

TD 6 : Speed Cam

①

Partie II : Modélisation du comportement du chariot.

Q1) Pour une entrée $u_m(t) = U_0 u(t)$, on mesure $u_e(t)$:



⚠ à bien faire attention à ce que représente la courbe expérimentale

↳ Pente à origine non nulle

⇒ modélisation par un ordre 1.

$$H(p) = \frac{K_c}{1 + \tau p}$$

Q2) $U_e(p) = \frac{U_0 K_c J}{p(1 + \tau p)} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} u_e(t) = U_0 K_c J$

↑
Th valeur finale

Par mesure directe sur la courbe : $U_0 K_c J = 0,82 \text{ Volt}$

$$\Rightarrow K_c = 3,9 \times 10^{-2} \text{ m/s/V}^{-1}$$

Q3) Par mesure directe :

$$\begin{cases} u_e(3\tau) \approx 0,95 \text{ max} \\ u_e(\tau) \approx 0,63 \text{ max} \\ \dot{u}_e(0) = \frac{U_0 K_c J}{\tau} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\tau_1 = 2,6 \text{ s} \\ \tau_2 = 0,9 \text{ s} \\ \tau_3 = 0,75 \text{ s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \tau_i \approx 0,84 \text{ s}$$

Remarque :

En moyennant les différentes mesures, on moyenne aussi les erreurs associées.

Partie III : Étude des performances du système en BF

$$Q_1) H_T(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{J K_A K_c}{1 + \tau p} \bigg/ 1 + \frac{J K_A K_c}{1 + \tau p}$$

$$= \frac{J K_A K_c / (1 + K_A K_c) \tilde{K}}{1 + \frac{\tau}{1 + J K_A K_c} \tilde{\tau} p}$$

On reconnaît
un système
ordre 1

$\Rightarrow$ système
stable
(d'après le cours)

Q2) Pour échelon $v_c(t) = u(t)$:

$$V(p) = H(p) V_c(p) = \frac{\tilde{K}}{p(1 + \tilde{\tau} p)}$$

Th valeur
finale

$$\Rightarrow \lim_{t \rightarrow +\infty} v(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p V(p) = \tilde{K} \neq 1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{système} \\ \text{non} \\ \text{précis} \end{array} \right.$$

$$AN : \tilde{K} = 0,85$$

$\Rightarrow$ on vérifie pas
le critère de
précision des
cahier des
charges

$$Q_3) t_{sy} = 3\tilde{\tau} = \frac{3\tau}{1 + J K_A K_c} = \underline{0,37 \text{ s}}$$

($\tilde{K} \notin [0,95; 1[$)

$\Rightarrow$ En augmentant K_A , on diminue $\tilde{\tau} \Rightarrow$ système
plus rapide

$\rightarrow \tilde{K} \xrightarrow{K_A \rightarrow +\infty} 1$, on augmente aussi la précision

Remarque : Il n'est pas pertinent de proposer de modifier
 J ou $K_c \Rightarrow$ ce sont les valeurs des paramètres
associés aux modèles "physique" du
chariot...

Partie IV : Amélioration de la précision

2

$$Q_1) H_c(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{\frac{J K_A K_c}{p(1+\tau p)}}{1 + \frac{J K_A K_c}{p(1+\tau p)}}$$

$$= \frac{J K_A K_c}{J K_A K_c} \frac{1}{1 + \frac{p}{J K_A K_c} + \frac{\tau}{J K_A K_c} p^2}$$

$\tilde{K} = 1$

Q2) $\rightarrow$ On reconnaît un système d'ordre 2
 $\Rightarrow$ système stable (d'après le cours)

Q3) Pour une entrée en échelon $V_c(p) = \frac{V_{co}}{p}$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = \lim_{p \rightarrow 0^+} p V(p) = \tilde{K} V_{co} = V_{co} \Rightarrow \underline{\text{système précis}}$$

Q4) On identifie :

$$\begin{cases} \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{\tau}{J K_A K_c} \\ \frac{2\zeta}{\omega_0} = \frac{1}{J K_A K_c} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_0 = \sqrt{\frac{J K_A K_c}{\tau}} = 2,6 \text{ rad.s}^{-1} \\ \zeta = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\tau J K_A K_c}} = 0,22 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ lecture abaque : $\tau \zeta \omega_0 \approx 13 \Rightarrow \underline{t_{s\%} \approx 5 \text{ s}}$

Q5) le système 2nd ordre le plus rapide est celui ayant $\underline{\zeta = 0,69}$

$$\Rightarrow K_A = \frac{1}{4\zeta^2 \tau J K_c} = \underline{53,4 \text{ s}^{-1}}$$

Partie V : Prise en compte d'une non-linéarité

Q1) $H(p) = \frac{V(p)}{U_m(p)} = \frac{K_c}{1 + \tau p} \xrightarrow{d^{-1}} \tau \frac{dv}{dt} + v(t) = K_c u_m(t)$ (*)
 (on retrouve ED à CC caractéristique ordre 1 $\Rightarrow$ logique)

