Dipôles et associations

Sommaire

I Dipôles usuels **2**
I/A Généralités sur les dipôles 2
I/B Résistance 2
I/C Interrupteurs ouverts et fermés 2
I/D Sources de tension et de courant 3
II Associations de dipôles **4**
II/A En série 4
II/B En parallèle 5
II/C Entraînements 6
III Condensateurs et bobines **7**
III/A Condensateur 7
III/B Bobine 9

Capacités exigibles

- ☐ Connaître les relations entre l'intensité et la tension.
- ☐ Citer des ordres de grandeurs des composants R, L, C.
- ☐ Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance.
- ☐ Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine.
- ☐ Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente.
- ☐ Établir et exploiter les relations des diviseurs de tension ou de courant.
- ☐ Modéliser une source en utilisant la représentation de Thévenin.

L'essentiel

Définitions

☐ E2.1 : Caractéristique et relation courant-tension 2
☐ E2.2 : Vocabulaire des caractéristiques 2
☐ E2.3 : Résistor et relation courant-tension . . 2
☐ E2.4 : Interrupteurs ouvert et fermé 3
☐ E2.5 : Générateurs de tension 3
☐ E2.6 : Générateurs de courant 4
☐ E2.7 : Condensateur 7
☐ E2.8 : Condensateur réel 8
☐ E2.9 : Bobine 9
☐ E2.10 : Bobine réelle 10

Propriétés

☐ E2.1 : $R_{\text{série}}$ et diviseur de tension 4
☐ E2.2 : Résistance de sortie pour E_0 5
☐ E2.3 : R_{para} et diviseur de courant 5
☐ E2.4 : Résistance de sortie pour I_0 5
☐ E2.5 : Charge et capacité 7
☐ E2.6 : Relation courant-tension de C 8
☐ E2.7 : Conditions limites pour C 8
☐ E2.8 : Énergie stockée dans C 8
☐ E2.9 : Relation courant-tension de L 9
☐ E2.10 : Conditions limites pour L 9
☐ E2.11 : Énergie stockée dans L 10

Démonstrations

☐ E2.1 : $R_{\text{série}}$ et diviseur de tension 4
☐ E2.2 : Résistance de sortie pour E_0 5
☐ E2.3 : R_{para} et diviseur de courant 5
☐ E2.4 : Résistance de sortie pour I_0 6
☐ E2.5 : Relation courant-tension de C 8
☐ E2.6 : Conditions limites pour C 8
☐ E2.7 : Énergie stockée dans C 8
☐ E2.8 : Conditions limites pour L 9
☐ E2.9 : Énergie stockée dans L 10

Interprétations

☐ E2.1 : Cas limite des interrupteurs 2
☐ E2.2 : Relation courant-tension de C 7

Implications

☐ E2.1 : Puissance de R 2

Applications

☐ E2.1 : Résistance équivalente 6
☐ E2.2 : Ponts diviseurs de tension 6
☐ E2.3 : Pont diviseur de courant 7

Erreurs communes

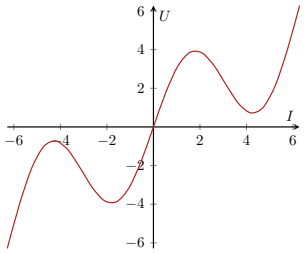
☐ E2.1 : Tension d'un interrupteur ouvert . . . 3
☐ E2.2 : Application des ponts 4
☐ E2.3 : Utilisation des ponts 7

I Dipôles usuels

I/A Généralités sur les dipôles

Définition E2.1 : Caractéristique et relation courant-tension

On appelle **caractéristique** d'un dipôle la fonction $U = f(I)$ ou $I = g(U)$. Sauf indication contraire, elle est déterminée **en régime continu**. L'expression analytique est appelée **relation courant-tension** (RCT).



Cas particuliers

- ◇ **Court-circuit** [1] : $\forall\, I,\ U = 0$.
- ◇ **Circuit ouvert** $\forall\, U,\ I = 0$.

Définition E2.2 : Vocabulaire des caractéristiques

Passif

- ◇ **Pas** alimenté, récepteur.
- ◇ **Passe par (0,0)**.

Actif

- ◇ **Est** alimenté, générateur.
- ◇ **Ne passe pas par (0,0)**.

Linéaire

Un dipôle est dit **linéaire** si sa caractéristique est une **droite**.

Non-linéaire

Non-linéaire si sa caractéristique n'est **pas une droite**.

