une vitre

Un rayon lumineux traverse une vitre d'épaisseur $a = 5,0 \text{ mm}$ et d'indice $n = 1,5$ sous une incidence $i_1 = 45^\circ$. Le milieu extérieur est l'air.

- 1 Faire un schéma et calculer l'angle de réfraction i_2 lors du passage à travers la première face (air $\rightarrow$ verre). Calculer alors l'angle de réfraction i_3 lors du passage à travers la deuxième face (verre $\rightarrow$ air).

Réponse

Schéma



Résultat attendu

Le rayon passe deux dioptries de l'air au verre, puis du verre à l'air. On utilise SNELL-DESCARTES pour déterminer la direction du rayon émergent et la comparer à celle du rayon incident.

Application

En H : $\sin i_1 = n \sin i_2$

$$\Leftrightarrow i_2 = \arcsin(\sin(i_1)/n) = 28^\circ;$$

Dedans : i_2 aux deux dioptries;

En I : $\sin i_3 = n \sin i_2$;

D'où : $\cancel{n} \sin i_3 = \cancel{n} \sin i_1$

Ainsi,

$$i_3 = i_1$$

(retour inverse)

Outils

Loi de SNELL-DESCARTES :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

- 2 Justifier que le rayon entrant et le rayon sortant sont parallèles.

Réponse

Comme les dioptries sont parallèles, leurs normales le sont aussi. Ainsi, les rayons émergent et incident sont parallèles.

- 3 Calculer la déviation latérale d (la distance entre le point où sort le rayon émergent et celui où sortirait le rayon incident s'il n'était pas dévié) entre ces deux rayons.

Réponse

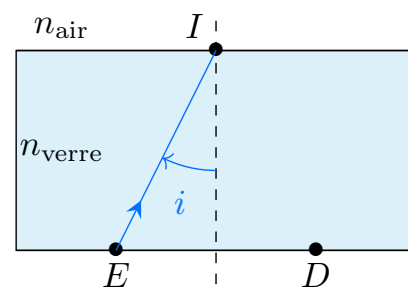
$$\tan(i_2) = \frac{IJ}{HJ} = \frac{x}{a} \quad \text{et} \quad \tan(i_1) = \frac{x+d}{a} = \tan(i_2) + \frac{d}{a}$$

$$\Leftrightarrow d = a(\tan(i_1) - \tan(i_2)) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} a = 5,0 \text{ mm} \\ i_1 = 45^\circ \\ i_2 = 28^\circ \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } d = 2,3 \text{ mm}$$

V Détecteur de pluie sur un pare-brise

On modélise un pare-brise par une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur $e = 5,00 \text{ mm}$, d'indice $n_v = 1,5$. Un fin pinceau lumineux issu d'un émetteur situé en E arrive de l'intérieur du verre sur le dioptré verre $\rightarrow$ air en I avec un angle d'incidence $i = 60,0^\circ$.



- 1 Montrer que le flux lumineux revient intégralement sur le détecteur situé en D et déterminer la distance ED.

Réponse

Pour savoir si le pinceau lumineux revient intégralement, il faut savoir s'il y a réflexion totale à l'interface verre→air. Pour cela, on utilise la formule de l'angle limite de réfraction

$$i_{\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Ici, on a

$$i_{\text{lim},v \rightarrow a} = \arcsin\left(\frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{verre}}}\right) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} n_{\text{air}} = 1,00 \\ n_{\text{verre}} = 1,5 \end{cases}$$

L'application numérique donne

$$i_{\text{lim},v \rightarrow a} = 41,8^\circ$$

Comme $i = 60,0^\circ$, $i > i_{\text{lim},v \rightarrow a}$, et on a donc réflexion totale : aucun rayon ne sera réfracté.

