

Stabilisateur gyroscopique de bateau

Attention : l'usage de la calculatrice et de tout dispositif électronique est interdit !

1 Présentation du système

1.1 Mouvement de roulis

Le système étudié est un dispositif de stabilisation gyroscopique pour bateaux permettant de neutraliser le mouvement de roulis (cf **Figure 1**). Cette rotation suivant l'axe longitudinal du navire est la première cause du mal de mer. Dans tout le sujet, seul ce mouvement de roulis, rotation autour de l'axe (O, \vec{x}_0) , sera considéré. Si l'idée d'utiliser un gyroscope pour stabiliser un bateau remonte à plus d'un siècle, sa mise en œuvre n'est que très récente notamment grâce à la société Seakeeper. Les principaux verrous technologiques étaient la capacité à mettre et maintenir en rotation un volant d'inertie à des vitesses très élevées ainsi qu'à développer des moyens de contrôles actifs afin de s'adapter à toutes les conditions de houle. La demande concerne en particulier la navigation de plaisance (yacht) avec une exigence de performance forte lors de la phase de fonctionnement : « bateau à l'arrêt, ancre descendue ».

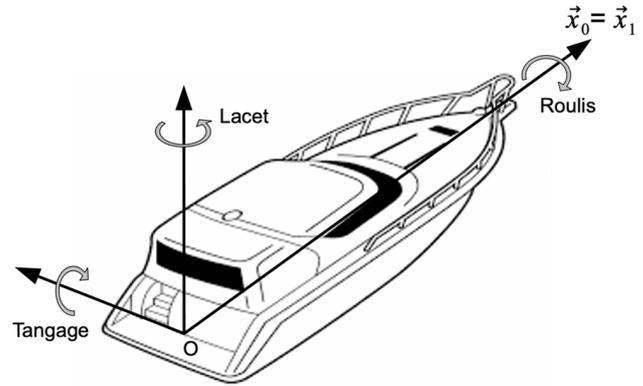


FIGURE 1 – Définition des 3 rotations orientant le bateau par rapport au référentiel terrestre

1.2 Le stabilisateur gyroscopique

Les stabilisateurs gyroscopiques peuvent être adaptés à tous les types d'embarcation grâce à un encombrement réduit et une masse limitée par rapport aux caractéristiques des navires. Le maintien de leur efficacité est assuré pour une grande variété de positionnement sur le bateau. Ainsi, leur installation peut être envisagée directement lors de la construction du navire aussi bien que par une intégration en cours de cycle de vie de l'embarcation. La **Figure 2** représente l'installation d'un stabilisateur dans le plan de symétrie du bateau $(O, \vec{x}_1, \vec{z}_1)$, configuration retenue par la suite de l'étude.

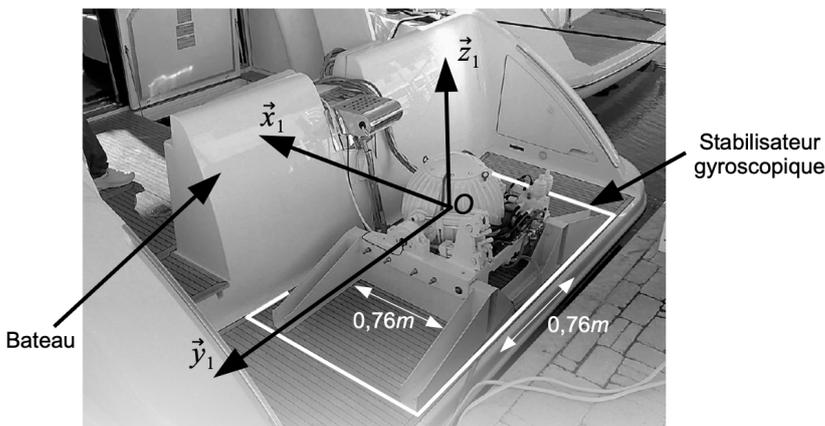


FIGURE 2 – Stabilisateur gyroscopique monté sur un bateau

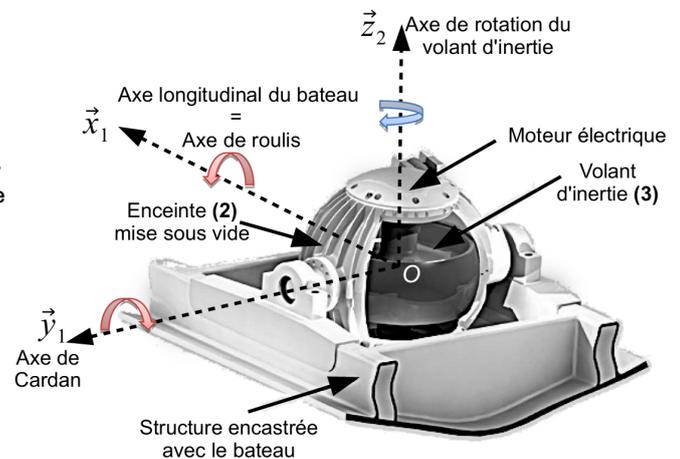


FIGURE 3 – Structure du stabilisateur gyroscopique

Le stabilisateur (cf **Figure 3**) est constitué d'une enceinte **2** pouvant tourner autour de l'axe de Cardan (O, \vec{y}_1) par rapport au bateau **1**. Un volant d'inertie **3** est maintenu en rotation autour de l'axe (O, \vec{z}_2) par un moteur électrique.

Les vitesses angulaires très élevées (de l'ordre de 10000 tr/min au maximum) du volant nécessitent :

- la mise sous vide de l'enceinte **2** afin de limiter les actions mécaniques aérodynamiques qui s'exercent sur le volant d'inertie lors de son mouvement de rotation et ainsi minimiser la consommation électrique ;
- le développement d'une motorisation spécifique avec entraînement direct ;
- un guidage de haute précision (de l'ordre du micromètre) réalisé par des roulements à billes en céramique.

Si la compréhension fine de la dynamique du stabilisateur nécessite la mise en équations du stabilisateur, le découpage séquentiel du fonctionnement peut être décrit de la manière suivante :

- l'initiation d'un mouvement de roulis engendre un basculement du volant d'inertie autour de l'axe de Cardan ;
- la combinaison de la rotation du volant et de celle de l'axe de Cardan génère alors un couple gyroscopique suivant la direction de roulis ;
- ce couple tend à s'opposer au mouvement du bateau et ainsi à lui assurer une stabilisation suivant la direction de roulis ;
- il apparait ainsi que les mouvements de roulis et de tangage sont couplés. En contrôlant le mouvement de rotation de l'axe de Cardan de façon active par un système hydraulique, les performances de stabilisation de roulis sont optimisées.

Le diagramme des exigences techniques du système Seakeeper est donné sur la **Figure 4**.