Symétrique

Symétrique ⇔ **impaire**.
Symétrique ⇒ passif.

Asymétrique

Asymétrique si sa caractéristique n'est **pas impaire**.

I/B Résistance

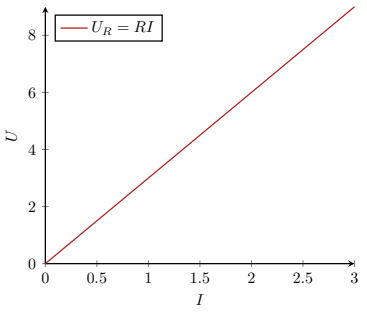
♥ Définition E2.3 : Résistor et relation courant-tension

Un résistor est un dipôle **récepteur**, dont la **relation courant-tension** suit la **loi d'Ohm** :

$$\Leftrightarrow \boxed{U = \pm RI} \quad \boxed{GU = \pm I} \qquad \text{avec} \quad \begin{cases} + \text{ en conven° récepteur} \\ - \text{ en conven° générateur} \end{cases}$$

Unités $\begin{cases} R \text{ en } \Omega \\ G \text{ en S} \end{cases}$

avec R la résistance, $G = 1/R$ la conductance.



Implication E2.1 : Puissance de R

En utilisant la RCT de la résistance *en convention récepteur* et l'expression de la puissance d'un dipôle, on a

$$\boxed{\mathcal{P}^{\text{conv.R}}_{\text{reçue}} = RI^2 = \frac{U^2}{R} = GU^2}$$

qui est alors bien positive. Dans le cas de la résistance, cette puissance est entièrement **dissipée** par effet Joule.

I/C Interrupteurs ouverts et fermés

Interprétation E2.1 : Cas limite des interrupteurs

La **résistance** quantifie à quel point le **courant circule ou non**. Il y a alors deux situations extrêmes, qui correspondent aux interrupteurs :

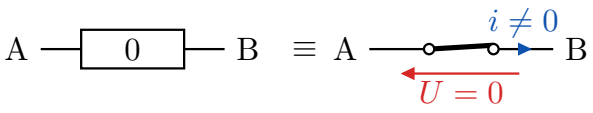
- ◇ si $R = 0$, le courant circule librement donc $i \neq 0$;
- ◇ si $R = +\infty$, le courant ne circule pas donc $i = 0$.

1. On dit qu'un dipôle est court-circuité lorsqu'un fil est branché entre ses deux bornes.

♥ Définition E2.4 : Interrupteurs ouvert et fermé

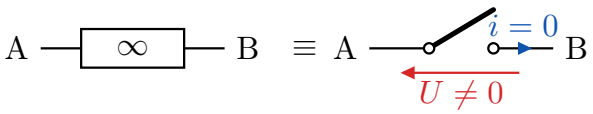
Interrupteur fermé

◇ $R = 0$; ◇ $i \neq 0$; ◇ $U = 0$.



Interrupteur ouvert

◇ $R \to +\infty$ ◇ $i = 0$ ◇ $\boxed{U \neq 0}$



♥ Attention E2.1 : Tension d'un interrupteur ouvert

Il y a deux erreurs malheureusement récurrentes concernant la tension d'un interrupteur ouvert : considérer que $U = 0$ ou $U = \infty$. Elles sont signe d'une mauvaise compréhension de base des circuits électriques. Rectifions :

◇ **La tension n'est pas infinie** ! La modélisation d'un interrupteur ouvert par une résistance infinie est à modérer, et à ne pas étendre ou déformer : même dans ce modèle, il n'y a **jamais** de tension ou d'intensité infinie dans un circuit !

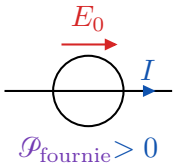
◇ **La tension n'est surtout pas nulle**[2] ! ! Par construction, si le courant ne circule pas, c'est qu'il y a une **accumulation de charges d'un côté**, et donc une **différence de potentiel** s'établit et la tension n'est pas (forcément) nulle : $U \neq 0$.

I/D Sources de tension et de courant

♥ Définition E2.5 : Générateurs de tension

Générateur idéal

Il **impose une tension**, le courant débité est lui imposé par le reste du circuit électrique. Il est dit **idéal** si la tension imposée est **constante**, quel que soit le courant débité.



Générateur réel

Avec les effets résistifs, la tension imposée et le courant débité sont liés :

$$\boxed{U = E_0 - rI}$$

On parle de **générateur de Thévenin**, et on le note (E_0,r) sur un schéma ; E_0 est la **force électromotrice** (fém).