Avec la figure ci-après, on a $\tan(i) = \frac{ED}{2e}$, soit

$$ED = 2e \tan(i) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} e = 5,00 \text{ mm} \\ i = 60,0^\circ \end{cases}$$

L'application numérique donne

$$ED = 1,7 \text{ cm}$$



- 2 Lorsqu'il pleut, une lame d'eau d'indice $n_e = 1,33$ et d'épaisseur $e' = 1,00 \text{ mm}$ se dépose sur un pare-brise. Représenter le rayon lumineux dans ce cas. À quelle distance du détecteur arrive-t-il ?

Réponse

Dans le cas où une fine couche d'eau recouvre le verre, on doit calculer le nouvel angle limite de réfraction pour l'interface verre→eau. Comme précédemment, on utilise la formule et on trouve

$$i_{\text{lim},v \rightarrow e} = 62,5^\circ \quad (\text{O1 et 2.1})$$

Cette fois, l'angle d'incidence $i < i_{\text{lim},v \rightarrow e}$. On va donc avoir réfraction. On détermine l'angle de réfraction i_2 avec la loi de SNELL-DESCARTES pour la réfraction : $n_2 \sin(i_2) = n_1 \sin(i_1)$. Dans notre cas, $n_2 = n_{\text{eau}}$, $n_1 = n_{\text{verre}}$ et $i_1 = i$; on aura donc

$$i_2 = \arcsin\left(\frac{n_{\text{verre}} \sin(i)}{n_{\text{eau}}}\right) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} n_{\text{verre}} = 1,5 \\ i = 60,0^\circ \\ n_{\text{eau}} = 1,33 \end{cases}$$

D'où

$$i_2 = 77,6^\circ$$

Ce rayon réfracté (en vert sur la figure) va ensuite rencontrer le dioptre eau→air en J, pour lequel l'angle limite de réfraction est

$$i_{\text{lim},e \rightarrow a} = 48,8^\circ$$

Comme $i_2 > i_{\text{lim},e \rightarrow a}$, on a une nouvelle réflexion totale avec $r' = -i_2$, ramenant le pinceau vers le dioptre eau→verre en un point K. Dans cette situation comme la valeur absolue de r' est la même que celle de i_2 , le principe du retour inverse de la lumière nous permet de déterminer directement que l'angle de réfraction de l'eau vers le verre i_3 a la même valeur absolue que l'angle d'incidence du verre vers l'eau i_1 .

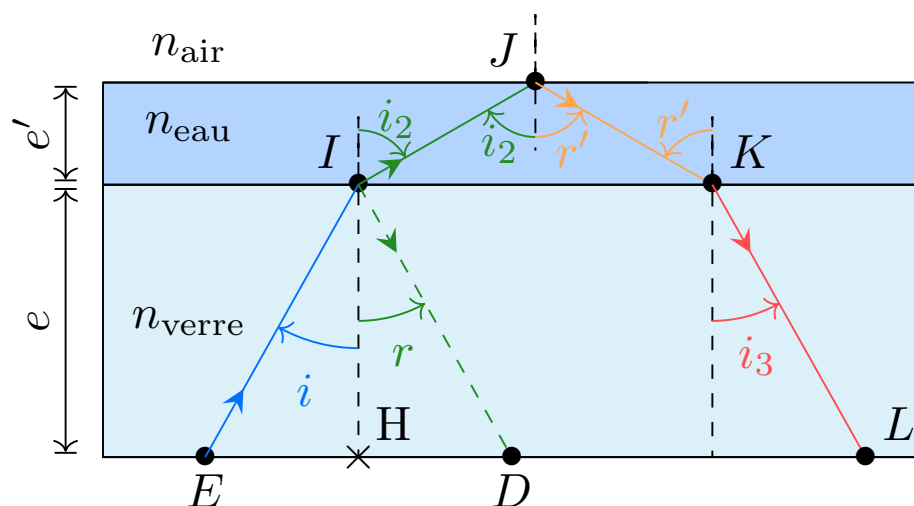
Avec le schéma ci-après, on peut déterminer que $DL = IK$ (l'abscisse supplémentaire du trajet dans l'eau) et utiliser la trigonométrie pour trouver

$$IK = 2e' \tan(i_2) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} e' = 1,00 \text{ mm} \\ i_2 = 77,6^\circ \end{cases}$$

soit

$$DL = 9,10 \text{ mm}$$

Ainsi, le rayon ne tombe plus sur le détecteur mais à côté ; un système de commande relié au détecteur peut alors déclencher les essuie-glaces.