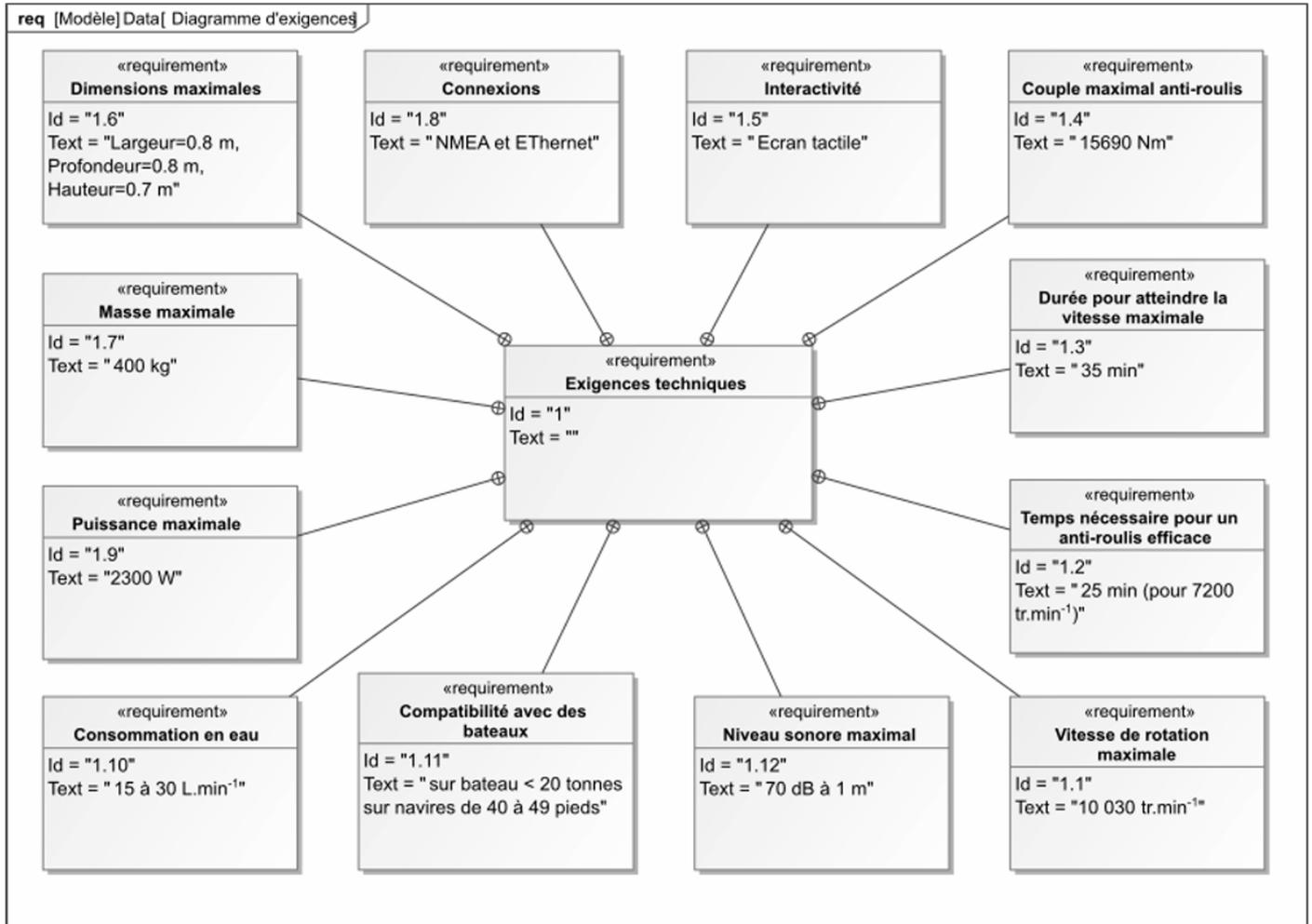


FIGURE 4 – Diagramme des exigences

L'objectif des questions proposées dans ce sujet est d'analyser les solutions techniques qui rendent efficace le stabilisateur gyroscopique et de quantifier l'atténuation de l'amplitude des oscillations du bateau en roulis comme indiqué sur la **Figure 5**.

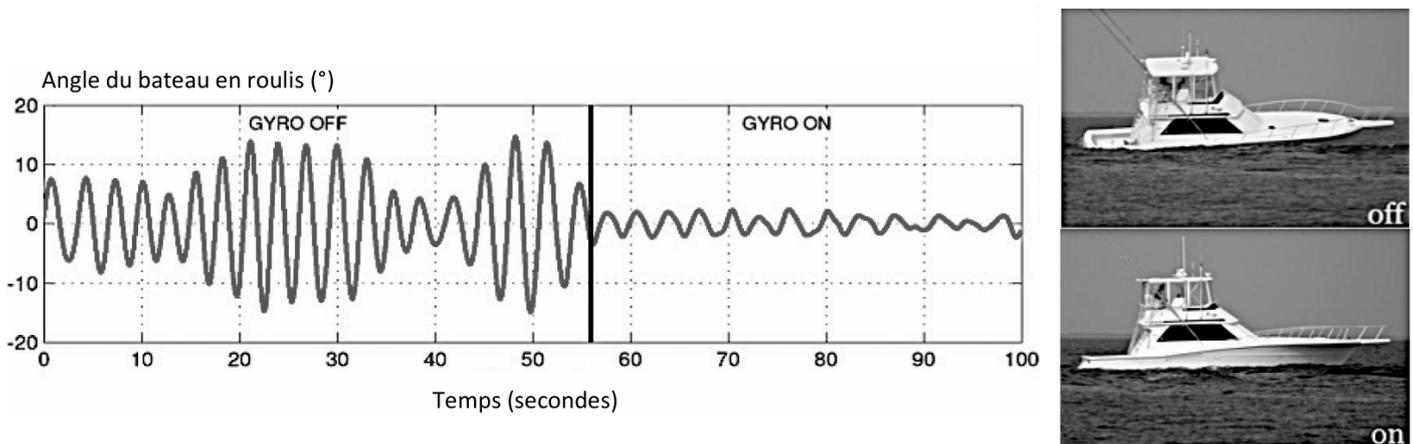


FIGURE 5 – Mesure des oscillations du bateau en roulis sans, puis avec, stabilisateur gyroscopique

2 Modélisation dynamique du stabilisateur gyroscopique

Dans cette partie, le passage dans le domaine de Laplace des équations de comportement dynamique du bateau **1** suivant l'axe de roulis ainsi que de l'ensemble enceinte **2**, volant d'inertie **3** suivant l'axe de Cardan permet de comparer les performances avec et sans stabilisation.

2.1 Paramétrage cinématique

On note $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère supposé galiléen lié à la terre et $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ le repère lié au bateau **1**. On suppose que le bateau est soumis à un unique mouvement de roulis d'axe (O, \vec{x}_0) par rapport à R_0 et on note $\alpha(t)$ l'angle de roulis du bateau **1** par rapport à R_0 . On note $R_2(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ le repère lié à l'enceinte **2** pouvant tourner autour de l'axe de Cardan (O, \vec{y}_1) et $\beta(t)$ l'angle de l'enceinte par rapport à R_1 . Finalement, on note ω_m la vitesse angulaire du volant **3** par rapport à R_2 supposée connue et constante à la valeur imposée par le moteur électrique.

2.2 Hypothèses et actions mécaniques

L'action mécanique exercée par l'eau sur le bateau est complexe à définir. On donne une modélisation simplifiée du moment en O de cette action mécanique : $C_{eau}(t) = C_{mer}(t) + C_{visq}(t) + C_{red}(t)$ où :

- $C_{mer}(t)$ représente le moment induit par les vagues entretenant le mouvement de roulis ;
- $C_{visq}(t) = -f_b \frac{d\alpha(t)}{dt}$ caractérise le moment des actions mécaniques dissipatives liées au mouvement relatif entre l'eau et la coque (f_b : coefficient de frottement visqueux) ;
- $C_{red}(t) = -k_b \alpha(t)$ modélise le moment de redressement lié à l'action de la pression de l'eau sur la coque (poussée d'Archimède).

L'application du principe fondamental de la dynamique permet d'obtenir l'équation suivante donnant l'évolution du comportement en roulis du bateau **1** :

$$I_b \frac{d^2 \alpha(t)}{dt^2} + I_v \omega_m \frac{d\beta(t)}{dt} = C_{mer}(t) + C_{visq}(t) + C_{red}(t) \quad \text{avec } I_b = 60000 \text{ kg.m}^2 \text{ et } I_v = 4 \text{ kg.m}^2 \quad (1)$$

Pour identifier les paramètres intervenant dans l'équation de mouvement du bateau, on réalise un essai en bloquant le gyroscope ($\beta = 0$ et $\omega_m = 0$) sur une mer calme ($C_{mer} = 0$).