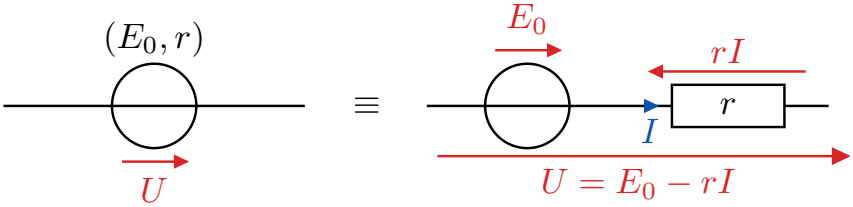


Figure E2.1

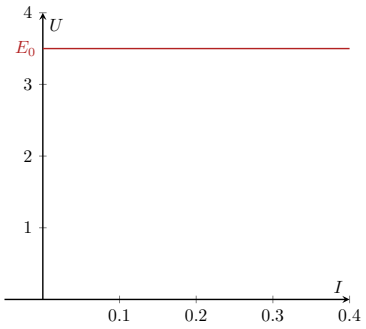


Figure E2.2 – Idéal.

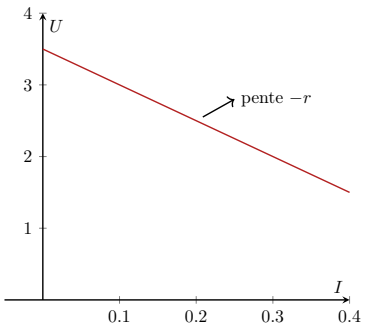


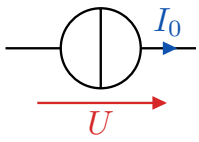
Figure E2.3 – Réel.

2. Sauf pour un interrupteur ouvert mais court-circuité : le fil l'« emporte » et $U = 0$.

♥ Définition E2.6 : Générateurs de courant

Générateur idéal

Il **impose un courant**, la tension à ses bornes est lui imposé par le reste du circuit électrique. Il est dit **idéal** si le courant débité est constant quelle que soit la tension à ses bornes.



Générateur réel

À cause des effets résistifs, le courant imposé et la tension induite sont liées :

$$I = I_0 - \frac{U}{r_N}$$

On parle de **générateur de Norton**, et on le note (I_0,r_N).

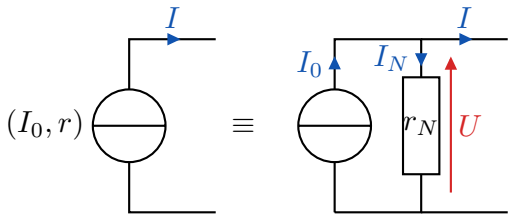


Figure E2.4

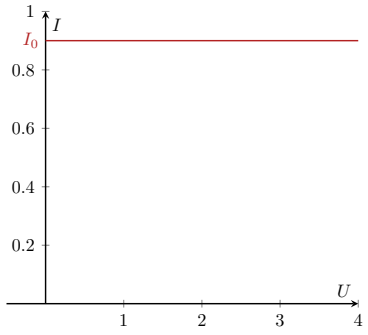


Figure E2.5 – Idéal.

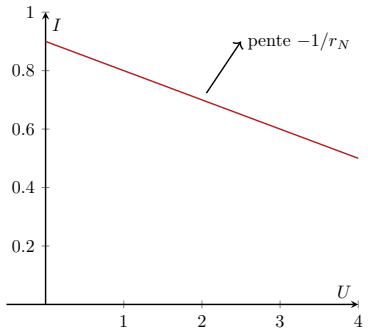


Figure E2.6 – Réel.

II Associations de dipôles

II/A En série

♥ Propriété E2.1 : Résistances en série : pont diviseur de tension

Des résistances R_k en série entre les nœuds A et B forment un dipôle équivalent de résistance

$$R_{\text{série}} = \sum_k R_k$$

On dit qu'**en série, les résistances s'ajoutent**. Chaque résistance supporte alors la **même intensité** I mais elles se **divisent la tension** totale U_{AB}, tel que :

$$U_k = \frac{R_k}{R_{\text{série}}} U_{\text{AB}}$$

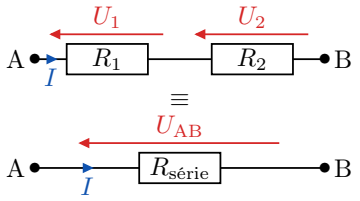


Figure E2.7

Démonstration E2.1 : Résistances en série et pont diviseur de tension

Association en série

À partir de la Figure E2.7, on utilise l'additivité des tensions, la loi d'Ohm, on factorise et on identifie.