Correction du TD



I Fibre optique à saut d'indice

Les câbles à fibres optiques permettent la transmission à haut débit de tous types de signaux électromagnétiques, sur de longues distances avec très peu d'atténuation ; ceux-ci se propagent comme la lumière. Chaque câble comporte un grand nombre de fibres très fines.

Une fibre optique à saut d'indice peut être assimilée à un cylindre de révolution d'axe Oz , constitué d'un cœur de rayon a (de l'ordre de 8 à 50 μm) et d'indice n_1 , entouré d'une couche cylindrique appelée *gaine*, d'épaisseur $b - a$ et d'indice $n_2 < n_1$.

Un rayon pénètre depuis l'air $n_{\text{air}} = 1$ dans la fibre par sa base en O , en faisant un angle θ avec l'axe optique confondu avec Oz .

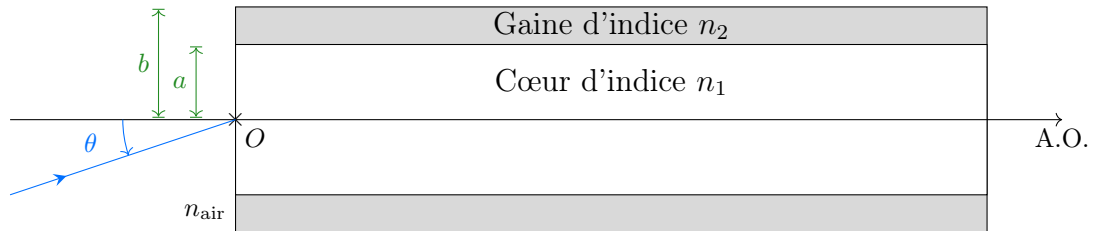


FIGURE TDO2.1 – Schéma d'une fibre optique à saut d'indice.

- 1 Exprimer une condition sur θ en fonction des indices n_1 et n_2 pour que le rayon ne se propage uniquement dans le cœur de la fibre.

Réponse

♥ Démonstration TDO2.1 : Cône d'acceptance de la fibre optique

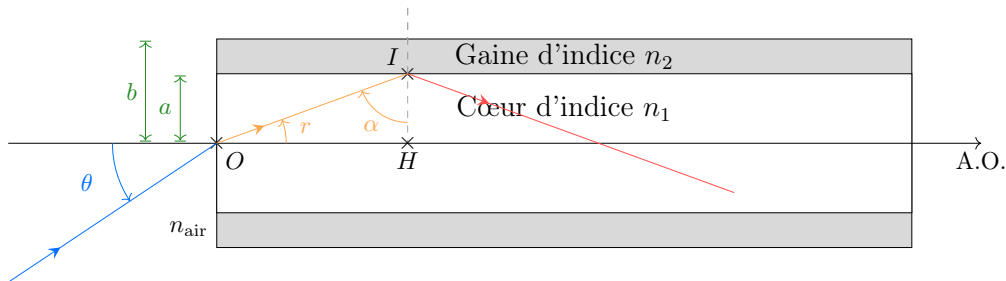


FIGURE TDO2.2 – Schéma d'une fibre optique à saut d'indice.

