

DS n°2 : Stabilisateur gyroscopique

①

Q1) Pour $\beta=0$, $\omega_m=0$ et $C_{men}=0$:

$$(1) \Rightarrow I_b \frac{d^2 \alpha(t)}{dt^2} = -f_b \frac{d \alpha(t)}{dt} - k_b \alpha(t) \quad \text{car } \beta=0 \Rightarrow \frac{d\beta(t)}{dt}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2 \alpha(t)}{dt^2} + 2\zeta \omega_0 \frac{d \alpha(t)}{dt} + \omega_0^2 \alpha(t) = 0$$

$$\text{avec } 2\zeta \omega_0 = \frac{f_b}{I_b} \quad \text{et } \omega_0^2 = \frac{k_b}{I_b}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k_b}{I_b}}} \quad \text{et} \quad \boxed{\zeta = \frac{1}{2} \frac{f_b}{\sqrt{k_b I_b}}}$$

Q2) On peut utiliser l'abaque pour $\hat{\alpha}(t) = \alpha(t) - \alpha_0 = \alpha(t) + 10^\circ$.

$\hookrightarrow$ on mesure $\hat{\alpha}(t \rightarrow \infty) = 10^\circ$ et donc un 1^{er} dépassement

$$\text{relatif } D_{1\%} = \frac{|\hat{\alpha}(t \rightarrow \infty) - \alpha(\frac{T_p}{2})|}{|\hat{\alpha}(t \rightarrow \infty)|} = \frac{|10 - 17,25|}{10} = \boxed{0,725}$$

$\Rightarrow$ Par lecture directe de l'abaque : $\boxed{\zeta \approx 0,1}$.

$\hookrightarrow$ On mesure t_{sy} tel que $\forall t > t_{sy} \quad 9,5 \leq \hat{\alpha}(t) \leq 10,5$
 $\Leftrightarrow -0,5 \leq \alpha(t) \leq 0,5$

Ce qui donne : $\boxed{t_{sy} \approx 24 \text{ s}}$.

$\Rightarrow$ Par lecture de l'abaque
 du temps de réponse réduit pour $\zeta = 0,1$

$$t_{sy} \omega_0 \approx 30 \Rightarrow \boxed{\omega_0 \approx \frac{30}{24} = 1 + \frac{6}{24} = 1,25 \text{ rad/s}}$$

93) $\alpha(0) = \beta(0) = 0$ et $\frac{d\alpha(0)}{dt} = \frac{d\beta(0)}{dt} = 0 \Rightarrow$ conditions de Heaviside sont vérifiées.

Pour $C_m(t) = 0$,

$$\begin{cases} (2) \Rightarrow I_g p^2 \beta(p) = I_r \omega_m p \alpha(p) \\ (1) \Rightarrow I_b p^2 \alpha(p) + I_r \omega_m p \beta(p) = C_{mer}(p) - (f_b p + k_b) \alpha(p) \end{cases}$$

94) (2) $\Rightarrow \beta(p) = \frac{I_r \omega_m}{I_g p} \alpha(p)$ en substituant cela dans (1)

$$\Rightarrow \alpha(p) \left[I_b p^2 + f_b p + k_b + \frac{(I_r \omega_m)^2}{I_g} \right] = C_{mer}(p)$$

$$\Rightarrow H(p) = \frac{\alpha(p)}{C_{mer}(p)} = \frac{1}{K + A p + B p^2}$$

avec $K = k_b + \frac{(I_r \omega_m)^2}{I_g}$, $A = f_b$ et $B = I_b$.

95) $\Rightarrow$ classe 0, ordre 2 et gain statique : $\frac{1}{K}$.