$$U_{\text{AB}} = U_1 + U_2 \Leftrightarrow U_{\text{AB}} = R_1 I + R_2 I$$
$$\Leftrightarrow U_{\text{AB}} = (R_1 + R_2) I \Leftrightarrow U_{\text{AB}} = R_{\text{série}} I$$
$$\Leftrightarrow \boxed{R_{\text{série}} = R_1 + R_2}$$ ■

Pont diviseur de tension

On part de ce qui est partagé dans le circuit, ici l'intensité :

$$I = \frac{U_k}{R_k} \quad \text{et} \quad I = \frac{U_{\text{AB}}}{R_{\text{série}}}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{U_k = \frac{R_k}{R_{\text{série}}} U_{\text{AB}}}$$ ■

♥ Attention E2.2 : Application des ponts

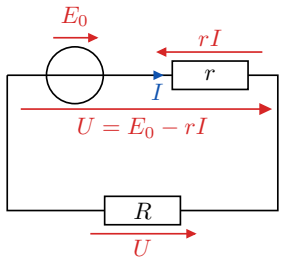
La relation mathématique vient avec le schéma exact : si U_2 n'est pas dans ce sens, il faudra prendre son opposé. **Il faut donc faire des schémas équivalents avant de faire des calculs !**

♥ Propriété E2.2 : Résistance de sortie pour E_0

On peut approximer un générateur réel de fém E_0 et résistance interne r par un générateur idéal E_0 si la tension U d'une résistance R branchée à ses bornes est suffisamment proche de E_0.

Cette condition **dépend de R et r** et se traduit par la relation :

$$\boxed{r \ll R}$$

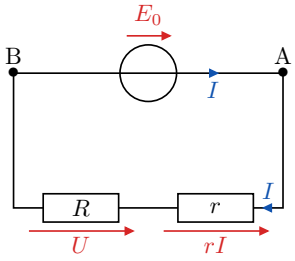


♥ Démonstration E2.2 : Résistance de sortie pour E_0

On applique la formule du pont diviseur de tension pour avoir la tension U :

$$U = \frac{R}{R+r} U_{AB} = \frac{R}{r+R} E_0$$

Ainsi, $U \neq E_0$ en général, mais si $R \gg r$ on a tout de même $U \approx E_0$, car r s'assimile alors à un fil. ■



II/B En parallèle

♥ Propriété E2.3 : Association en parallèle : pont diviseur de courant

Des résistances R_k en dérivation forment un dipôle équivalent de résistance

$$\boxed{G_{\text{para}} = \sum_k G_k} \Leftrightarrow \boxed{\frac{1}{R_{\text{para}}} = \sum_k \frac{1}{R_k}}$$

On dit qu'**en parallèle, les conductances s'ajoutent**.

Chaque résistance supporte alors la **même tension** U_{AB} mais elles se **divisent l'intensité** totale I_{para}, tel que :

$$\boxed{I_k = \frac{G_k}{G_{\text{para}}} I_{\text{para}}} \Leftrightarrow \boxed{I_k = \frac{R_{\text{para}}}{R_k} I_{\text{para}}}$$

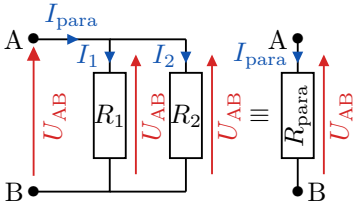


Figure E2.8

Démonstration E2.3 : Association en parallèle et pont diviseur de courant

Association en parallèle

À partir de la Figure E2.8, on utilise la loi des nœuds, la loi d'Ohm, on factorise et on identifie.

$$I_{\text{para}} = I_1 + I_2 \Leftrightarrow I_{\text{para}} = G_1 U_{AB} + G_2 U_{AB}$$
$$\Leftrightarrow I_{\text{para}} = (G_1 + G_2)\, U_{AB} \Leftrightarrow I_{\text{para}} = G_{\text{para}} U_{AB}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{G_{\text{para}} = G_1 + G_2 \Leftrightarrow \frac{1}{R_{\text{para}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \quad ■$$

Pont diviseur de courant

On part de ce qui est partagé dans le circuit, ici la tension :