Le rayon ne se propage que s'il y a réflexion totale au niveau de l'interface entre le cœur et la gaine, en I . En effet, s'il y a réflexion en I , les dioptries étant parallèles, on aura cette condition vérifiée pour toutes les réflexions suivantes. Ceci se traduit par

$$n_1 \sin(\alpha_{\text{lim}}) = n_2 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \sin(\alpha_{\text{lim}}) = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{O2.1})$$

On va ensuite transformer cette relation sur α en une relation sur r dans le triangle OHI , et relier r à θ grâce à la réfraction en O .

$$\text{En } O : \quad \underbrace{n_{\text{air}}}_{=1} \sin(\theta) = n_1 \sin(r) \Leftrightarrow \boxed{\sin(r) = \frac{\sin(\theta)}{n_1}} \quad (\text{O2.2})$$

$$\triangle OIH : \quad \alpha - r = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + r \quad (\text{O2.3})$$

$$\text{En } I, \text{ on veut :} \quad \sin(\alpha) \geq \sin(\alpha_{\text{lim}})$$

$$(\text{O2.1}) \text{ et } (\text{O2.3}) : \quad \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} + r\right) \geq \frac{n_2}{n_1}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\cos(r) \geq \frac{n_2}{n_1}} \quad (\text{O2.4})$$

Or, dans l'équation (O2.2), on a une expression de $\sin(r)$ en fonction de θ . Pour relier θ à r , on va convertir notre condition (O2.4) en une expression utilisant $\sin(r)$ grâce à la formule de trigonométrie $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$:

$$\begin{aligned} (O2.4)^2 &\Rightarrow \cos^2(r) \geq \frac{n_2^2}{n_1^2} \\ &\Leftrightarrow 1 - \sin^2(r) \geq \frac{n_2^2}{n_1^2} \\ &\Leftrightarrow 1 - \frac{\sin^2(\theta)}{n_1^2} \geq \frac{n_2^2}{n_1^2} \quad (O2.2) \\ &\Leftrightarrow n_1^2 - \sin^2(\theta) \geq n_2^2 \quad \times n_1^2 \end{aligned}$$

On isole θ dans cette inégalité :

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \sin^2(\theta) \leq n_1^2 - n_2^2 \\ &\Rightarrow |\sin(\theta)| \leq \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \\ &\Leftrightarrow |\theta| \leq \arcsin\left(\sqrt{n_1^2 - n_2^2}\right) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \sqrt{(\cdot)^2} = |\cdot| \\ \sqrt{x} \text{ croissante sur } \mathbb{R}^+ \\ |\sin(\theta)| = \sin(|\theta|) \text{ sur } [-\pi; \pi] \end{array} \right\}$$

♥ Propriété TDO2.1 : Cône d'acceptance de la fibre optique

La condition sur l'angle d'incidence θ pour que le rayon se propage uniquement dans le cœur de la fibre est

$$|\theta| \leq \arcsin\left(\sqrt{n_1^2 - n_2^2}\right)$$

L'angle $\theta_{\text{lim}} = \arcsin(\sqrt{n_1^2 - n_2^2})$ définit un cône d'acceptance de la fibre optique : les rayons incidents dont l'angle d'entrée θ est supérieur à θ_{lim} ne se propagent pas dans la fibre mais en ressortent.

2 Déterminer l'écart temporel entre la sortie du rayon le plus rapide (en ligne droite) et le rayon le plus lent ($\theta = \theta_{\text{lim}}$).

Réponse

♥ Démonstration TDO2.2 : Dispersion intermodale de la fibre optique

On cherche le temps parcouru par deux rayons, l'un en ligne droite, l'autre entrant avec l'angle limite d'acceptance θ_{lim} . Les deux rayons vont à la vitesse $v = c/n_1$ dans le cœur de la fibre : il s'agit donc de trouver la distance que chacun parcourt.

