

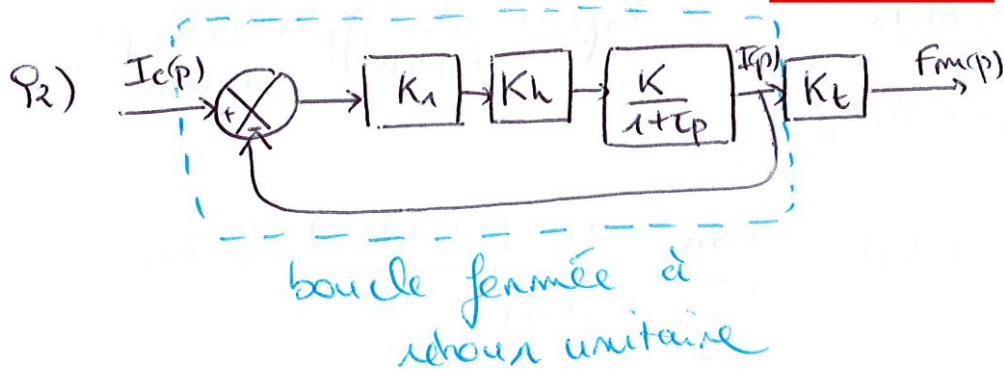
TD 7 : Sismomètre SEIS de la mission InSight (1)

Partie II : Modélisation de l'électro-aimant

Q1) $u(t) = R_b i(t) + L_b \frac{di(t)}{dt} \xrightarrow[\text{sous les conditions de Heaviside}]{\mathcal{L}} U(p) = (R_b + L_b p) I(p)$

$\Rightarrow H_b(p) = \frac{I(p)}{U(p)} = \frac{1}{R_b + L_b p}$ 0.5 pts

0.5 pts $K = 0,2 \text{ A}^{-1}$
 $\frac{1/R_b}{1 + \left(\frac{L_b}{R_b}\right)p} = 2 \times 10^{-4}$
 système ordre 1 sous forme canonique



$\Rightarrow \frac{I(p)}{I_c(p)} = \frac{K_1 K_h K}{1+Tp} / 1 + \frac{K_1 K_h K}{1+Tp} =$

0.5 pts $\tilde{K}$
 $\frac{K_1 K_h K / (1 + K_1 K_h K)}{1 + \frac{T}{1 + K_1 K_h K} p}$

$\Rightarrow$ on reconnaît un système d'ordre 1 $\Rightarrow$ STABLE

Q3) 0.25 pts $\lim_{t \rightarrow +\infty} i(t) = \lim_{p \rightarrow 0^+} p F(p)$ d'après le Th de la valeur finale

Pour une consigne en échelon, $i_c(t) = I_{co} u(t) \Rightarrow I_c(p) = \frac{I_{co}}{p}$ 0.25 pts

$\Rightarrow \lim_{t \rightarrow +\infty} i(t) = \lim_{p \rightarrow 0^+} \frac{\tilde{K} I_{co}}{p(1 + \tilde{T}p)} = \tilde{K} I_{co} \neq I_{co}$ 0.5 pts
 système non précis

Q4) Pour ordre 1, $t_{sy.} = 3 \tilde{T} = 3 \frac{L_b / R_b}{R_b + K_1 K_h} \approx 2,9 \times 10^{-4} \text{ s}$ 0.25 pts

$\Rightarrow f_{max, BP} = \frac{6\pi}{t_{sy.}} \approx 65 \text{ kHz} \gg 5 \text{ Hz}$ (bande passante du cdef)

ccl : d'asservissement en courant est donc 13000 fois + rapide que la rapidité attendue par le système global. 0.25 pts

Q5) Pour $c_1(p) = K_1 \longrightarrow K_1 \left(1 + \frac{1}{T_1 p}\right)$

$$\Rightarrow \frac{I(p)}{I_c(p)} = \frac{K_1 \left(1 + T_1 p\right) K_h K}{T_1 p \left(1 + \tau p\right)} \cdot \frac{1}{1 + K_1 \left(1 + T_1 p\right) K_h K / T_1 p \left(1 + \tau p\right)}$$

$$= \frac{K_1 \left(1 + T_1 p\right) K_h K}{T_1 p \left(1 + \tau p\right) + K_1 \left(1 + T_1 p\right) K_h K} \quad 1 \text{ pts}$$

$$= \frac{K_1 K_h K}{K_1 K_h K} \cdot \frac{1 + T_1 p}{1 + T_1 \left(1 + \frac{1}{K_1 K_h K}\right) p + \frac{T_1 \tau}{K_1 K_h K} p^2}$$

$= 1$
gain statique

Q6) $\lim_{t \rightarrow +\infty} i(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p I(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{I_c \left(1 + T_1 p\right)}{1 + p[\dots]} = I_{c0} \quad 0.25 \text{ pts} \quad 0.5 \text{ pts}$

