Travaux pratiques – TP 8

Oscillateurs amortis en électricité et mécanique

Capacités exigibles

- ☐ Mettre en évidence la similitude des comportements des oscillateurs mécanique et électronique.
- ☐ Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire pour un système linéaire du deuxième ordre et analyser ses caractéristiques.

Objectifs

- ◇ Étudier plus précisément le régime pseudo-périodique d'un circuit RLC peu amorti.
- ◇ Étudier le comportement d'un oscillateur mécanique vertical amorti avec amortissement faible.
- ◇ Tracer une allure de trajectoire de phase correspondant au régime pseudo-périodique.
- ◇ Vérifier la décroissance exponentielle des amplitudes dans les deux domaines.
- ◇ Établir un tableau des analogies entre la mécanique et l'électricité.

I S'approprier

I/A Rappel concernant l'oscillateur mécanique vertical

Soit un oscillateur mécanique vertical (cf. Figure TP8.1), constitué d'un ressort de raideur $k = 10\,\mathrm{N{\cdot}m^{-1}}$ et d'une masse $m = 200\,\mathrm{g}$. Il est légèrement amorti par frottement fluide dans l'air, caractérisé par une force de la forme : $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$.

Dans ce cas, l'équation différentielle (obtenue par projection selon la direction verticale z du PFD) de l'oscillateur harmonique amorti peut se mettre sous la forme :

$$\ddot{z_h} + \frac{\alpha}{m}\dot{z_h} + \frac{k}{m}z_h = 0$$

z_h est une variable bien choisie pour qu'on ait à l'équilibre $z_h = 0$. C'est la raison pour laquelle le poids ainsi que la longueur à vide du ressort n'apparaissent pas explicitement dans l'expression.

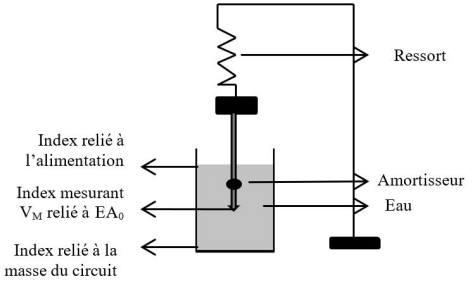


FIGURE TP8.1

1. Quelle est la période propre attendue ? Peut-on déterminer la pseudo-période attendue ?

I/B Décrément logarithmique

Pour un régime pseudo-périodique de pulsation Ω et de facteur de qualité Q, l'amplitude des oscillations décroît de manière exponentielle selon :

$$u(t) = u_\infty + \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\left(A\cos(\Omega t) + B\sin(\Omega t)\right) \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{2Q}{\omega_0} \quad \text{et} \quad \Omega = \frac{\sqrt{4Q^2-1}}{\tau}$$

On peut accéder au facteur de qualité en étudiant le **décrément logarithmique** δ :

$$\delta = \frac{1}{n}\ln\left(\frac{u(t)-u_\infty}{u(t+nT)-u_\infty}\right)$$

avec n le nombre de périodes sélectionnées.

2. Déterminer la relation entre δ, τ et T d'abord, puis la relation entre δ et Q uniquement ensuite ; isoler finalement Q en fonction de δ. Simplifier cette expression dans le cas $Q \gg 1$.

II Analyser : régime pseudo-périodique du RLC série

3. Faire le schéma d'un circuit RLC série alimenté par une tension $e(t)$. On veut visualiser à l'oscilloscope simultanément $e(t)$ sur la voie 1 et $u_C(t)$ sur la voie 2 : indiquer les connexions de l'oscilloscope à réaliser et positionner la masse sur le circuit.

Définition TP8.1 : Valeurs expérimentales

$e(t)$ est une tension créneau de fréquence 100 Hz, C une boite de capacités. On prendra $C = 0{,}01\,\mu\mathrm{F}$. L est une bobine d'inductance $L = 0{,}1\,\mathrm{H}$.

4. Écrire l'équation différentielle en $u_C(t)$, puis celle en $q(t) = Cu_C(t)$ et calculer la valeur R_c à donner à R pour visualiser le régime critique.

III Réaliser et valider

III/A Étude expérimentale du régime pseudo-périodique du RLC

III/A) 1 Visualisation et mesure de la pseudo-période

Expérience TP8.1 :

- ◇ Réaliser le montage vu précédemment dans l'analyse en prenant les mêmes valeurs de $e(t)$, C et L que ci-dessus.
- ◇ Faire varier R de façon à observer un régime pseudo-périodique très peu amorti. Il faut observer au moins une dizaine de maxima successifs sur l'oscillogramme.

Remarque TP8.1 : $Q \gg 1$

Dans le cas d'un amortissement très faible, on peut assimiler la pseudo-période des oscillations T à la période propre T_0 du circuit.

1. Imprimer la courbe obtenue en tenant compte des consignes indiquées sur les fiches plastifiées.

Activité `Capytale` disponible : https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/3e47-2247217.

2. Mesurer expérimentalement, grâce aux curseurs, la pseudo-période T et son incertitude en prenant plusieurs périodes pour gagner en précision. Faire vos calculs sur `Capytale` mais rédiger également correctement sur vos comptes-rendus. La comparer à la période propre théorique en calculant l'écart normalisé entre les deux grandeurs. Commenter.

III/A) 2 Décroissance exponentielle de l'amplitude

Expérience TP8.2 :

1) Grâce au curseur horizontal de l'oscilloscope, déterminer u_∞ et relever les valeurs des amplitudes successives $u_{C,\,\max}$ en fonction du nombre de périodes n. Remplir le tableau ci-contre.
2) Rentrer vos valeurs expérimentales sur `Capytale`. Créer la variable `delta_list` calculant δ pour chaque itération. Compléter le Tableau TP8.1.
3) Calculer alors la moyenne de δ et son incertitude associée : c'est un incertitude de type A.