Q 1. Montrer que dans les conditions de cet essai, l'équation (1) précédente peut s'écrire : $\frac{d^2 \alpha(t)}{dt^2} + 2\xi \omega_0 \frac{d\alpha(t)}{dt} + \omega_0^2 \alpha(t) = 0$. Donner les expressions littérales de ξ et ω_0 en fonction de k_b , f_b et I_b .

Cet essai consiste à écarter le bateau d'un angle $\alpha_0 = -10^\circ$ par rapport à la verticale. Cette valeur de consigne est choisie petite afin d'éviter le chavirage du bateau et de rester dans le cadre des hypothèses de linéarité. Le bateau est alors lâché sans vitesse initiale et l'évolution de l'angle $\alpha(t)$ est tracée. On obtient la courbe de la **Figure 6**.

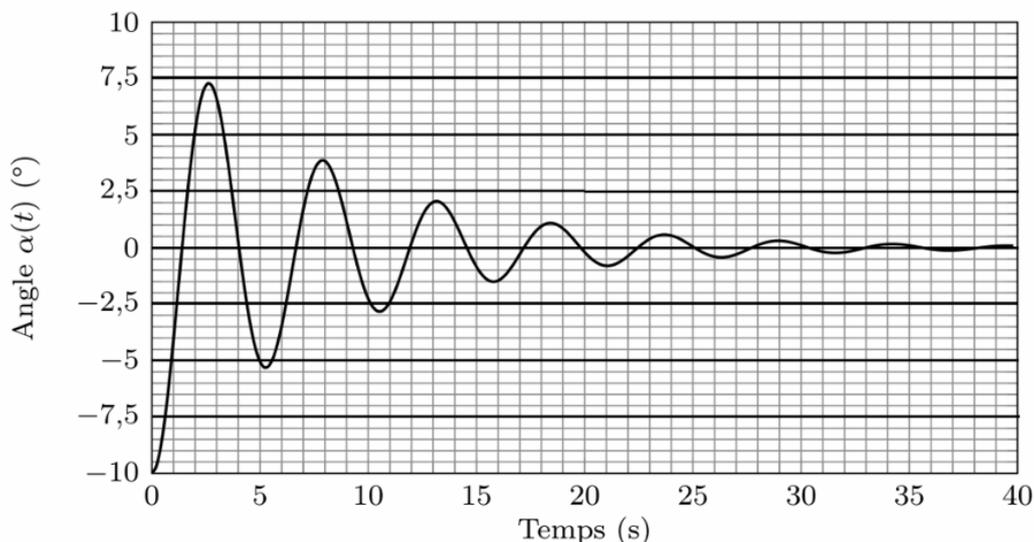


FIGURE 6 – Essai de lâcher du bateau à partir d'une position $\alpha_0 = -10^\circ$

Q 2. En faisant le changement de variable $\hat{\alpha} = \alpha - \alpha_0$, il est possible d'utiliser les abaques de la réponse indicielle d'un second ordre donnés sur le document réponses (DR). Proposer une valeur pour ξ et ω_0 en explicitant votre démarche.

2.3 Comportement dynamique

Pour toute la suite du sujet, le gyroscope est fonctionnel ce qui entraîne $\beta(t) \neq 0$ et $\omega_m \neq 0$. On peut alors montrer par application du principe fondamental de la dynamique à l'ensemble **{2, 3}** linéarisé autour du point de fonctionnement du gyroscope (angle β petit) que l'on obtient l'équation suivante :

$$I_g \frac{d^2 \beta(t)}{dt^2} = C_h(t) + I_v \omega_m \frac{d \alpha(t)}{dt} \quad \text{avec } I_g = 2 \text{ kg.m}^2 \quad (2)$$

où $C_h(t)$ est le couple exercé par un système nommé « modulateur hydraulique » monté entre le bateau **1** et l'enceinte **2**. On souhaite montrer l'intérêt d'avoir ajouté ce « modulateur hydraulique ». On suppose donc dans un premier temps que $C_h(t) = 0$.

Q 3. On suppose que $\alpha(0) = \beta(0) = 0$ et $\frac{d \alpha(0)}{dt} = \frac{d \beta(0)}{dt} = 0$. Quelles conditions sont vérifiées ? Passer alors dans le domaine de Laplace les équations (1) et (2).

Q 4. Déterminer la fonction de transfert $H(p)$ telle que $\alpha(p) = H(p) \cdot C_{mer}(p)$ et la mettre sous la forme $H(p) = \frac{1}{K + Ap + Bp^2}$ où les expressions de K , A et B seront précisées.

Q 5. Quelle est la classe, l'ordre et le gain statique de la fonction de transfert $H(p)$?

A l'aide des valeurs numériques déterminées pour le bateau et des caractéristiques inertielles du volant, on peut tracer les diagrammes de Bode de la fonction de transfert précédente $H(p)$. On donne également les diagrammes de Bode de la fonction de transfert sans stabilisation gyroscopique.