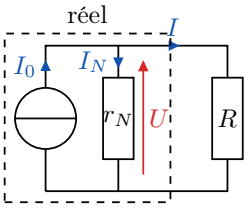
$$U_{AB} = R_k I_k \quad \text{et} \quad U_{AB} = R_{\text{para}} I_{\text{para}}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{I_k = \frac{R_{\text{para}}}{R_k} I_{\text{para}}} \Leftrightarrow \boxed{I_k = \frac{G_k}{G_{\text{para}}} I_{\text{para}}} \quad ■$$

♥ Propriété E2.4 : Résistance de sortie pour I_0

On peut approximer un générateur réel de courant I_0 et résistance interne r_N par un générateur idéal I_0 si l'intensité I d'une résistance R branchée à ses bornes est suffisamment proche de I_0.

Cette condition **dépend de R et r** et se traduit par la relation :

$$\boxed{r_N \gg R}$$



♥ Démonstration E2.4 : Résistance de sortie pour I_0

Pont diviseur de courant : $$I = \frac{G}{G_{\text{para}}} I_0 = \frac{G}{G + G_N} I_0$$

Ainsi, $I \neq I_0$ en général, mais si $G_N \ll G \Leftrightarrow r_N \gg R$, on a $I \approx I_0$: r s'assimile alors à un interrupteur ouvert. ■

♥ Remarque E2.1 : Série vs. parallèle

Il doit être assez évident que l'association en série augmente la résistance et donc diminue l'intensité à tension égale. Il faut cependant construire l'intuition que l'association en parallèle **diminue la résistance et donc augmente l'intensité** à tension égale. Pour cela, il suffit d'imaginer un flux de voitures/skis/piétons n'ayant qu'une route de résistance R pour passer, puis ce même flux avec des chemins parallèles de même résistance : naturellement, on peut faire passer un plus grand flux total puisqu'il y a plus d'alternatives !

II/C Entraînements

Application E2.1 : Résistance équivalente

Exprimer en fonction de R la résistance équivalente entre A et B pour l'association ci-dessous.

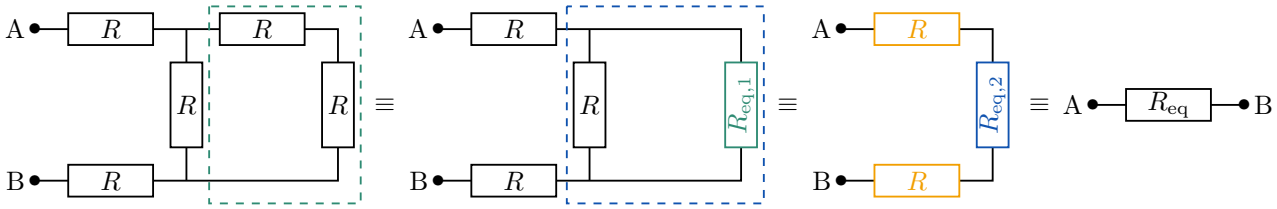
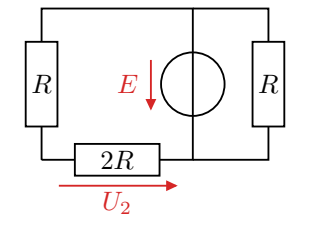


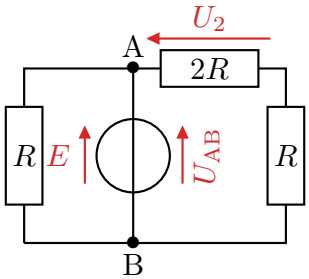
Figure E2.9 – Schéma équivalent

$$R_{\text{eq}} = R + R + R_{\text{eq},2} \quad \text{or} \quad \frac{1}{R_{\text{eq},2}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{3}{2R}$$

$$\Leftrightarrow R_{\text{eq}} = 2R + \frac{2R}{3} = R_{\text{eq}} = \frac{6R}{3} + \frac{2R}{3} \Leftrightarrow \boxed{R_{\text{eq}} = \frac{8R}{3}}$$

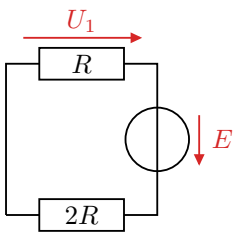
Application E2.2 : Ponts diviseurs de tension : exprimer U selon E

