Travaux pratiques – TP 7

Correction du TP

II Analyser : régime transitoire du circuit RC

II/A Charge et décharge du condensateur

/6 ① La tension créneau de fréquence f a pour période $T = 1/f$. Pour visualiser correctement le signal, il faut que le condensateur puisse se charger sur **une demi-période** $T/2$ ①. Or, un condensateur met $t_{95} \approx 5\tau$ ① à se charger ; il nous faut donc

$$5\tau \leq \frac{T}{2} \Leftrightarrow 5\tau \leq \frac{1}{2f} \Leftrightarrow \boxed{\tau \overset{①}{\leq} \frac{1}{10f}}$$

A.N. : $\tau \leq 1{,}0 \times 10^{-4}\,\text{s} \overset{①}{=} 0{,}10\,\text{ms}$

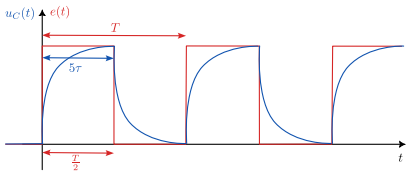


Figure TP7.1 – ①+①

/2 ② Prenons $\tau = 1{,}0 \times 10^{-4}\,\text{s}$: $\tau = RC \Leftrightarrow \boxed{C \overset{①}{=} \frac{\tau}{R}}$ avec $\begin{cases} \tau = 1{,}0 \times 10^{-4}\,\text{s} \\ R = 1{,}0\,\text{k}\Omega \end{cases}$

A.N. : $C = 1{,}0 \times 10^{-7}\,\text{F} \overset{①}{=} 0{,}10\,\mu\text{F}$

/6 ③ $u(x) \overset{①}{=} \frac{\Delta(x)}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow u_r(R) \overset{①}{=} \frac{\Delta_r(R)}{\sqrt{3}}$

Ainsi $\tau = RC \Rightarrow u(\tau) \overset{①}{=} \tau\sqrt{u_r(R)^2 + u_r(C)^2}$ avec $\begin{cases} \tau = 0{,}10\,\text{ms} \\ u_r(R) = 0{,}29\,\% = 0{,}029 \\ u_r(C) = 0{,}087\,\% = 0{,}000\,87 \end{cases}$ ①

A.N. : $u(\tau) \overset{①}{=} 0{,}000\,30\,\text{ms}$ soit $\tau \overset{①}{=} (0{,}100\,00 \pm 0{,}000\,30)\,\text{ms}$

/4 ④ Si τ est **trop grand**, le condensateur n'aura **pas le temps de se charger**. On ne verra qu'une portion de l'exponentielle croissante. ①

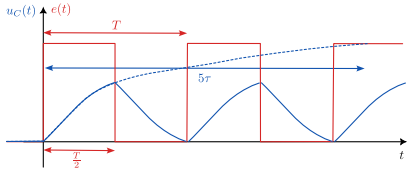


Figure TP7.2 – ①

À l'inverse, si τ est **trop petit**, le condensateur se **charge trop vite** : on confondra la courbe de sa charge avec celle du créneau. ①

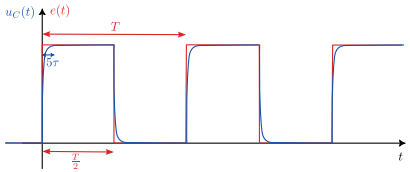


Figure TP7.3 – ①

/2 ⑤

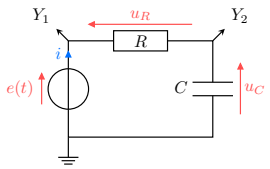


Figure TP7.4 – ①+①

II/B Étude théorique du circuit intégrateur

/7 ⑥ On résout :

$$\begin{aligned}
& u_{C,p} = \lambda \Rightarrow 0 + \frac{\lambda}{\tau} = \frac{E}{\tau} \\
& \Leftrightarrow \boxed{u_{C,p} \overset{①}{=} E} \\
& \Rightarrow \frac{\mathrm{d}u_{C,h}}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u_{C,h} \overset{①}{=} 0 \quad \text{avec} \quad u_{C,h}(t) \overset{①}{=} u_C(t) - u_{C,p} && \text{Équation homogène} \\
& \Rightarrow u_{C,h}(t) \overset{①}{=} K\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) && \text{Forme homogène} \\
& \Leftrightarrow u_C(t) = E + K\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) && \text{Solution générale} \\
& \Rightarrow u_C(0) = 0 = E + A && \text{Par continuité ①} \\
& \Leftrightarrow A \overset{①}{=} -E \\
& \Rightarrow \boxed{u_C(t) \overset{①}{=} E\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)} && \text{On combine}
\end{aligned}$$