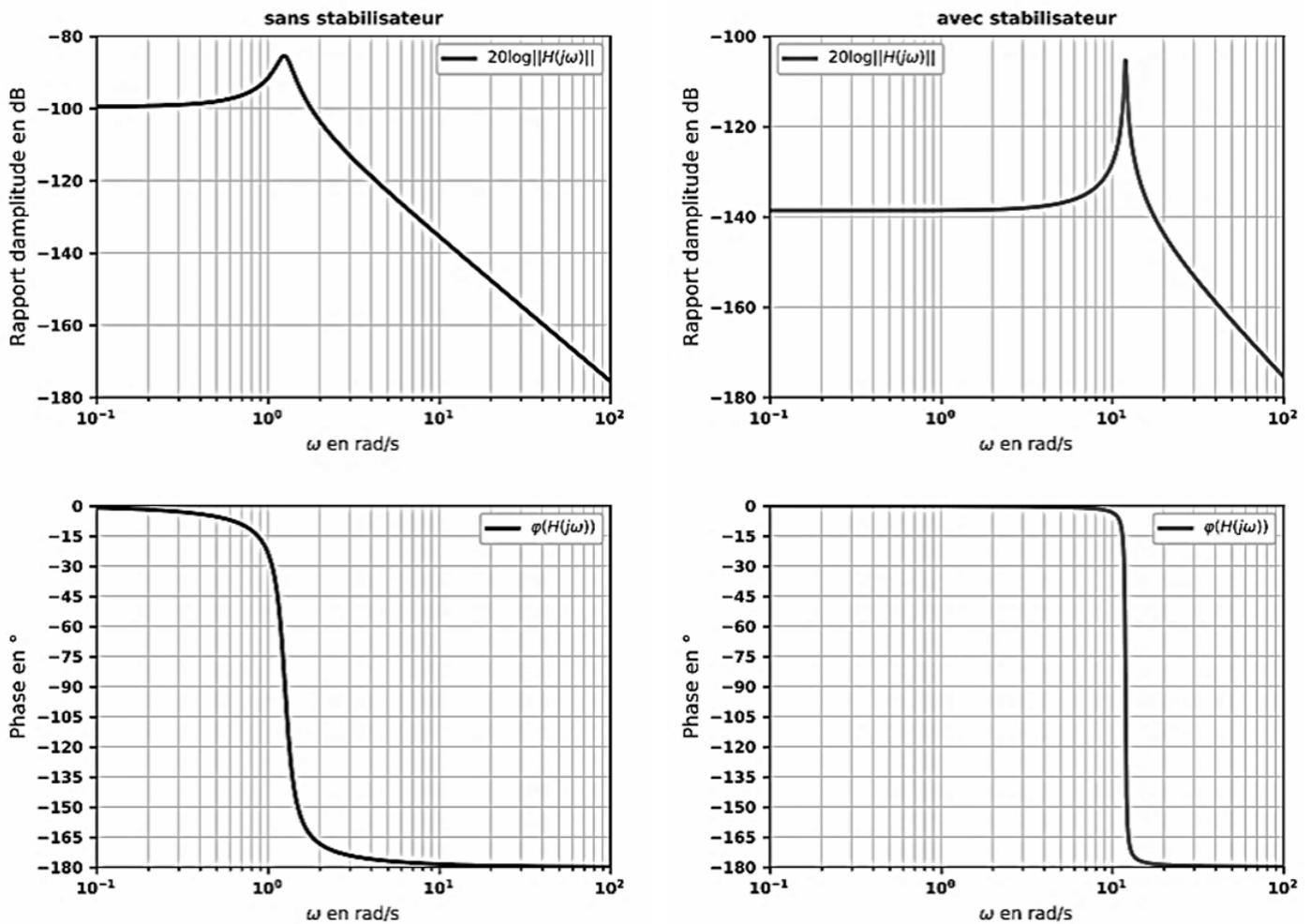


FIGURE 7 – Diagrammes de Bode du système sans stabilisateur (gauche) et avec stabilisateur gyroscopique (droite). Le rapport d'amplitude $|H(j\omega)|$ est en rad/(N.m)

Le moment exercé par la mer peut être modélisé par une somme de fonctions sinusoïdales de différentes pulsations comprises généralement entre 0 et 10 rad/s. On suppose donc, pour simplifier, des vagues régulières dont le moment exercé sur le bateau est de la forme : $C_{mer}(t) = C_0 \sin(\omega t)$.

- Q 6.** Donner la forme générale de l'expression de l'angle en régime établi $\alpha(t)$ en réponse à cette entrée sinusoïdale $C_{mer}(t)$.
- Q 7.** Quel phénomène physique observe-t-on sur ces diagrammes de Bode ? Quelle inégalité est-ce que cela implique-t-il vis-à-vis du coefficient d'amortissement d'un bateau **sans** et **avec** stabilisation gyroscopique ?
- Q 8.** En comparant les deux diagrammes de Bode, donner deux justifications démontrant que le bateau **avec** stabilisation gyroscopique a un coefficient d'amortissement plus petit que le bateau **sans** stabilisation gyroscopique.
- Q 9.** Préciser les valeurs numériques du rapport d'amplitude (sous la forme 10^x) et du déphasage dans le cas d'un bateau **sans** stabilisation gyroscopique pour $\omega = 1$ rad/s.
- Q 10.** Reprendre la question précédente dans le cas d'un bateau **avec** stabilisation gyroscopique.

On constate que la stabilisation améliore le comportement du bateau, cependant l'évolution de l'angle β peut être problématique (angle trop important et variation trop importante). L'introduction d'un moment hydraulique $C_h(t)$ permet de pallier ce problème. Ce moment peut être adapté automatiquement par l'intermédiaire d'un actionneur et d'un asservissement, appelé régulateur hydraulique.

- Q 11.** Expliquer succinctement pourquoi la conclusion précédente n'est peut-être plus valable si l'angle $\beta(t)$ devient trop grand.

3 Modélisation du régulateur hydraulique

Dans cette partie, la mise en place d'une régulation hydraulique est développée. Un modèle complet de l'asservissement en roulis du bateau est construit afin d'en étudier les performances. Les paramètres des correcteurs sont optimisés.

3.1 Architecture du système

L'inclinaison du gyroscope est commandée par un contrôleur électronique et un dispositif hydraulique de manière à optimiser le couple fourni pour diminuer le roulis du bateau. Ce régulateur hydraulique est constitué d'un servo-distributeur commandé par le contrôleur électronique. Le servo-distributeur module le débit d'alimentation des deux vérins. La translation des vérins est transformée par la structure articulée en une rotation de l'ensemble enceinte 2 et volant d'inertie 3 autour de l'axe de Cardan. Un couple gyroscopique est alors généré sur l'axe de roulis du bateau afin de le stabiliser. Le tiroir du servo-distributeur possède une position permettant de bloquer les vérins (et donc la rotation de l'ensemble 2 et 3 suivant l'axe de Cardan) dans une position donnée.

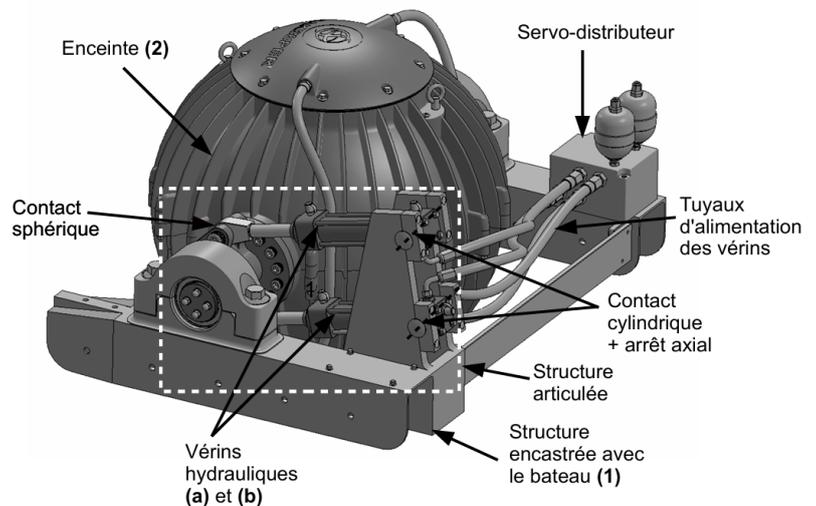


FIGURE 8 – Principaux constituants du régulateur hydraulique

- Q 12.** À l'aide du texte descriptif, compléter le schéma de la chaîne d'énergie du régulateur hydraulique donner sur le DR.

Le schéma du document réponses représente partiellement le schéma hydraulique du régulateur. On retrouve sur ce schéma les 2 vérins a et b, le servo-distributeur représenté en position repos (c'est-à-dire non commandé) et l'enceinte 2. On considère qu'une commande U- entraîne un déplacement du tiroir du servo-distributeur sur le schéma hydraulique vers le haut et a pour effet de générer une rotation du gyroscope dans le sens indiqué sur le schéma.

- Q 13.** Relier correctement les deux sorties du servo-distributeur aux orifices des vérins afin de faire tourner le gyroscope dans le sens indiqué sur le schéma. Utiliser deux couleurs différentes afin d'identifier les circuits hydrauliques à la pression P_{alim} et ceux à P_{retour} .

3.2 Modélisation des différents constituants

Pour compléter le modèle de la chaîne d'action globale, il est nécessaire de déterminer les équations qui caractérisent ce dispositif hydraulique. On adopte les notations suivantes $\Omega_\alpha(p)$ et $\Omega_\beta(p)$ transformées de Laplace respectives des vitesses angulaires : $\omega_\alpha(t) = \frac{d\alpha(t)}{dt}$ et $\omega_\beta(t) = \frac{d\beta(t)}{dt}$.