◇ Pour celui en ligne droite, la distance est L ; sa durée de parcours est donc

$$\Delta t = \frac{L}{v} = \frac{n_1 L}{c}$$

◇ Pour le second rayon, sa distance parcourue L' est la somme des hypoténuses de chaque triangle rectangle formé par le rayon et l'axe optique. On peut « déplier » ces triangles dans le « monde miroir », en continuant le dessin du rayon réfléchi en ligne droite. On voit alors que la distance parcourue est l'hypoténuse du triangle de longueur L et d'angle α_{lim} , tel que

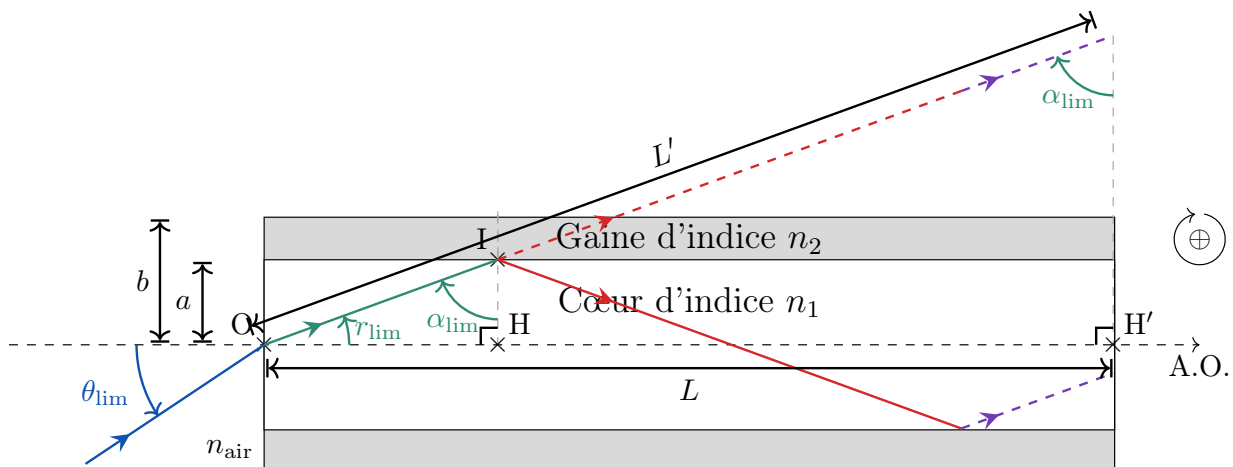


FIGURE TDO2.3 – Détermination de L' pour le rayon le plus lent.

$$\sin(\alpha_{\text{lim}}) = \frac{L}{L'} \Leftrightarrow L' = \frac{L}{\sin(\alpha_{\text{lim}})} \stackrel{(O2.1)}{\Leftrightarrow} \boxed{L' = L \frac{n_1}{n_2}}$$

D'où la durée

$$\Delta t' = \frac{L'}{v} = \frac{n_1 L}{c} \frac{n_1}{n_2}$$

Ainsi, l'écart temporel entre les deux rayons est

$$\delta t = \Delta t' - \Delta t \Leftrightarrow \delta t = \frac{n_1 L}{c} \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right)$$



♥ Propriété TDO2.2 : Dispersion intermodale de la fibre optique

L'écart temporel entre la sortie du rayon le plus rapide (en ligne droite) et le rayon le plus lent ($\theta = \theta_{\text{lim}}$) est

$$\delta t = \frac{n_1 L}{c} \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right)$$

- 3 La fibre permet de transporter de très courtes impulsions lumineuses, qu'on doit pouvoir distinguer à la sortie. Déterminer le débit maximal d'information possible avec cette fibre en Mb/s, avec 1 b correspondant à une impulsion, avec $L = 100 \text{ km}$, $n_1 = 1,500$ et $n_2 = 1,498$. Commenter le résultat.

