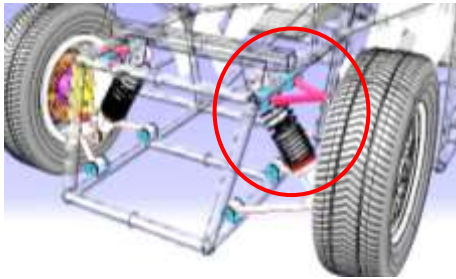
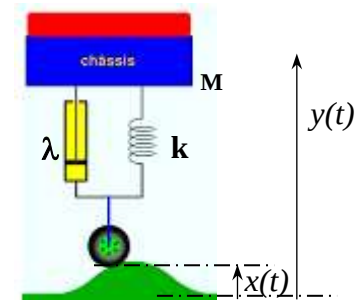


NOM/Prénom :

Exercice 1 : Modélisation d'un système linéaire simple Suspension automobile : masse-ressort-amortisseur



Modèle



Après isolement du châssis de la voiture, on lui applique le principe fondamental de la dynamique : $\sum \vec{F}(\text{ext} \rightarrow \text{chassis}) = M_{\text{chassis}} \cdot \vec{\Gamma}_{\text{chassis}/R_g}$, dans R_g repère lié à la route, considéré galiléen. Il vient l'équation différentielle temporelle suivante :

$$k[x(t) - y(t)] + \lambda \left[\frac{dx(t)}{dt} - \frac{dy(t)}{dt} \right] = M \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

$k = \text{raideur du ressort en } N.m^{-1}$

$\lambda = \text{coefficient de résistance dans l'amortisseur à huile en } N/(m.s^{-1}) = Ns.m^{-1}$.

$M = \text{masse du châssis en kg}$ (rapportée à une roue)

La distance $x(t)$ est l'entrée imposée à l'assemblage mécanique.

On souhaite connaître le déplacement $y(t)$, grandeur de sortie, en fonction des variations de $x(t)$.

Nous nous plaçons à conditions initiales nulles, c'est-à-dire :

A $t=0s$: $x(t=0)=y(t=0)=0$

La hauteur de châssis $y(t)$ devient donc la distance par rapport à sa hauteur initiale du châssis quand celui-ci n'est pas sollicité.

Cahier des charges de bon fonctionnement de la suspension

Exigence Ex1 : temps de réponse à 5% $Tr_{5\%} < 2s$

Exigence Ex2 : 1^{er} dépassement relatif $Dr_1 < 5\%$

1. Vérifier l'homogénéité dimensionnelle de l'équation différentielle.
2. Déterminer la fonction de transfert $\frac{Y(p)}{X(p)}$ de ce mécanisme par passage de l'équation différentielle dans le domaine de Laplace. L'écrire sous forme d'un bloc avec entrée, sortie, fonction de transfert. Donner l'ordre et le classe de la fonction de transfert.
3. AN avec $M=300 \text{ kg}$, $\lambda=4000 \text{ Ns/m}$, $k=15000 \text{ N/m}$: écrire la FT sous forme développée/ordonnée, puis canonique.