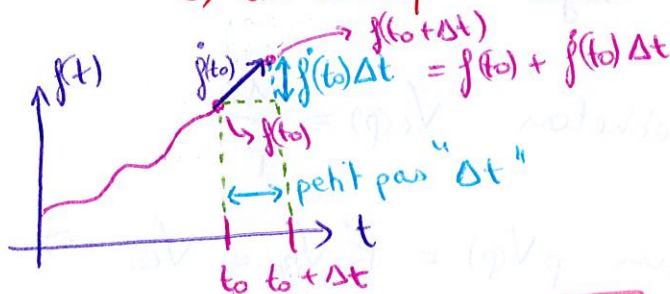
Q2) Point culture : "Méthode numérique"

$\hookrightarrow$ lorsque système non-linéaire $\Rightarrow$ Laplace ne fonctionne pas

$\hookrightarrow$ on n'a pas SLCI

$\Rightarrow$ on résout numériquement ED.

$\hookrightarrow$ un classique "schéma euler explicite"



cela revient à faire une "approx linéaire" en disant : pour $\Delta t \rightarrow 0$,
 inconnue déjà connue
 valeur à prédire en $t + \Delta t$ = valeur actuelle en t + pente $\times \Delta t$
 valeur actuelle en t = $f(t)$
 pente = $f'(t) \times \Delta t$
 $\Rightarrow$ "y = b + ax"

En supposant $v(t)$ et $u_m(t)$ connus

(*) $\Rightarrow \frac{dv(t)}{dt} = \frac{K_c u_m(t) - v(t)}{\tau}$

$\Rightarrow v(t + \Delta t) \approx v(t) + \Delta t \left[\frac{K_c u_m(t) - v(t)}{\tau} \right]$

↑
schéma euler explicite

Q3) on propose l'algorithme suivant (en pseudo-code)

INITIALISATION:

$\hookrightarrow$ choisir t_1, u_0, τ, K_c

$\hookrightarrow \begin{cases} \Delta t = \tau / 100 \\ t = 0 \\ v = 0 \end{cases}$ (afin que $\Delta t \ll \tau$
 vu que τ représente la "vitesse" d'évolution du système)

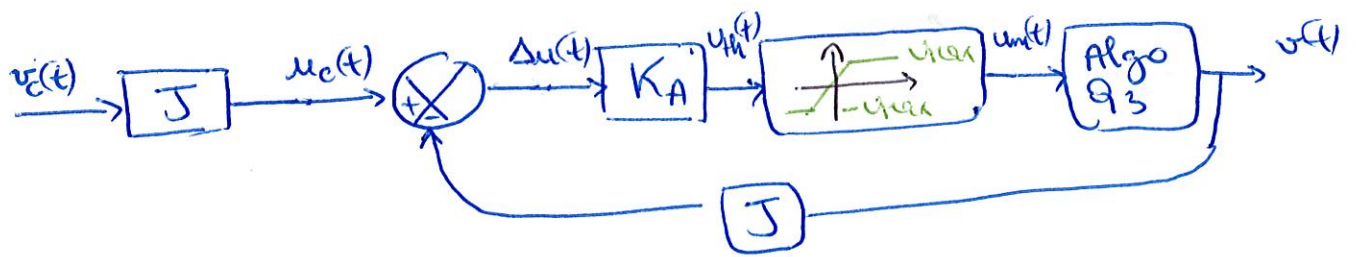
TANT QUE ($t < t_1$) FAIRE :

$\hookrightarrow \begin{cases} t = t + \Delta t \\ v = v + \frac{\Delta t}{\tau} (K_c u_0 - v) \end{cases}$

RETOURNER v

Q4) Avec la saturation, comportement non linéaire tel que :

(3)



↳ seule différence par rapport à Q3 $\rightarrow u_m(t)$ non constant

saturation $\Rightarrow u_m(t) = \begin{cases} u_h(t) & \text{si } u_h(t) \in [-u_{\max}, u_{\max}] \\ -u_{\max} & \text{si } u_h(t) < -u_{\max} \\ u_{\max} & \text{sinon} \end{cases}$

↳ on modifie l'algorithme en conséquence :

INITIALISATION :

↳ choisir $t_1, v_c, \tau, K_c, u_{\max}$

↳ $\begin{cases} \Delta t = \tau/100 \\ t = 0 \\ v = 0 \end{cases}$

TANT QUE ($t < t_1$) FAIRE :

↳ $\begin{cases} t = t + \Delta t \\ u_h = K_A J(v_c - v) \\ \begin{cases} \text{SI } u_h < -u_{\max} \text{ ALORS } u_h = -u_{\max} \\ \text{SI } u_h > u_{\max} \text{ ALORS } u_h = u_{\max} \end{cases} \\ v = v + \frac{\Delta t}{\tau} (K_c u_h - v) \end{cases}$

RETOURNER : v