/3 ⑦ Quand $\frac{t}{\tau} \to 0$, on utilise le développement limité :

$$u_C(t) \underset{t/\tau \to 0}{\overset{①}{\sim}} E\left(1 - \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{u_C(t) \underset{t/\tau \to 0}{\overset{①}{\sim}} \frac{Et}{\tau}}$$

Or, une primitive de $\int E\,\mathrm{d}t$ est Et : on obtient bien que dans ce cas, le montage est intégrateur, avec $K = \frac{1}{\tau}$. ①

II/C Circuit RC avec visualisation de $e(t)$ et $u_R(t)$

/2 ⑧

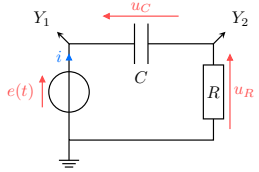


Figure TP7.5 – ①+①

/5 ⑨ Pour obtenir l'équation sur u_R ou $i(t)$, il suffit de **dériver la loi des mailles** :

$$\begin{aligned}
& u_R + u_C = E \\
& \Rightarrow \frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \overset{①}{=} 0 && \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\,)\right) \\
& \Leftrightarrow \frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t} + \frac{u_R}{RC} = 0 && \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \frac{i}{C} \overset{①}{\text{ et }} i = \frac{u_R}{R} \\
& \Leftrightarrow \boxed{\frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t} + \frac{u_R}{\tau} \overset{①}{=} 0} && \tau = RC
\end{aligned}$$

On résout mais en faisant attention à la condition initiale. Pour cela, on étudie la loi des mailles en $t = 0^+$:

$$\begin{aligned}
& u_R(0^+) + u_C(0^+) = E \\
& \Rightarrow \boxed{u_R(0^+) \overset{①}{=} E} && u_C(0^+) = 0 \text{ par continuité}
\end{aligned}$$

L'ED étant déjà homogène, on aura $u_R(t) = K'\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$, et avec la condition initiale précédemment trouvée on a directement

$$\boxed{u_R(t) \overset{①}{=} E\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}}$$

III Réaliser et valider

III/A Étude expérimentale du régime transitoire du circuit RC

III/A) 1 Cas général : charge et décharge du condensateur

/5 1 Sur les courbes imprimées, on trouve τ_{exp} avec soit la méthode de la tangente (bof), soit à l'intersection avec $0{,}63E$ pour le RC en charge ou $0{,}37E$ pour le RC en décharge. On estime les incertitudes par une règle de trois sur la lecture par la règle précise à 1 mm (bof, sous-estimé), ou en prenant le demi-écart entre les deux méthodes de mesure de τ_{exp} (pas mal). ② pour le tracé et ② pour l'explication. On trouve alors

$$\tau_{\text{exp}} \overset{①}{=} (0{,}112 \pm 0{,}010)\,\text{ms}$$

/3 2 On calcule $E_N \overset{①}{=} \dfrac{|\tau_{\text{exp}} - \tau_{\text{theo}}|}{\sqrt{u(\tau_{\text{exp}})^2 + u(\tau_{\text{theo}})^2}}$ avec $\begin{cases} \tau_{\text{exp}} = 0{,}112\,\text{ms} \\ u(\tau_{\text{exp}}) = 0{,}010\,\text{ms} \\ \tau_{\text{theo}} = 0{,}100\,00\,\text{ms} \\ u(\tau_{\text{theo}}) = 0{,}000\,30\,\text{ms} \end{cases}$

$$\text{A.N.} : \underline{E_N \overset{①}{=} 1.2}$$

et la mesure est cohérente et validée car $E_N \lesssim 2$. ①

/4 3 R et C on la même influence sur le temps de charge, puisque $\tau = RC$:

①+① ◇ **augmenter l'une** des deux caractéristiques **augmente le temps de charge**, **coupant la courbe** observée ;

①+① ◇ à l'inverse, **baisser l'une** des deux **réduit le temps de charge** et tend à **confondre** u_C **avec** $e(t)$.