96) En notation complexe $C_{mer}(t) = C_0 \sin(\omega t)$ s'écrit :

$$\underline{C_{mer}}(t) = C_0 e^{j\omega t} \quad \text{avec } C_{mer}(t) = \text{Im}(\underline{C_{mer}}(t))$$

$$\Rightarrow \underline{\alpha}(t) = H(j\omega) \underline{C_{mer}}(t) = |H(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)} C_0 e^{j\omega t}$$

$$\Rightarrow \alpha(t) = \text{Im}(\underline{\alpha}(t)) = C_0 |H(j\omega)| \sin(\omega t + \varphi(\omega)).$$

97) On observe un "pic" sur le diagramme de Bode en gain caractéristique du phénomène de résonance :

$$\Rightarrow \text{coefficients d'amortissement} < \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(2)

98) On remarque :

→ passage de l'asymptote de phase de 0° à -180° est plus abrupte pour le bateau avec stabilisation

→ le pic de résonance est plus étroit et plus haut par rapport au gain aux basses pulsations pour le bateau avec stabilisation

⇒ On déduit que le bateau avec stabilisation est moins amorti, c'est-à-dire : $\zeta_{\text{avec}} < \zeta_{\text{sans}}$

99) Pour une pulsation d'excitation $\omega = 1 \text{ rad/s}$, on mesure :

$$20 \log(|H(j\omega)|) = -90 \text{ dB} \Rightarrow |H(j\omega)| = 10^{-9/20}$$

$$\text{et } \angle H(j\omega) \approx -25^\circ$$

100) De même, avec stabilisation cette fois-ci :

$$20 \log(|H(j\omega)|) \approx -140 \text{ dB} \Rightarrow |H(j\omega)| \approx 10^{-7}$$

$$\text{et } \angle H(j\omega) = 0^\circ$$

101) La fonction de transfert $H(p)$ précédente, et par conséquent ses diagrammes de Bode, ont été obtenus par linéarisation du PFD appliqué à {2+3} sous l'hypothèse "angle β petit".

⇒ Ainsi, si β devient trop grand, le domaine de validité du modèle n'est plus respecté et on ne peut donc plus l'utiliser pour en tirer des conclusions

Q12) f document réponse

Q13) f document réponse

Q14) Sous les conditions d'Heaviside,

$$(3) \Rightarrow Q(p) = S.e \Omega_B(p) + \frac{V_0 p}{2.B.S.e} C_h(p)$$

$$\Leftrightarrow C_h(p) = H_1(p) (Q(p) - H_6(p) \Omega_B(p))$$

lecture
schéma-blocs

$$= \frac{2B.S.e}{V_0 p} (Q(p) - S.e \Omega_B(p))$$

on identifie : $H_1(p) = \frac{2B.S.e}{V_0 p}$ et $H_6(p) = S.e$

De même : $\Omega_a(p) = p \alpha(p) \Rightarrow H_5(p) = \frac{\alpha(p)}{\Omega_a(p)} = \frac{1}{p}$

De même :

$$(6) \Rightarrow I_g p^2 \beta(p) = C_h(p) + I_r \omega_m \Omega_a(p)$$

Par lecture du schéma-blocs :

$$\Omega_b(p) = p \beta(p) = H_2(p) (C_h(p) - H_3(p) \Omega_a(p))$$

$$\stackrel{(6)}{\nearrow} = \frac{1}{I_g p} (C_h(p) - (-I_r \omega_m) \Omega_a(p))$$

on identifie : $H_2(p) = \frac{1}{I_g p}$ et $H_3(p) = -I_r \omega_m$

Finalement :

$$(5) \Rightarrow [I_b p^2 + f_b p + k_b] \alpha(p) = C_m(p) - I_r \omega_m \Omega_b(p)$$

Et lecture du schéma-blocs donne :