$\Rightarrow$ système précis. 0.25 pts

Q7) En négligeant le terme en p au numérateur,

$$\frac{I(p)}{I_c(p)} = \frac{1}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}} \quad 0.25 \text{ pts}$$

avec $\begin{cases} \omega_0 = \sqrt{\frac{K_1 K_h K}{T_1 \tau}} \\ \frac{2\zeta}{\omega_0} = T_1 \left(1 + \frac{K_1 K_h K}{K_1 K_h K}\right) \end{cases}$

$$\Rightarrow \zeta = \frac{1}{2} \frac{1 + K_1 K_h K}{\sqrt{K_1 K_h K}} \sqrt{\frac{T_1}{\tau}} > 1 \quad (1, 001 \dots) \quad 0.5 \text{ pts}$$

$\Rightarrow$ Il n'y a pas de dépassement. 0.25 pts

Q8) Pour $\zeta \approx 1 \Rightarrow t_{sy.} \omega_0 \approx 5_{rad} \Rightarrow t_{sy.} = \frac{5}{\omega_0} \approx 9,5 \times 10^{-4} \quad 0.5 \text{ pts} \quad 0.25 \text{ pts}$

$$\Rightarrow f_{max, DP} = \frac{6\pi}{t_{sy.}} \approx 20 \text{ kHz} \gg 5 \text{ Hz}$$

cel : d'asservissement en courant est $t_{sy.}$ 4000 fois plus rapide que la rapidité attendue du système. 0.25 pts

Q9) Pour une variation brusque de $i_d(t)$, le courant $i(t)$ mettra 4000 fois moins de temps à atteindre $\pm 5\%$ de la valeur consigne que le pendule à revenir à $\pm 5\%$ de sa position initiale suite à une perturbation.

Question un peu plus subjective à noter.

Approximativement :
 - 1 pts (l'élève a tout compris) $\hookrightarrow$ On peut donc considérer pour l'étude du mouvement du pendule que : $i(t) = i_d(t)$
 - 0.5 pts (la réponse contient la bonne idée mais est incomplète)
 - 0 pt (la réponse ne contient pas la bonne idée)

Partie III : Modélisation du sismomètre

Q10) $m R^2 \left(\frac{y(t)}{R} + \ddot{\theta}(t) \right) = -k \theta(t) + m g R \theta(t) + R F_m(t)$

0.25 pts

$\xrightarrow[\text{cond. Heaviside}]{\alpha}$

$\Theta(p) [m R^2 p^2 + k - m g R] = R F_m(p) - m R y(p)$

0.75 pts

$\Rightarrow H_p(p) = \frac{\Theta(p)}{R F_m(p) - m R y(p)} = \frac{1}{k - m g R + m R^2 p^2}$

Q11) On reconnaît la FT d'un oscillateur harmonique (syst. ordre 2 où $\zeta=0$)

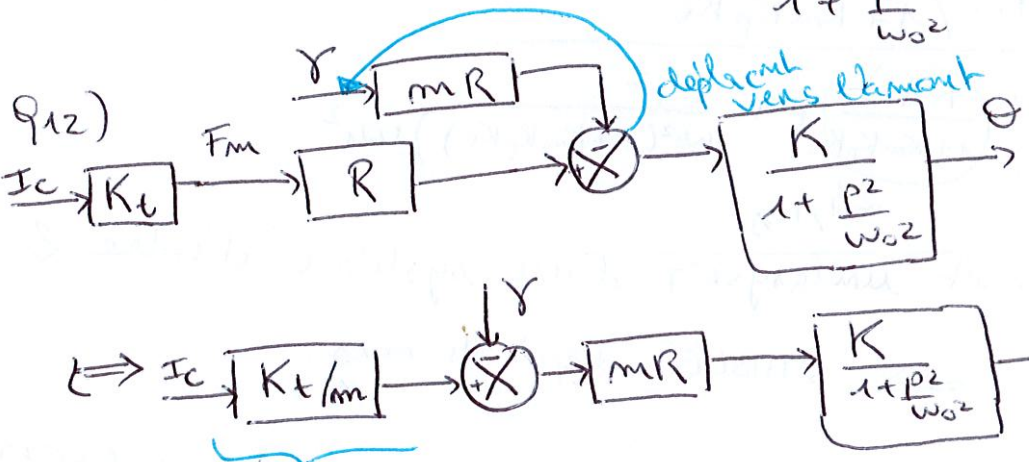
à condition que $\omega_0^2 = \frac{k - m g R}{m R^2} > 0 \Leftrightarrow k > m g R$.