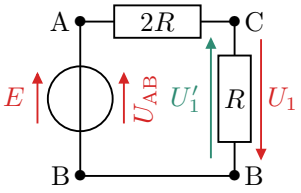




Avec la rotation du schéma, on voit facilement que

$$\boxed{U_2 = \frac{2R}{3R} U_{\text{AB}} = \frac{2}{3} E}$$

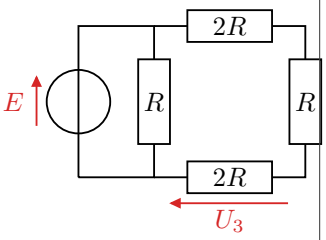


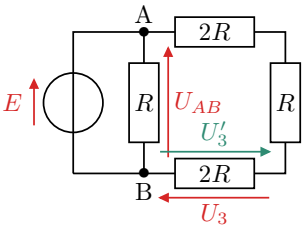


On a

$$U_1' = \frac{R}{3R} U_{\text{AB}} = -U_1$$

$$\Leftrightarrow \boxed{U_1 = -\frac{1}{3} E}$$

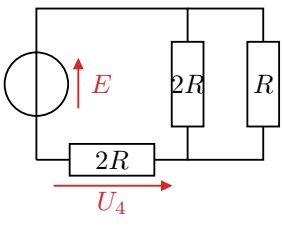


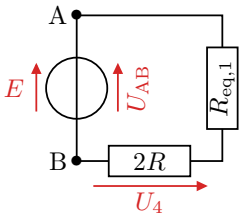


On remarque que $U_{AB} = E$. Ainsi

$$U_3' = +\frac{2}{5} E = -U_3$$

$$\Leftrightarrow \boxed{U_3 = -\frac{2}{5} E}$$





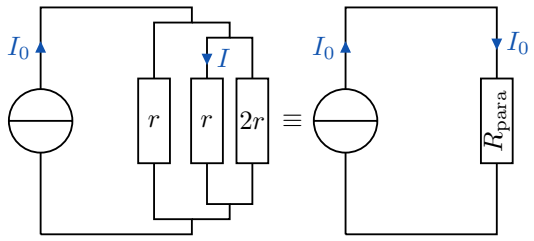
$$R_{\text{eq},1} = \frac{2R \not{2}}{3\not{R}} = \frac{2R}{3}$$

$$R_{\text{série}} = 2R + \frac{2R}{3} = \frac{8R}{3}$$

D'où $$\boxed{U_4 = \frac{3}{4} E}$$

Application E2.3 : Pont diviseur de courant

Exprimer I selon I_0.



On a $$I = \frac{R_{\text{para}}}{r} I_0$$

Or, $$\frac{1}{R_{\text{para}}} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{2r} = \frac{5}{2r}$$

Ainsi, $$\boxed{I = \frac{2}{5} I_0}$$

Attention E2.3 : Utilisation des ponts

Attention aux conditions d'application de ces formules : résistances **en série** pour le pont diviseur de **tension**, et en **parallèle** pour le pont diviseur de **courant**.

Si non, simplifier le circuit pour se ramener à cette forme. Vérifier également **le sens d'orientation des tensions et intensités**.

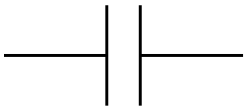
III Condensateurs et bobines

III/A Condensateur

III/A) 1 Composition

Définition E2.7 : Condensateur

Un condensateur est un composant constitué de deux **surfaces conductrices** appelées *armatures* et séparées par un **matériau isolant**. Son symbole est représenté ci-contre.



III/A) 2 Relations fondamentales

Propriété E2.5 : Charge et capacité

Lorsqu'un un courant traverse un condensateur, une charge $+q$ s'accumule sur une plaque et $-q$ de l'autre : la **tension à ses bornes** est alors **proportionnelle à** q. On appelle ce coefficient de proportionnalité sa **capacité** notée C, telle que :

$\boxed{q = \pm C u_C}$ avec $\begin{cases} + \text{ en conven° récepteur} \\ - \text{ en conven° générateur} \end{cases}$ **Unité** C en Farad (F)

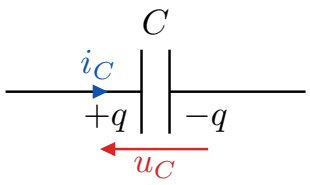


Figure E2.10

Ordre de grandeur E2.1 : Valeurs de capacités

Le Farad est une « grande » unité : on trouvera des valeurs entre le mF (10^{-3} F) et le pF (10^{-12} F) :

- ◇ En électronique, on est entre le nF et le µF ;
- ◇ En électrotechnique, on est plutôt de l'ordre de 10 mF ;
- ◇ Une capacité parasite est autour du pF.