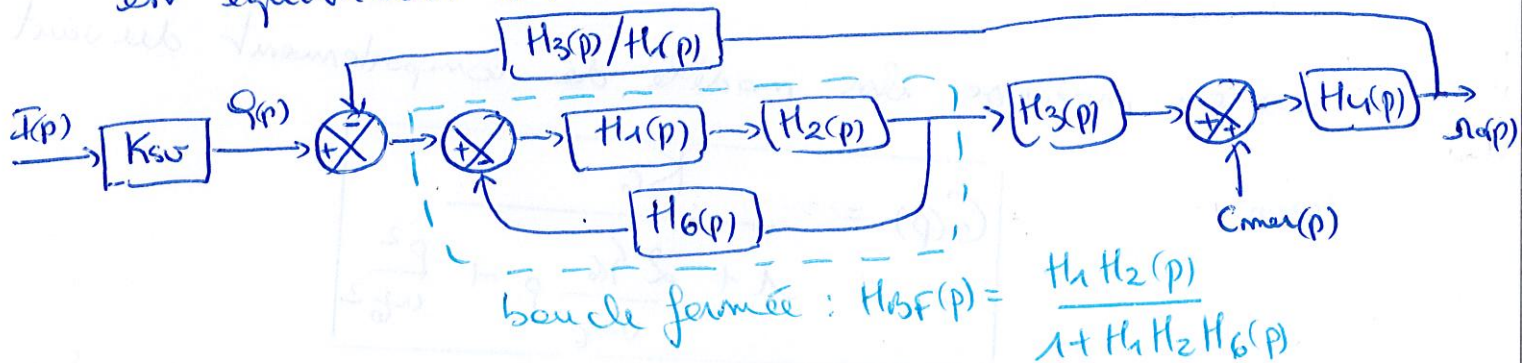
(3)

$$p \alpha(p) = \Omega_a(p) = H_4(p) (C_{mer}(p) + H_3(p) \Omega_B(p))$$

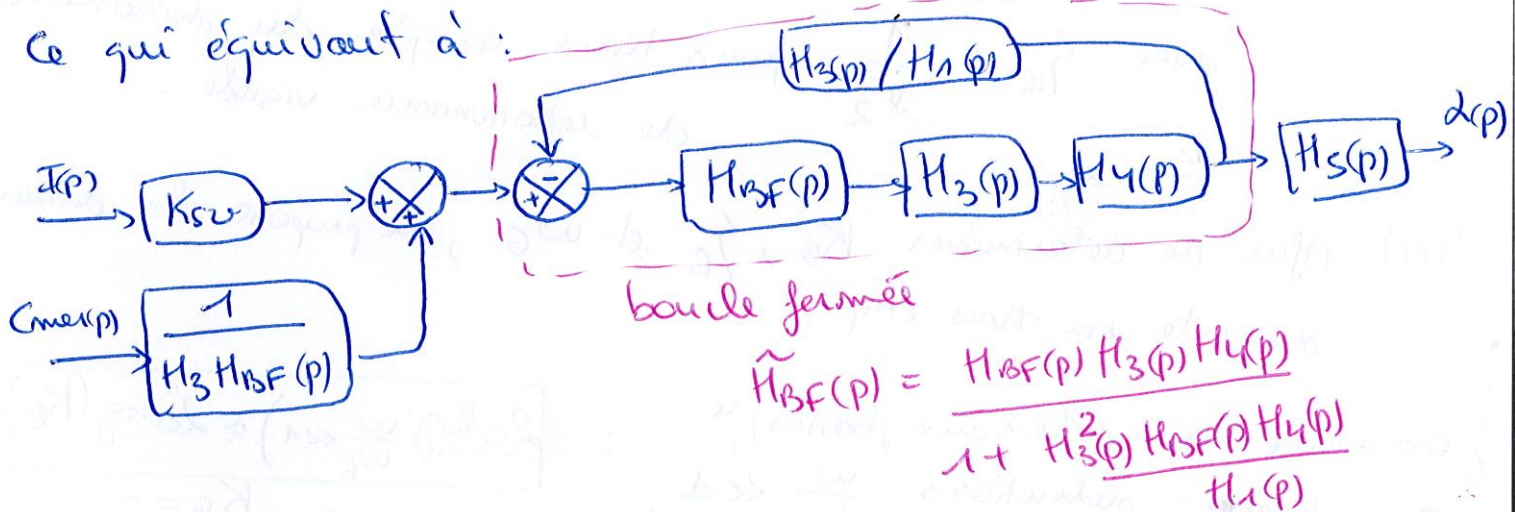
$$(5) \quad = \frac{P}{k_b + f_b p + I_b p^2} (C_{mer}(p) + H_3(p) \Omega_B(p))$$

on identifie donc : $H_4(p) = \frac{P}{k_b + f_b p + I_b p^2}$

915) Par déplacement du sommateur vers l'avant, schéma-blocs est équivalent à :