Réponse

Les impulsions en entrée sont envoyées avec une période T . Chacune va être étalée de la durée δt . Pour pouvoir les distinguer, il faut **non-recouvrement** des paquets étalés : ainsi, il faut qu'au minimum on ait $T = \delta t$, et donc au maximum la fréquence sera

$$f_{\text{max}} = 1/\delta t \Leftrightarrow f_{\text{max}} = \frac{c}{n_1 L} \cdot \frac{n_2}{n_1 - n_2}$$

$$\text{avec } \begin{cases} n_1 = 1,500 \\ n_2 = 1,498 \\ c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \\ L = 100 \text{ km} = 1 \times 10^5 \text{ m} \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \underline{f_{\text{max}} = 1 \text{ Mb/s}}$$

ce qui est bien inférieur à ce que proposent les fournisseurs d'accès à internet de nos jours. Ainsi, en pratique on n'utilise pas de fibre optique à saut d'indice pour cette raison.

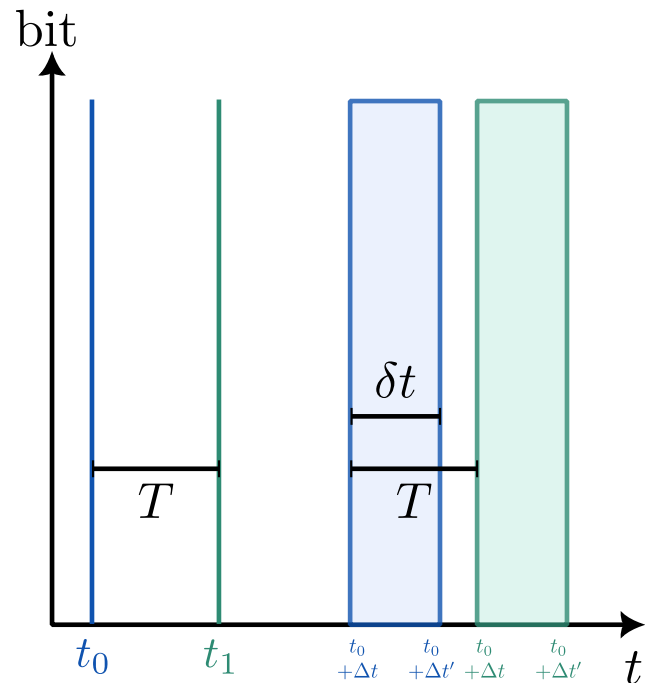


FIGURE TDO2.4 – Étalement des impulsions



II Mirages

- 1 Lorsque le sol est très « chaud », la température de l'air est d'autant plus élevée qu'il est proche du sol. Plus la température de l'air est élevée, moins son indice optique est élevé. On décompose l'atmosphère en N couches planes isothermes dont l'indice optique augmente avec l'altitude :

$$\forall k \in \mathbb{N}^* \quad \text{et} \quad 1 \leq k \leq N, \quad n_{k+1} > n_k$$



FIGURE O2.5 – Photo d'un mirage chaud

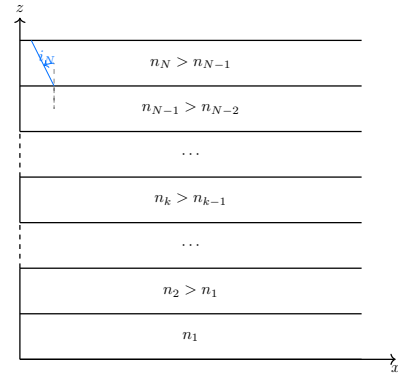


FIGURE O2.6 – Modèle d'atmosphère stratifié

- a – Montrer que $n_k \sin(i_k)$ est constant, où k désigne la k -ième couche atmosphérique.

Réponse

À chaque interface, $n_k \sin(i_k) = n_{k-1} \sin(i_{k-1})$; notamment, avec $k = 2$, on a $n_2 \sin(i_2) = n_1 \sin(i_1)$. Ainsi, tous les $n_k \sin(i_k)$ sont égaux.



- b – Tracer les rayons réfractés par les couches d'air successives en faisant apparaître les angles d'incidence et de réfraction, puis montrer que pour un angle d'incidence initial suffisamment grand, une réflexion totale se produit.

Réponse

Voir figure ci-après.