Interprétation E2.2 : Relation courant-tension de C

Pour **caractériser** le fonctionnement d'une capacité, on s'intéresse à la **relation** entre son **courant** et sa **tension** (RCT), comme on le fait pour une résistance ($U_R = \pm RI$). On remarque que :

- ◇ si $i > 0$, des charges arrivent sur l'armature de gauche, la charge augmente donc la tension aussi ;
- ◇ si $i < 0$, des charges repartent, la charge diminue donc la tension aussi ;
- ◇ si $i = 0$, aucune charge ne bouge, la quantité de charge sur les armatures ne varie pas, la tension est constante.

♥ Propriété E2.6 : RCT de C

Pour un condensateur, l'intensité qui le traverse s'exprime par

$$\boxed{i_C = \pm C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} + \text{ en conven° récepteur} \\ - \text{ en conven° générateur} \end{cases}$$

Démonstration E2.5 : RCT de C

Par définition de i et de la charge,

$$\left.\begin{array}{r} i_C(t) = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \\ \Leftrightarrow i_C(t) = \pm C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \end{array}\right) q(t) = \pm C u_C(t)$$ ■

III/A) 3 Conditions limites

♥ Propriété E2.7 : Conditions limites pour C

1) Un **condensateur** assure la **continuité** de la **tension à ses bornes** ;
2) En régime **continu**, le condensateur **bloque le courant** comme un **interrupteur ouvert**.

Démonstration E2.6 : Conditions limites pour C

1) Raisonnons par l'absurde :
   - ◇ Supposons que u_C présente une variation brusque, c'est-à-dire $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \to \infty$
   - ◇ $\Rightarrow i_C = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \to \infty$: ceci n'est pas possible, pas de courant infini !
2) Il suffit de redéfinir régime continu :
   - ◇ En régime continu, les tensions et courants ne dépendent pas du temps.
   - ◇ $\Rightarrow i_C = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$: c'est un **interrupteur ouvert** complètement chargé.

III/A) 4 Condensateur réel

Définition E2.8 : Condensateur réel

Dans la réalité, un condensateur possède des **effets résistifs**. Les deux armatures d'un condensateur réel sont séparés par un matériau qui conduit très légèrement le courant.

Ainsi, un condensateur réel se modélise par un **condensateur idéal** en **parallèle avec une résistance** R_f, nommée résistance de fuite, avec

$$\underline{R_f \approx 10^7\,\Omega}$$

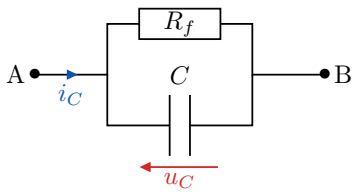


Figure E2.11

III/A) 5 Énergie stockée dans un condensateur

♥ Propriété E2.8 : Énergie stockée dans C

Les charges accumulées sur les armatures d'un condensateur lui confèrent une énergie électrique $\mathcal{E}_C$ stockée, telle que

$$\boxed{\mathcal{E}_C(t) = \frac{1}{2}C{u_C}^2(t)}$$

♥ Démonstration E2.7 : Énergie stockée dans C

En convention récepteur, la puissance **reçue** est

$$\left.\begin{array}{r} \mathcal{P}_C = u_C i_C \\ \Leftrightarrow \mathcal{P}_C = C u_C \dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \triangleq \dfrac{\mathrm{d}\mathcal{E}_C}{\mathrm{d}t} \end{array}\right) i_C = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

Or, $\forall f$ fonction dérivable,

$$\boxed{f \cdot \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}f^2\right)}$$

$$\Rightarrow \quad \mathcal{P}_C = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\underbrace{\frac{1}{2}C{u_C}^2}_{=\mathcal{E}_C}\right) \Rightarrow \mathcal{E}_C(t) = \frac{1}{2}C u_C(t)^2$$ ■

Remarque E2.2 : Condensateur récepteur ou générateur

Par l'étude de la relation précédente,

si $u_C \nearrow$ alors $\mathscr{E}_C \nearrow$ soit $\mathscr{P}_C > 0$

ainsi, le condensateur **reçoit** bien de l'énergie au reste du circuit, et il se **comporte comme récepteur**.

À l'inverse, on lit que

si $u_C \searrow$ alors $\mathscr{E}_C \searrow$ soit $\mathscr{P}_C < 0$

ainsi, le condensateur **cède** en réalité de l'énergie au reste du circuit, autrement dit **il peut se comporter comme générateur** !