1 pts

Dans ce cas : $H_p(p) = \frac{K}{1 + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$

avec $\begin{cases} K = 1 / (k - m g R) \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{k - m g R}{m R^2}} \end{cases}$

Q12)



on identifie

0.5 pts

$K_e = \frac{K_t}{m}$

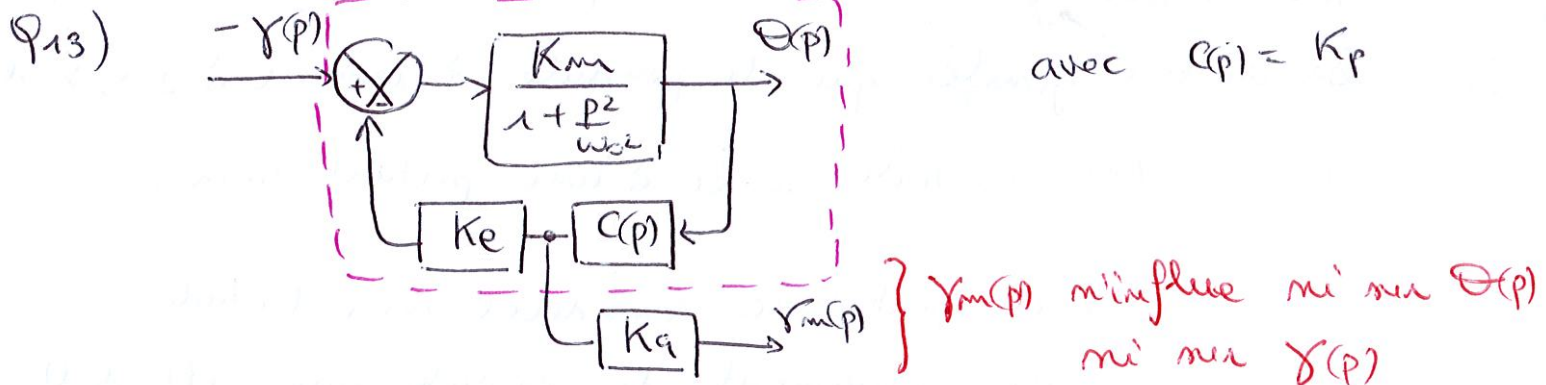
et

$K_m = \frac{m R}{k - m g R}$

0.5 pts

$\rightarrow K_t \rightarrow R \rightarrow \frac{1}{m R} \rightarrow$ suite au déplacement sommateur vers l'element

Partie IV : Synthèse du correcteur



$\Rightarrow$
relation
FTBF

$$\frac{\Theta(p)}{-Y(p)} = \frac{K_m / 1 + \frac{p^2}{\omega_0^2}}{1 + \frac{K_m K_p K_e}{1 + \frac{p^2}{\omega_0^2}}}$$

$\Rightarrow$ on a une boucle
fermée classique

$$\Rightarrow \frac{\Theta(p)}{Y(p)} = - \frac{K_m / 1 + K_m K_p K_e}{1 + \frac{p^2}{\omega_0^2 (1 + K_m K_p K_e)}} = - \frac{K_1}{1 + \frac{p^2}{\omega_1^2}}$$

1 pts

Q14)

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 (1 + K_m K_p K_e) \Rightarrow K_p = \frac{\left(\frac{\omega_1}{\omega_0}\right)^2 - 1}{K_m K_e} \approx 78 \text{ A.rad}^{-1}$$

0.25 pts 0.5 pts 0.25 pts

Q15) pour $C(p) = K_p + K_d p \Rightarrow \frac{\Theta(p)}{-Y(p)} = \frac{K_m / 1 + \frac{p^2}{\omega_0^2}}{1 + \frac{K_m (K_p + K_d p) K_e}{1 + \frac{p^2}{\omega_0^2}}}$

$$\Rightarrow \frac{\Theta(p)}{Y(p)} = - \frac{K_m / 1 + K_m K_p K_e}{1 + \left(\frac{K_d K_m K_e}{1 + K_m K_p K_e} p + \frac{p^2}{\omega_0^2 (1 + K_m K_p K_e)} \right) \omega_1^2}$$

0.75 pts

$\hookrightarrow$ on reconnaît

la FT d'un système d'ordre 2
STABLE d'après le cours.