/3 4 La fréquence va également influencer le signal. En effet, pour que le circuit ait le temps de charger, il faut que la (demi)-période soit suffisamment grande ($T/2 > 5\tau$). Évidemment, **augmenter la fréquence diminue la période** et on observe plus de créneaux si on ne change pas le calibre horizontal ; ce qu'il faut observer (après recalibrage des échelles) c'est qu'**augmenter la fréquence empêche la charge totale du RC** ① : ça revient à augmenter le temps de charge ①. Diminuer la fréquence a l'effet inverse. ①

III/A) 2 Cas particulier du circuit intégrateur

/3 5 Avec τ « trop grand », le signal de sortie est très faible ①. En effet, on se trouve alors dans la situation du développement limité de la Question (7), soit

$$u_C(t) \underset{\frac{t}{\tau}\to 0}{\overset{①}{\sim}} \frac{Et}{\tau} \xrightarrow[\tau\to\infty]{} 0$$

On observe cependant le signal en **diminuant le calibre vertical** ①, ce qui permet de voir des signaux plus faibles.

/4 6 $u_C(t)$ s'assimile à des **portions de droites** ①, croissantes quand $e(t) = E$ et décroissantes quand $e(t) = 0$. On retrouve la Figure TP7.2.

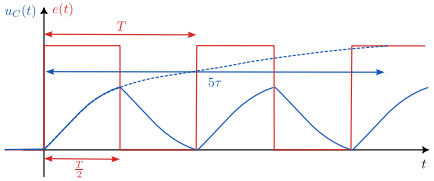


Figure TP7.2 – ①

C'est bien une primitive de la fonction ①, mais multipliée par $1/\tau$ ①.

/6 7 Soit a_{exp} la pente expérimentale :

$$a_{\text{exp}} \overset{①}{=} \frac{U_{\text{max}}}{T} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} U_{\text{max}} = 0{,}10\,\text{V} \\ T = 1{,}0\,\text{ms} = 1{,}0 \times 10^{-3}\,\text{s} \end{cases}$$

$$\text{A.N.} : \underline{a_{\text{exp}} \overset{①}{=} 1{,}0 \times 10^{3}\,\text{V·s}^{-1}}$$

Or, $a_{\text{theo}} = \dfrac{E}{\tau} \overset{①}{=} \dfrac{E}{RC}$ avec $\begin{cases} E = 5\,\text{V} \\ R = 50\,\text{k}\Omega = 50 \times 10^{3}\,\Omega \\ C = 0{,}10\,\mu\text{F} = 1{,}0 \times 10^{-7}\,\text{F} \end{cases}$

$$\text{A.N.} : \underline{a_{\text{theo}} \overset{①}{=} 1{,}0 \times 10^{3}\,\text{V·s}^{-1}}$$

Ainsi, $\varepsilon_r = \dfrac{|a_{\text{exp}} - a_{\text{theo}}|}{a_{\text{theo}}} \Rightarrow \varepsilon_r \overset{①}{=} 0\%$ Les valeurs sont en excellent accord. ①

/5 8

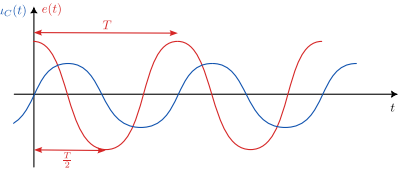


Figure TP7.6 – ①

$u_C(t)$ ressemble à une **fonction sinusoïdale** ①, de la forme $u_C(t) = K\sin(\omega t)$ ①. On a donc un déphasage d'environ $\pi/2$ ①. Le circuit **reste intégrateur** ①.

/4 9

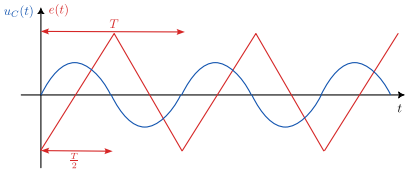


Figure TP7.7 – ①+①

L'intégrale d'une fonction affine est un polynôme du second degré : si $u_C(t)$ est toujours une primitive de $e(t)$, on doit donc observer des portions de paraboles de forme

$$u_C(t) \overset{①}{=} Kt^2$$

mais toujours continue (puisque $u_C(t)$ est continue). C'est bien ce qu'on observe ici : on n'a plus une fonction sinusoïdale mais des **portions de paraboles** (on voit la différence autour du changement de régime) ; on en conclue que **le système est toujours bien intégrateur** ①.

/2 10 Si on augmente **encore** τ, le signal $u_C(t)$ devient trop faible ①. Le bruit du circuit domine sur la tension, et il devient difficile de bien distinguer sa forme ①.

III/A) 3 Tension aux bornes de la résistance u_R

/4 11 ① pour l'impression. On observe une **discontinuité de la tension** ① $u_R(t) = Ri(t)$ à chaque changement de la tension d'entrée, avec une croissance ou décroissance exponentielle ①. Cela correspond bien à l'expression analytique attendue ①, et au fait que l'intensité dans un circuit RC n'est **pas continue**.

III/B Étude numérique

L'activité corrigée est disponible à https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/64ab-2283618.