En utilisant les équations simplifiées obtenues par une étude géométrique et le principe de conservation de la masse pour un fluide compressible, on peut établir l'équation suivante reliant le débit volumique total $q(t)$, la vitesse angulaire $\omega_\beta(t)$ et le couple $C_h(t)$:

$$q(t) = S.e.\omega_\beta(t) + \frac{V_0}{2.B.S.e} \frac{dC_h(t)}{dt} \tag{3}$$

où S représente la section utile équivalente, aux 2 vérins identiques **a** et **b**, sur laquelle s'exercent les actions mécaniques de pression du fluide, V_0 est le demi volume équivalent aux 2 vérins et B le coefficient de compressibilité isotherme de l'huile.

De plus, le servo-distributeur fournit un débit $q(t)$ proportionnel au courant $i(t)$ tel que :

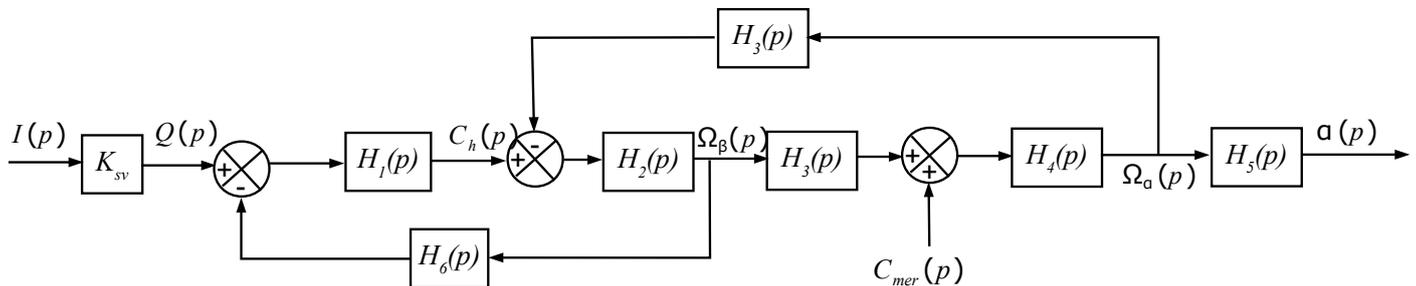
$$q(t) = K_{sv} i(t) \tag{4}$$

On rappelle que les équations qui caractérisent le bateau et le gyroscope sont les suivantes :

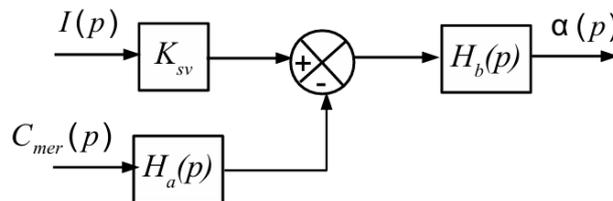
$$I_b \frac{d^2 \alpha(t)}{dt^2} + f_b \frac{d\alpha(t)}{dt} + k_b \alpha(t) = C_{mer}(t) - I_v \omega_m \frac{d\beta(t)}{dt} \tag{5}$$

$$I_g \frac{d^2 \beta(t)}{dt^2} = C_h(t) + I_v \omega_m \frac{d\alpha(t)}{dt} \tag{6}$$

Q 14. A l'aide des équations (3) à (6) et en supposant les conditions initiales nulles, donner les fonctions de transfert $H_1(p)$ à $H_6(p)$ du schéma-blocs suivant représentant la régulation hydraulique de l'angle de roulis.



Q 15. Montrer que ce schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante où l'on précisera l'expression de $H_a(p)$ et $H_b(p)$ en fonction de $H_1(p)$ à $H_6(p)$ uniquement. (Ne surtout pas remplacer par les expressions trouvées à la question précédente).



On donne, sur le DR, les diagrammes de Bode de la fonction de transfert $G(p) = \frac{\alpha(p)}{I(p)} = K_{sv} H_b(p)$.

Q 16. En justifiant votre réponse, proposer un modèle de comportement de la fonction de transfert $G(p)$ à partir des diagrammes de Bode sur la bande de pulsations induites par la mer]0, 10 rad/s].

Q 17. En réalisant les tracés nécessaires, expliquer la démarche qui vous permettrait de déterminer les valeurs numériques des paramètres caractéristiques de cette fonction de transfert (A.N. non attendues, seulement la démarche et les tracés).

On réalise un asservissement en mesurant l'angle $\alpha(t)$ du bateau à l'aide d'une centrale inertielle de gain $K_{capt} = 1$. La consigne d'angle est convertie en tension par un convertisseur angle-tension de gain K_{adapt} . L'écart $\varepsilon(t)$ entre la consigne d'angle convertie $u_c(t)$ et la mesure de l'angle $u_\alpha(t)$ est corrigé par un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ qui délivre le courant de commande $i(t)$ du servo-distributeur.

Les performances attendues de l'asservissement sont les suivantes :

Performances	Niveaux
Stabilité	Marge de phase = 60° Marge de gain $> 0dB$
Précision	Erreur statique (régime stationnaire) $\leq 5\%$ pour une consigne α_c en échelon
Rapidité	Temps de réponse à $5\% < 5 s$ Bande passante à $0dB$ de la FTBO : [0 ; $\omega_{0dB} = 10 rad.s^{-1}$]
Amortissement	Premier dépassement $D_1(\%) < 20\%$

Q 18. Proposer un schéma-blocs de l'asservissement de position du bateau où figureront notamment les blocs $H_a(p)$ et $H_b(p)$. Indiquer les différentes entrées ainsi que les variables entre les blocs.

Q 19. Quelle structure de schéma-blocs classiquement rencontrée pour les systèmes asservis cet asservissement de l'angle de roulis présente-t-il ? Est-ce un asservissement en régulation ou en poursuite ? Justifier.

Q 20. Justifier que pour obtenir un « bon » asservissement, il est nécessaire que $K_{adapt} = K_{capt}$.

Pour la suite de l'étude, on considérera que cette condition est vérifiée.

4 Optimisation des performances de l'asservissement

Quelques soient les résultats trouvés aux questions précédentes, on admet que la fonction de transfert $H_a(p)$ s'écrit sous la forme

$$H_a(p) = K_a \left(1 + \frac{p^2}{\omega_2^2} \right) \text{ et que la fonction de transfert } G(p) = \frac{K_{sv} \cdot K_b}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}} \text{ avec } K_{sv} \cdot K_b = 2 \text{ rad/A, } \omega_0 = 1,2 \text{ rad/s et } \xi = 0,1.$$

4.1 Choix d'un correcteur adapté

Dans un premier temps, un correcteur proportionnel $C(p) = K_p$ est envisagé, avec $K_p > 0$.

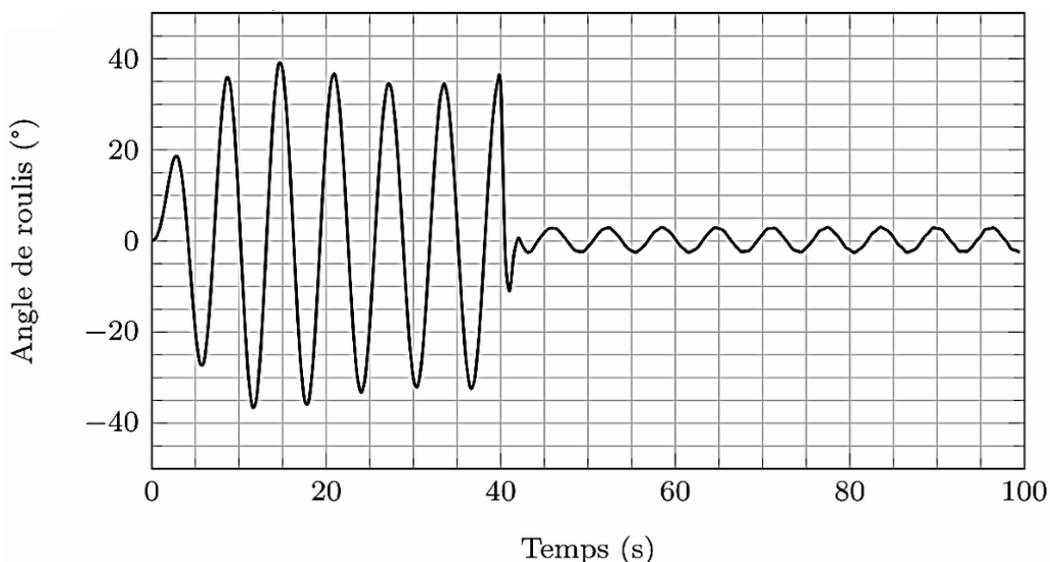
Q 21. En appliquant le principe de superposition ($C_{mer}(p) = 0$ et $\alpha_c(p) \neq 0$), donner la fonction de transfert régissant l'influence de la consigne seule sur l'angle de roulis $\alpha(p)$.