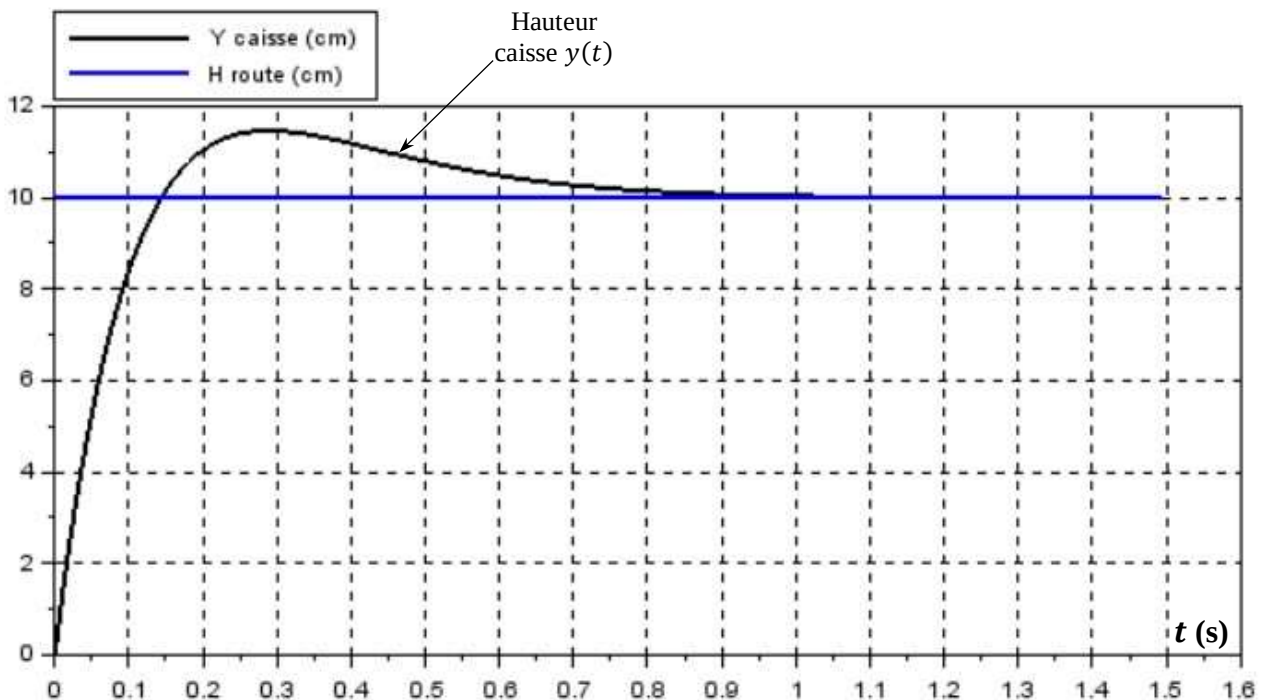
On soumet la suspension à un échelon $h = 10\text{cm}$ (roue qui monte brutalement sur une portion de route plus haute). Le système est donc soumis à l'entrée $x(t) = h.u(t)$ où $u(t)$ est la fonction échelon unité.

4. Rappeler la transformée de Laplace de $x(t) = h.u(t)$.
5. Ecrire $Y(p)$.
6. Dans le cours, rechercher le théorème de la valeur finale, et l'appliquer pour déterminer la valeur de $y(t)$ finale quand le châssis s'est stabilisé : $y_{fin} = \lim_{t \rightarrow +\infty} y(t)$.

On donne ci-dessous la réponse temporelle de la suspension à la suite de l'échelon h .

7. Déterminer le temps de réponse à 5%. Conclure pour l'exigence Ex1 du cahier des charges.
8. Déterminer le 1^{er} dépassement relatif. Conclure pour l'exigence Ex2 du cahier des charges.

On rendra la figure ci-dessous soigneusement complétée pour justifier les réponses aux questions précédentes.



Lors de la montée brutale de la roue sur l'obstacle de hauteur h , le choc ressenti par les passagers peut être quantifié par la vitesse V_{ini} de la caisse à $t = 0\text{s}$: $V_{ini} = \left[\frac{dy(t)}{dt} \right]_{t=0\text{s}}$.

Pour une voiture grand public nécessitant un certain confort lors du transport, il est admis empiriquement que cette vitesse doit être inférieure à 5m/s .

On se propose de déterminer la vitesse V_{ini} de deux manières différentes.

9. Méthode graphique : à partir du graphique de $y(t)$, déterminer V_{ini} . Les annotations nécessaires devront être indiquées sur le graphique.

On écrit la fonction de transfert sous forme littérale : $\frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{\tau.p + 1}{\left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2 + \tau.p + 1}$

Où $\tau = 0,267s$ et $\omega_0 = 7,07 \text{ rad/s}$.

10. Vérifier l'homogénéité dimensionnelle de l'expression $\frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{\tau.p + 1}{\left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2 + \tau.p + 1}$.

11. Méthode analytique : déterminer V_{ini} par le théorème de la valeur initiale. Le calcul sera d'abord fait de manière littérale avec résultat final littéral. Vous ferez ensuite l'application numérique. Vous vérifierez que l'expression littérale est bien homogène à une vitesse.

12. Comparer les deux valeurs et conclure quant au confort pour les passagers du véhicule.

Exercice 2 : Modélisation du système Roburoc et performances

Se reporter à l'énoncé dans les exercices de travaux dirigés de modélisation des systèmes asservis (exercice n°3).

FIN DU SUJET DE DM