TABLEAU TP8.1

n	$u_{c,\max}$	δ
0	…	…
1	…	…
2	…	…
3	…	…
4	…	…
⋮	⋮	⋮

3. Indiquer la valeur expérimentale de δ avec son incertitude. En déduire la valeur de Q, et calculer son incertitude (attention à l'incertitude d'un inverse). Calculer ensuite Q_{exact} la valeur expérimentale attendue sans supposer l'amortissement faible, et comparer avec Q. On ne calculera pas son incertitude (qui devrait passer par un Monte-Carlo vu la complexité de dépendance de Q_{exact} en fonction de δ). Faire les calculs sur `Capytale` mais rédiger correctement sur vos comptes-rendus.

4 Donner l'expression de $Q_{\text{théo}}$, en fonction de R, C et L. Calculer l'écart normalisé avec Q. Commenter : pourquoi la valeur mesurée est si faible par rapport à la valeur théorique ? Qu'est-ce qu'on a négligé et qui donne cette écart ? *Bonus* : estimer la valeur réelle du composant qu'on a sous-estimé, avec son incertitude. Vérifier que l'ordre de grandeur correspond en lisant les valeurs sur les composants.

III/B Étude expérimentale d'oscillations mécaniques amorties

III/B) 1 Montage expérimental

Le montage est schématisé dans la partie S'approprier, et est déjà réalisé. On mesure une tension sur la voie $EA0$ qui est proportionnelle à l'ordonnée z du point matériel de masse m.

La masse m ne doit pas toucher à l'eau de l'éprouvette.

III/B) 2 Réglages de l'ordinateur

Expérience TP8.3 :

1) Avant tout réglage : brancher l'interface SYSAM et l'alimentation stabilisée sur 7 V.
2) Ouvrir latispro (programmes → discipline → physique-chimie → eurosmart → latispro).
3) Pour faire une acquisition : bouton 
4) Pour activer la voie $EA0$:
   - ◇ Dans le cadre *entrées analogiques*, cliquer sur les boutons des entrées à activer.
   - ◇ Cliquer droit et choisir *trait avec croix* dans le style de `EA0`.
5) Pour paramétrer l'acquisition :
   - ◇ Dans le cadre acquisition, onglet temporel, mode normal, entrer le nombre de points de mesure et la durée totale de l'acquisition.
   - ◇ Acquisition temporelle ; durée : 30 s ; nombre de points : 2000.
6) Fin des réglages ! Vous êtes prêt-es à faire vos enregistrements.

III/B) 3 Mesures

5 Faire une acquisition en cliquant sur  avec la masse immobile pour mesurer la tension u_∞ correspondant à la position d'équilibre de la masse.

Expérience TP8.4 :

1) Étirer légèrement le ressort sans qu'il ne touche au fond du bécher.
2) Lorsque les oscillations paraissent régulières, lancer l'acquisition en cliquant sur .

III/B) 4 Exploitation des résultats

6 Grâce au réticule (cliquer droit et choisir, puis « lié à la courbe »), mesurer expérimentalement la pseudo-période T **et son incertitude** en prenant plusieurs périodes pour gagner en précision. La comparer à la période propre théorique ($\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ et on suppose $T \approx T_0$) en calculant l'écart normalisé entre les deux grandeurs.

Remarque TP8.2 : $Q \gg 1$

Dans le cas d'un amortissement très faible, on peut assimiler la pseudo-période des oscillations T à la période propre T_0 du circuit.

Expérience TP8.5 :

1) Grâce au réticule (lié à la courbe pour plus de facilité), relever les valeurs des amplitudes successives $u_{\max}$ en fonction du nombre de périodes n (environ 15 mesures) ; cliquer droit, puis calibrage pour modifier l'échelle.
2) Recopier et compléter le tableau de valeurs $(n\,;u_{\max})$ ci-contre, et le compléter sur Latis Pro dans le menu `tableur`, en créant une nouvelle variable appelée `n` et une nouvelle variable appelée `umax`.
3) Calculer alors la moyenne de δ et son incertitude associée : c'est un incertitude de type A (cf. code suivant).

Tableau TP8.2

n	$u_{\max}$	δ
0	…	…
1	…	…
2	…	…
3	…	…
4	…	…
⋮	⋮	⋮

Code TP8.2 : Latis Pro

Rentrer les lignes suivantes dans la feuille de calculs de Latis Pro pour calculer δ et son incertitude.

```
uinf = VOTRE VALEUR
delta = Ln((umax-uinf)/(umax[n+1]-uinf))
delta_mean = Moy(delta)
delta_diff = delta - delta_mean
delta_diff_carre = Sqr(delta_diff)
delta_std = Sqrt(Moy(delta_diff_carr)*Max(n)/(Max(n)-1))
delta_incert = delta_std/Sqrt(Max(n))
```

7 Imprimer la courbe obtenue.

8 Expliquer ce que fait chaque ligne du code Latis Pro ci-dessus.

9 Quelle est la valeur expérimentale de δ avec son incertitude ? Grâce à la relation entre Q et δ (en supposant l'amortissement faible) puis entre Q et α, en déduire la valeur du coefficient d'amortissement α et son incertitude. Quelle est son unité ?

IV Conclure

10 Quelles similitudes de comportements entre les deux types d'oscillateurs ont été observées ? En utilisant les études théoriques demandées (équations différentielles), ainsi que les résultats expérimentaux trouvés, recopier et compléter le tableau suivant :

Tableau TP8.3 – Correspondances

Méca	⟷	Élec
z	⟷	q
	⟷	i
	⟷	L
	⟷	C
	⟷	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
	⟷	R
	⟷	$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$