Q 22. Justifier par un critère théorique que le système asservi est stable quelle que soit la valeur de K_p .

Q 23. Déterminer l'erreur statique associée à une entrée $\alpha_c(t)$ en échelon d'amplitude α_{c0} (toujours avec $C_{mer}(p) = 0$). En déduire la valeur minimale de K_p assurant le critère de précision.

4.2 Validation des performances de l'asservissement

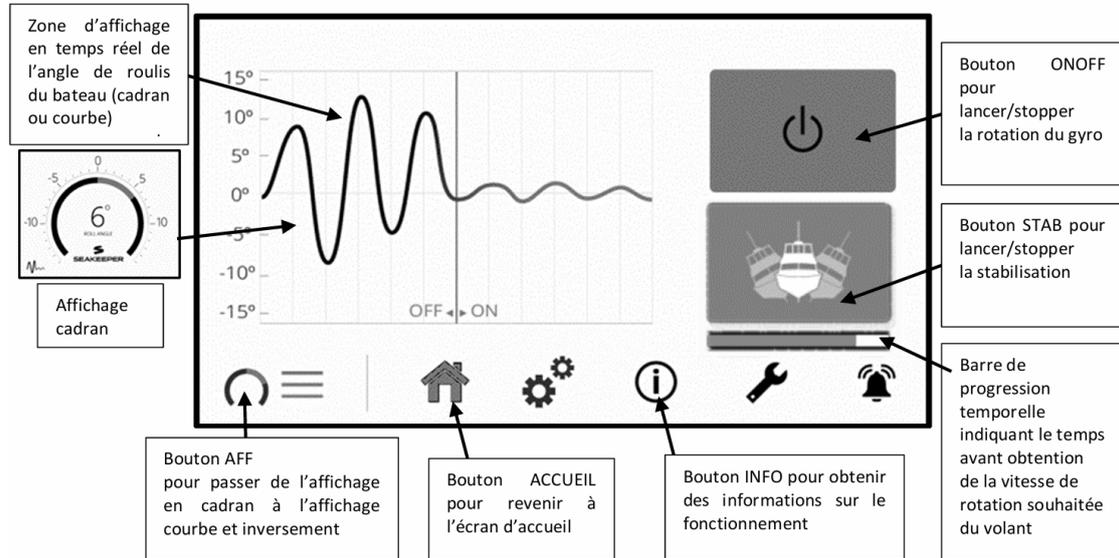
Avec le correcteur implémenté sur le système, on trace la réponse temporelle du système obtenue pour une entrée sinusoïdale du moment C_{mer} . Au bout de 40 s, le système de stabilisation est activé.



Q 24. Préciser l'atténuation apportée par le système de stabilisation (rapport de l'amplitude de l'angle de roulis avec stabilisation sur l'amplitude sans stabilisation) à partir de la réponse temporelle. Conclure sur l'intérêt du stabilisateur gyroscopique.

5 Gestion du système

Le Seakeeper est équipé d'un écran tactile permettant de contrôler le fonctionnement du système. Initialement, le stabilisateur gyroscopique est à l'arrêt. Il est nécessaire de mettre en rotation le volant d'inertie et de pouvoir contrôler le système de stabilisation qui ne sera efficace que si la vitesse du volant d'inertie est suffisante. La mise en place de la stabilisation prend du temps et il est indispensable d'informer l'utilisateur de l'état du système.



L'écran tactile possède un menu d'accueil qui regroupe un certain nombre d'éléments pour gérer le fonctionnement du système. Un autre menu délivre des informations sur le fonctionnement du système par l'intermédiaire des capteurs qui équipent le Seakeeper (capteurs de température, de vitesse du volant d'inertie $\omega_m(t)$, d'angle de roulis $\alpha(t)$, de courant électrique). *Le passage du menu d'accueil aux autres menus n'est pas étudié ici.*

Si l'utilisateur éteint le système, le volant d'inertie met en pratique près de 4h avant de s'arrêter complètement. Dans le cas où il rallume le système 10 min après l'avoir éteint, le volant d'inertie tourne encore à haute vitesse.

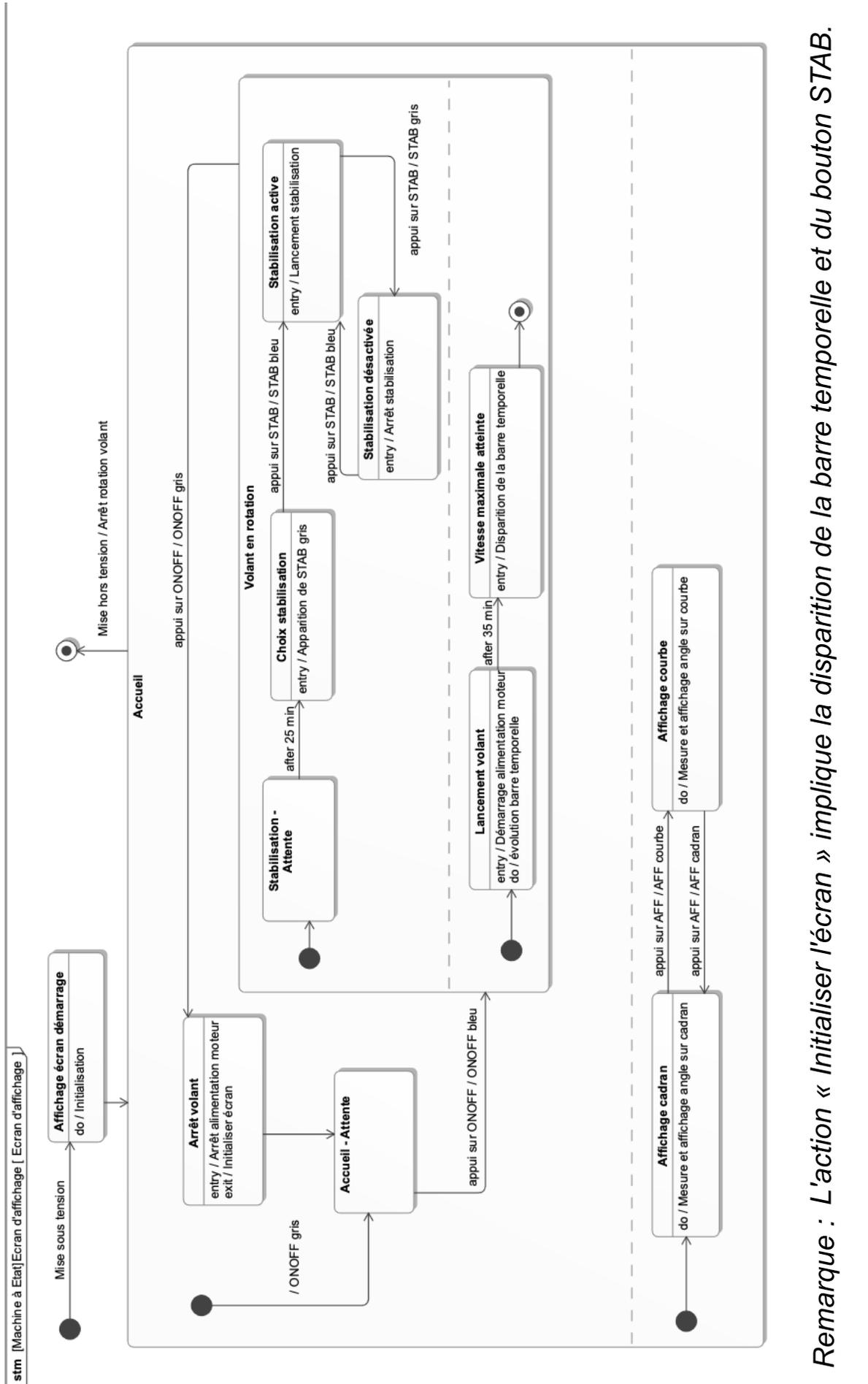
Q 25. Dans ce cas, par lecture du diagramme d'état fourni en annexe (cf **page 10**), combien de temps l'utilisateur devra-t-il attendre avant de voir disparaître la barre temporelle et avant de pouvoir lancer la stabilisation ?