III/B Bobine

III/B) 1 Composition

Les bobines sont fréquemment utilisées dans les applications électrotechniques (moteurs électriques, transformateurs). Comme elles sont lourdes et encombrantes, elles sont plus rares en électronique.

Définition E2.9 : Bobine

Une bobine est constituée de l'enroulement régulier d'une grande longueur d'un fil métallique, recouvert d'une gaine ou d'un vernis isolant. Son symbole est représenté ci-contre.



III/B) 2 Relation courant-tension

♥ Propriété E2.9 : Relation courant-tension de L

Quand un courant traverse la bobine, une **tension apparaît** à ses bornes. Celle-ci s'exprime, avec L l'**inductance** :

$$u_L = \pm L \frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} + \text{ en conven° récepteur} \\ - \text{ en conven° générateur} \end{cases} \quad \textbf{Unité} \quad L \text{ en Henry (H)}$$

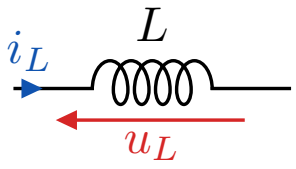


Figure E2.12

Remarque E2.3 : Démonstration de la RCT de L

La démonstration de cette relation fait appel aux notions de magnétisme, on la démontrera plus tard dans l'année.

Ordre de grandeur E2.2 : Valeurs d'inductances

Le Henry est également une « grande unité » : on trouvera des valeurs entre le H et le µH (10^{-6} H).

III/B) 3 Conditions limites

♥ Propriété E2.10 : Conditions limites pour L

1) Une **bobine** assure la **continuité** du **courant qui la traverse** ;
2) En régime **continu**, la bobine **laisse passer le courant** comme un **interrupteur ouvert**.

Démonstration E2.8 : Conditions limites pour L

1) Raisonnons par l'absurde :
   - ◇ Supposons que i présente une variation brusque, c'est-à-dire $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \to \infty$
   - ◇ $\Rightarrow u_L = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \to \infty$: ceci n'est pas possible, pas de tension infinie !
2) Il suffit de redéfinir régime continu :
   - ◇ En régime continu, les tensions et courants ne dépendent pas du temps.
   - ◇ $\Rightarrow u_L = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$: c'est **un fil**.

III/B) 4 Bobine réelle

Définition E2.10 : Bobine réelle

Dans la réalité, le fil de cuivre enroulé possède une **résistance non nulle**. Une bobine réelle se modélise donc par une **bobine idéale en série avec une résistance** électrique r, avec

$$\underline{r \approx 10\,\Omega}$$

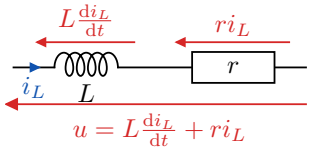


Figure E2.13

III/B) 5 Énergie stockée dans une bobine

Propriété E2.11 : Énergie stockée dans L

Le courant circulant dans une bobine lui confère une énergie électrique $\mathcal{E}_L$ *temporaire*, telle que

$$\boxed{\mathcal{E}_L(t) = \frac{1}{2}L{i_L}^2(t)}$$

Démonstration E2.9 : Énergie stockée dans L

En convention récepteur, la puissance **reçue** est

$$\mathcal{P}_L = u_L i_L$$
$$\Leftrightarrow \mathcal{P}_L = L i_L \frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} \triangleq \frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_L}{\mathrm{d}t} \quad \Big) u_L = L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$$

Or, $\forall f$ fonction dérivable,

$$\boxed{f \cdot \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}f^2\right)}$$

$$\Rightarrow \quad \mathcal{P}_L = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Big(\underbrace{\frac{1}{2}L{i_L}^2}_{=\mathcal{E}_L}\Big) \Rightarrow \mathcal{E}_L(t) = \frac{1}{2}L{i_L}(t)^2 \qquad \blacksquare$$

Remarque E2.4 : Bobine réceptrice ou génératrice

Par l'étude de la relation précédente,

si $i_L \nearrow$ alors $\mathcal{E}_L \nearrow$ soit $\mathcal{P}_L > 0$

ainsi, la bobine reçoit bien de l'énergie au reste du circuit, et elle se **comporte comme un récepteur**.

À l'inverse, on lit que

si $i_L \searrow$ alors $\mathcal{E}_L \searrow$ soit $\mathcal{P}_L < 0$

ainsi, la bobine cède en réalité de l'énergie au reste du circuit, autrement dit **elle peut se comporter comme un générateur** !