À chaque « dioptre », on a $\sin(i_{\text{lim},k}) = \frac{n_{k-1}}{n_k}$. Sa valeur maximale est à $k = 2$: $\sin(i_{\text{lim},2}) = \frac{n_1}{n_2}$. Comme $n_k \sin(i_k)$ est constant et que n_k diminue, on sait que i_k augmente : ainsi, si l'angle d'incidence i_N est suffisamment grand, il y aura un i_k supérieur à $i_{\text{lim},2}$ et donc réflexion totale.



- c – Pour une variation continue de l'indice n , tracer qualitativement le trajet d'un rayon lumineux issu du ciel. Dans quel sens et direction sa trajectoire est-elle courbée ?

Réponse

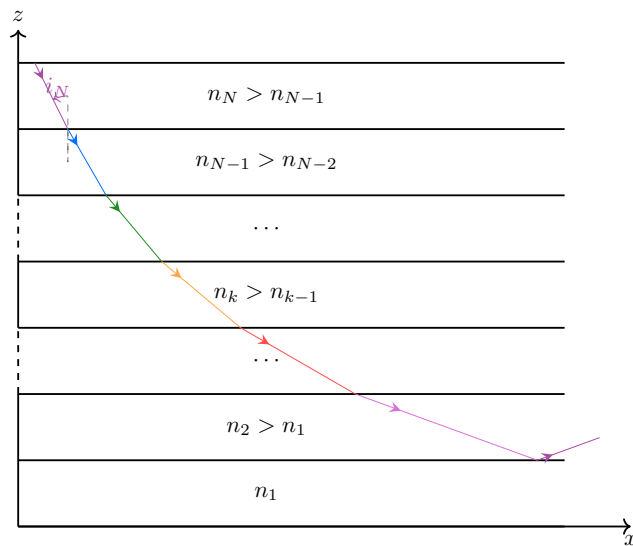


FIGURE O2.7 – Rayons d'un mirage chaud. La trajectoire est courbée perpendiculairement vers le haut.



- d – Interpréter alors le mirage chaud observé sur la photo ci-dessus. Faire un schéma.

Réponse

Alors qu'on devrait voir le sable, les rayons venant du haut des collines sont déviés vers le haut : on a l'impression de voir à travers la dune.



Il arrive que la mer soit nettement plus « froide » que l'atmosphère. La température de l'air augmente alors avec l'altitude. Que peut-on observer si on regarde un bateau ou une île au loin ? Interpréter le mirage froid de la photo O2.8 ci-contre. Justifier par un schéma.



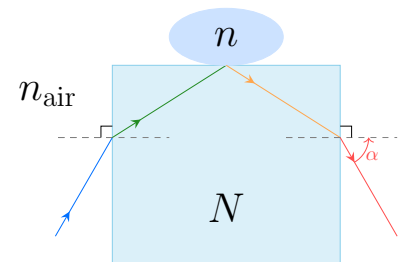
FIGURE O2.8 – Mirage froid.

Réponse

Cette fois ce sont les rayons dirigés vers le haut d'un objet lointain qui sont déviés vers le bas : on a l'impression de voir des objets au-dessus du niveau de la mer. Schéma non fourni.

**III Réfractomètre de PULRICH**

Un réfractomètre de PULRICH est constitué d'un bloc de verre de section rectangulaire d'indice N connu, sur lequel on a déposé une goutte de liquide d'indice n inconnu ($n < N$). On observe un faisceau de rayons parallèles à la limite réfraction/réflexion totale et on mesure en sortie l'angle α dans ce cas.



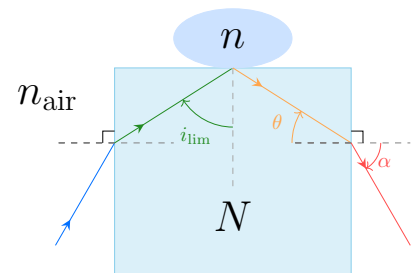
- 1 Établir l'expression de n en fonction de N et α .