Q 26. En utilisant l'information délivrée par un capteur présent sur le système, proposer une modification de **deux** transitions pour que le comportement décrit par le diagramme d'état soit satisfaisant d'un point de vue utilisateur (qu'il n'attende pas trop longtemps la possibilité d'activer la stabilisation gyroscopique).

— Fin du Devoir —

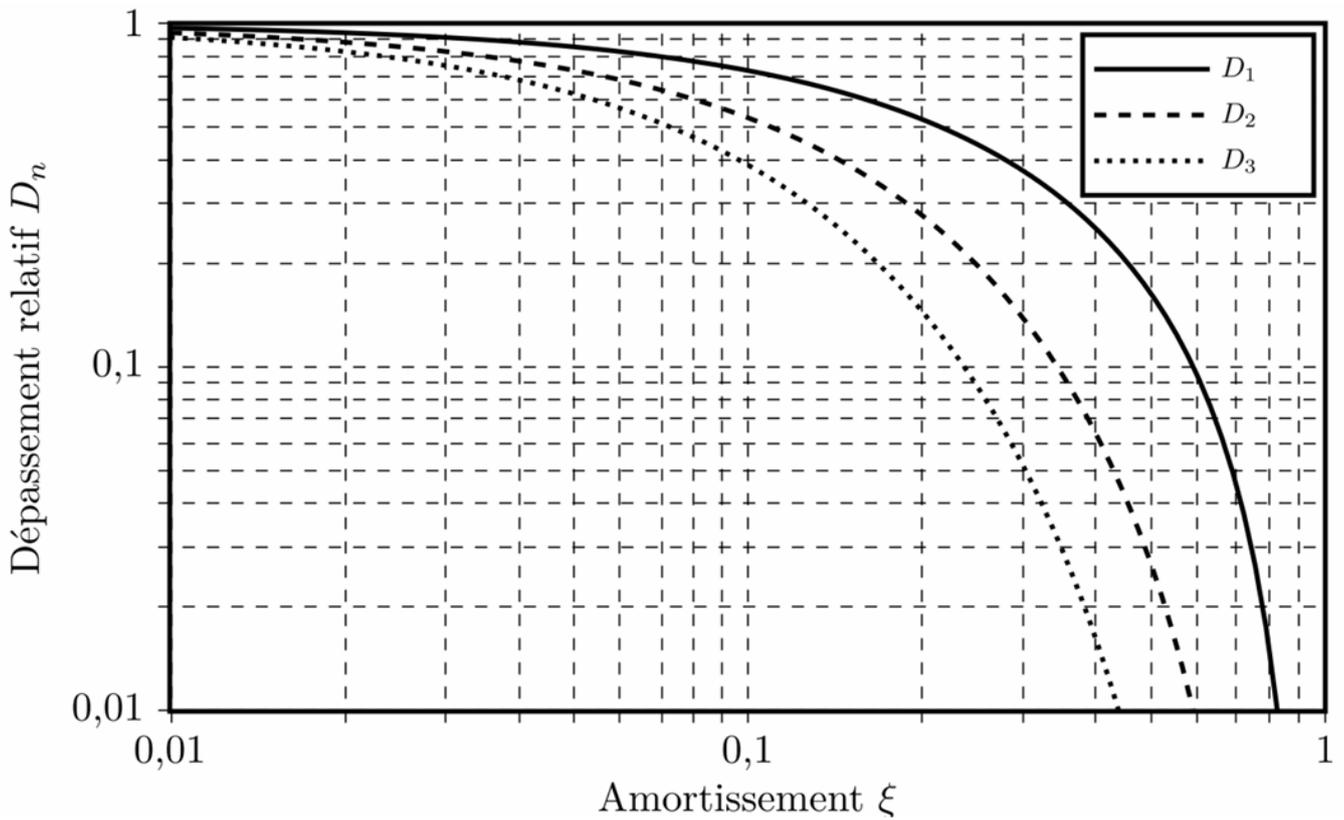
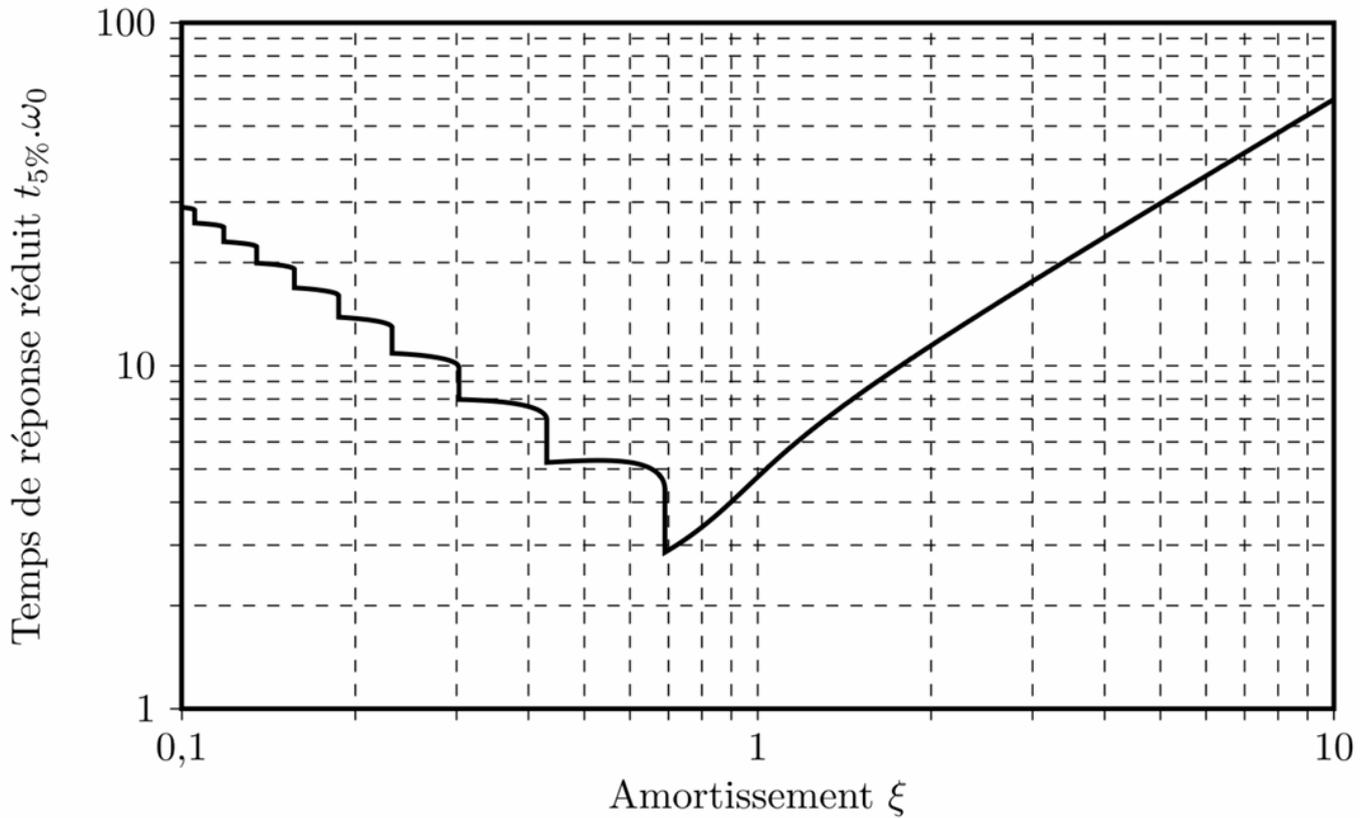
— d'après Mines-Ponts 2022 —