0.25 pts

Q16) Système ordre 2 le + rapide possible (avec dépassement) pour $\zeta \approx 0,69$

On identifie : $\frac{2\zeta}{\omega_d} = \frac{K_d K_m K_e}{1 + K_m K_p K_e} \Rightarrow K_d = \frac{2\zeta (1 + K_m K_p K_e)}{\omega_d K_m K_e} = 3,4$

0.5 pts 0.25 pts 0.25 pts

Partie IV : Performances

(3)

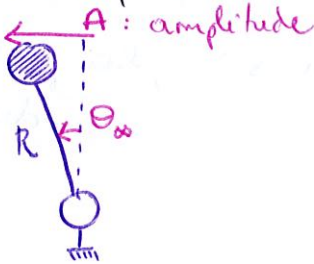
Q17) Pour $y(t) = y_0 u(t) \Rightarrow Y(p) = \frac{y_0}{p}$

$$\Rightarrow \lim_{t \rightarrow +\infty} \Theta(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \Theta(p) = -p y_0 \frac{K_m}{1 + K_m K_e K_p} \cdot \frac{1}{p \left(1 + \frac{2\zeta}{\omega_1} p + \frac{p^2}{\omega_1^2} \right)}$$

$$\Rightarrow \lim_{t \rightarrow +\infty} \Theta(t) = \frac{-y_0 K_m}{1 + K_m K_e K_p} = -5 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

0.25 pts

↳ Pour notre pendule inversé :



$$\sin(\Theta_\infty) = \frac{A}{R} \Rightarrow A \approx R \Theta_\infty = 20 \mu\text{m}$$

$\Theta_\infty \ll 1$

↳ Pour le capteur (lié au pendule à $R_c = 5,7 \text{ cm}$)

$$\Rightarrow A_{\text{capteur}} = R_c \Theta_\infty = 28 \mu\text{m} < 75 \mu\text{m}$$

↳ compatible avec oscillations permises par le capteur.

0.5 pts

Q18) Pour $\zeta \approx 0,69 \Rightarrow t_{sy} \cdot \omega_1 = 3 \text{ rad} \Rightarrow t_{sy} = 9,6 \times 10^{-2} \text{ s}$

0.5 pts

0.25 pts

↳ Il faut au moins une période d'échantillonnage petite (pour avoir $T_{ech} \ll t_{sy}$) c-à-d : $f_{ech} =$

$$\frac{100 \text{ fois}}{t_{sy}} \approx 1 \text{ kHz}$$

0.25 pts

Q19) D'après le schéma-blocs, $Y_m(p) = K_q C(p) \Theta(p)$

$$\Rightarrow \frac{Y_m(p)}{Y(p)} = K_q C(p) \frac{\Theta(p)}{Y(p)} =$$

0.75 pts

$$= \frac{-\frac{K_m K_q (K_p + K_d p)}{1 + K_m K_p K_e}}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_1} p + \frac{p^2}{\omega_1^2}}$$

0.25 pts

Q20) $\lim_{t \rightarrow +\infty} y_m(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p Y_m(p) =$

$Y(p) = \frac{y_0}{p}$

$$= -y_0 \frac{K_m K_q K_p}{1 + K_m K_p K_e}$$

0.25 pts

Pour avoir une mesure y_m "conforme" au signal

asymétrique $\Rightarrow$ $\lim_{t \rightarrow \infty} y_m(t) = y_0 \Rightarrow -\frac{K_m K_a K_p}{1 + K_m K_p K_e} = 1$
0.5 pts

$\hookrightarrow$ on en déduit: $K_a = -\frac{1 + K_m K_p K_e}{K_m K_p}$ 0.25 pts

Q21) Intervalle de mesure $[-2 \text{ mm.s}^{-2}, 2 \text{ mm.s}^{-2}]$ codé sur 24 bits
0.25 pts

$\Rightarrow$ un incrément correspond à $\frac{4 \times 10^{-3}}{2^{24}} = 2,4 \times 10^{-10} \text{ m.s}^{-2}$
0.5 pts

ccl: la résolution (nb de m.s^{-2} / inc) est bien inférieure à $2,5 \times 10^{-10} \text{ m.s}^{-2}$, la précision du ccl.
0.25 pts

Remarque sur la notation :

- Chaque question est notée sur 1 pt avec une pondération variable selon la difficulté et le temps nécessaire pour y répondre.
- L'examineur recherche des « mots-clés » au sein de la réponse. Ce sont ces « mots-clés », encadrés en rouge dans cette correction, qui rapportent des points (souvent 1/n pts si il y a n « mots-clés » à donner.

Cela ne sert donc à rien d'écrire des pavé... cela ne rapporte pas plus de point. Cela fait juste perdre un temps précieux qui aurait pu être utilisé pour répondre à une question supplémentaire (on rappelle que les sujets de concours sont longs...)

Voici le barème (la pondération) de chaque question :

Q1 Q2 Q3 Q4 Q5 Q6 Q7 Q8 Q9 Q10 Q11 Q12
2 2 2 2 3 2 4 2 3 3 2 4

Votre note /20 :

Q13 Q14 Q15 Q16 Q17 Q18 Q19 Q20 Q21
2 2 3 2 4 2 2 3 3

$$20 \frac{\sum_i (\text{pt à } Q_i) \cdot (\text{pond à } Q_i)}{\sum_k \text{pond à } Q_k}$$