Réponse

$\sin(i_{\text{lim}, N \rightarrow n}) = \frac{n}{N}$ d'une part. D'autre part, $N \sin(\theta) = \sin \alpha$, mais on a aussi

$\theta = \pi/2 - i_{\text{lim}}$: on a donc $\sin \theta = \cos i_{\text{lim}} = \sqrt{1 - \left(\frac{n}{N}\right)^2}$. Ainsi, $\sin^2 \alpha = N^2 \left(1 - \frac{n^2}{N^2}\right)$; autrement dit,

$$\boxed{n = \sqrt{N^2 - \sin^2 \alpha}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} N = 1,622 \\ \alpha = 60^\circ \end{cases}$$



- 2 Application numérique : calculer n sachant que $N = 1,626$ et $\alpha = 60^\circ 0'$.

Réponse

A.N. :

$$\boxed{n = 1,376}$$

**IV Réfraction et dispersion**

- 1 Un rayon lumineux, se propageant dans l'air, arrive avec une incidence $i = 40^\circ$ sur un dioptre air/verre plan. Si on considère que ce rayon est constitué de lumière blanche, calculer l'écart angulaire entre les rayons réfractés extrêmes.

Données

L'indice du verre est donné par la formule de Cauchy :

$$n = A + \frac{B}{\lambda_0^2}$$

avec $A = 1,504$ et $B = 4,188 \times 10^{-15} \text{ m}^2$; l'indice de l'air est $n_{\text{air}} = 1,000$.

Réponse

La lumière blanche est constituée d'une superposition de longueurs d'onde dans le vide entre $[400 ; 800] \text{ nm}$. Quand ce faisceau arrive sur le dioptre et passe dans le milieu, l'indice de réfraction, qu'on utilise dans la relation de

SNELL-DESCARTES, change selon la longueur d'onde dans le vide. Pour une même valeur de i incident on aura donc deux valeurs extrêmes de r réfracté, que l'on nomme r_b et r_r pour « bleu » et « rouge », selon :

$$\begin{array}{l} n_{\text{air}} \sin(i) = n_b \sin(r_b) \\ n_{\text{air}} \sin(i) = n_r \sin(r_r) \end{array} \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{array}{l} r_b = \arcsin\left(\frac{n_{\text{air}} \sin(i)}{n_b}\right) \\ r_r = \arcsin\left(\frac{n_{\text{air}} \sin(i)}{n_r}\right) \end{array}$$

Comme $\lambda_{0,b} < \lambda_{0,r}$, $\underbrace{n(\lambda_{0,b})}_{n_b} > \underbrace{n(\lambda_{0,r})}_{n_r}$ et forcément $r_b < r_r$. On calcule :

$$\begin{array}{l} n_b = 1,53 \\ n_r = 1,51 \end{array} \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{array}{l} r_b = 24,8^\circ \\ r_r = 25,2^\circ \end{array}$$

L'écart angulaire est donc

$$\theta = r_r - r_b = 0,35^\circ$$

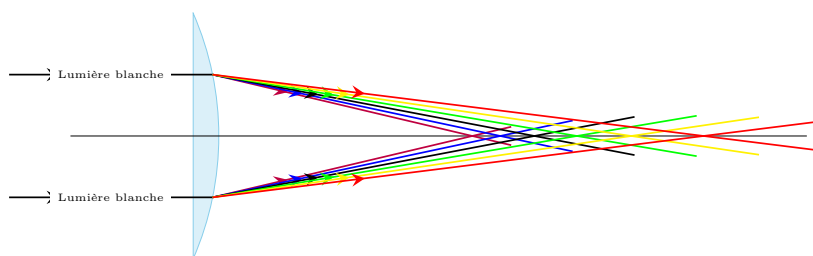


FIGURE O2.9 – Exemple (exagéré) de dispersion (aberration chromatique).