Stabilisateur gyroscopique de bateau - Annexe

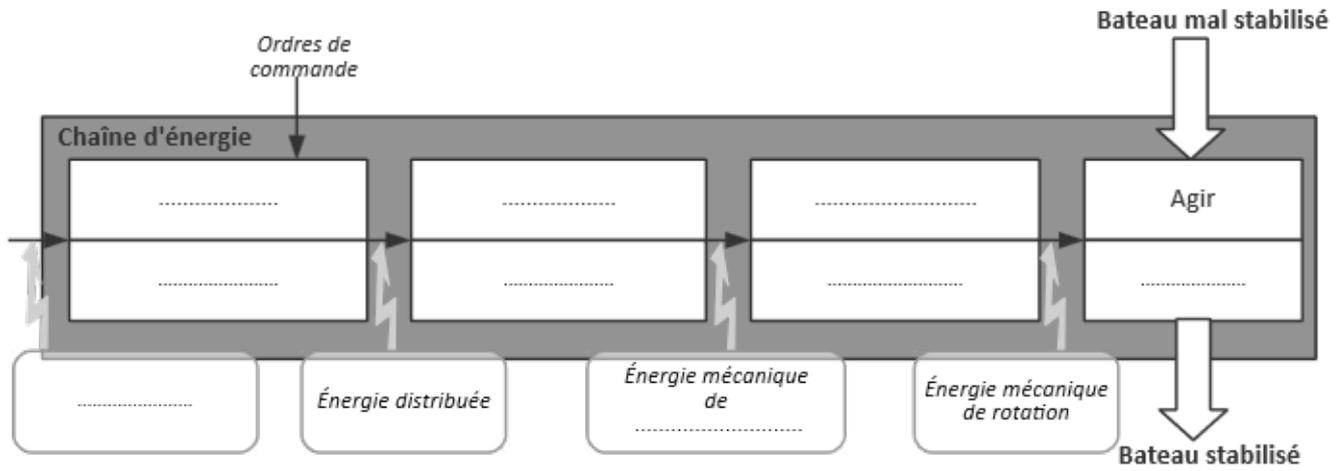


Stabilisateur gyroscopique de bateau - Document Réponses (DR)

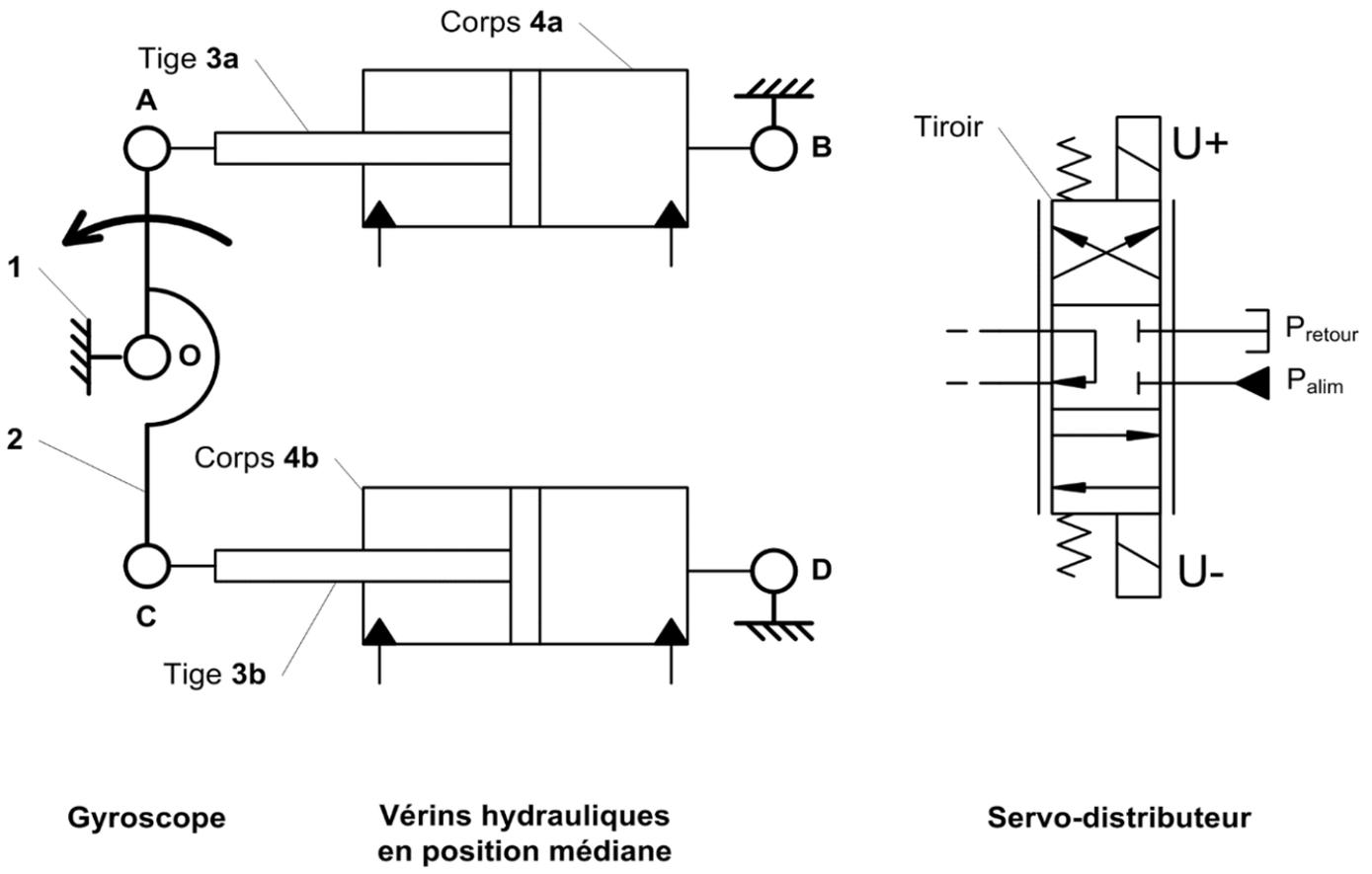
Question 2 :



Question 12 :



Question 13 :



Gyroscope

Vérins hydrauliques en position médiane

Servo-distributeur

Question 16-17 :*Diagrammes de Bode de $G(p)$* 