Ce qui équivaut à :



on identifie : $H_4(p) = - \frac{1}{H_3 H_{BF}(p)} = - \frac{1 + H_1 H_2 H_6(p)}{H_1 H_2 H_3(p)}$

et $H_b(p) = \tilde{H}_{BF}(p) H_5(p) = \frac{H_1^2(p) H_2(p) H_3(p) H_4(p) H_5(p)}{H_1(p) (1 + H_1 H_2 H_6(p)) + H_3^2(p) H_1 H_2 H_4(p)}$

$$= \frac{H_1 H_2 H_3 H_4 H_5(p)}{1 + H_1 H_2 H_6(p) + H_2 H_3^2 H_4(p)}$$

Q16) On remarque sur le diagramme de Bode en phase le passage d'une asymptote de 0° à une asymptote de -180° pour les hautes pulsations.

De plus, sur le diagramme de Bode en gain, on mesure une pente de -40 dB/décade aux pulsations

élevées

$$\begin{cases} G_{dB}(2) = -10 \text{ dB} \\ G_{dB}(20) = -50 \text{ dB} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ on propose le modèle de comportement suivant :

$$G(p) = \frac{K_G}{1 + 2\frac{\zeta_G}{\omega_G} p + \frac{p^2}{\omega_G^2}}$$

avec $\zeta_G < \frac{1}{\sqrt{2}}$ pour tenir compte du phénomène de résonance visible.

Q17) Afin de déterminer K_G , ζ_G et ω_G , on propose la démarche suivante en trois étapes :

↳ on mesure le gain asymptotique aux basses pulsations $\frac{\omega}{\omega_G} \ll 1$ pour déterminer K_G :

$$G_{dB}\left(\frac{\omega}{\omega_G} \ll 1\right) \approx 20 \log(K_G)$$

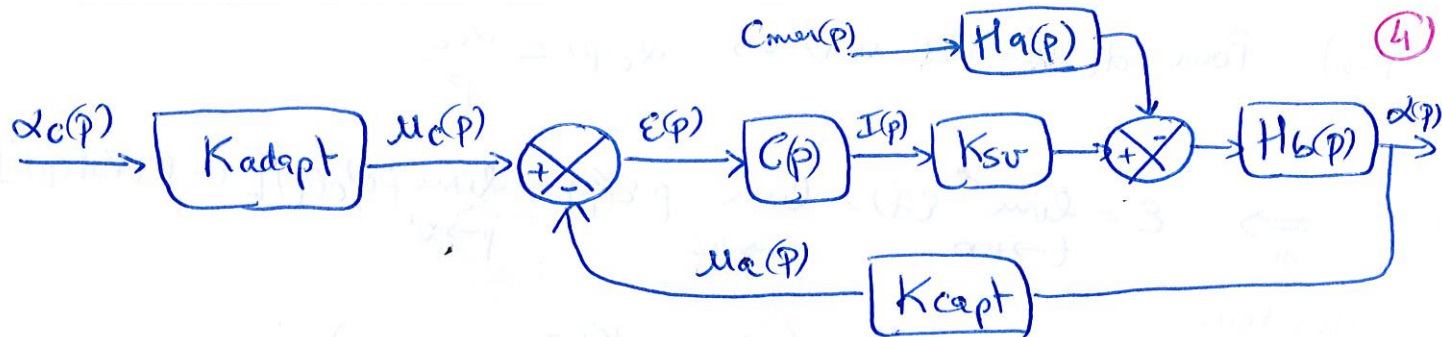
↳ on mesure la pulsation pour laquelle la phase vaut -90° pour déterminer ω_G :

$$\varphi(\omega_G) = -90^\circ$$

↳ on mesure le gain du pic à la résonance ou à la pulsation propre pour déterminer ζ_G :

$$G_{dB}(\omega_R) = 20 \log\left(\frac{K_G}{2\zeta_G \sqrt{1-\zeta_G^2}}\right) \quad \text{ou} \quad \boxed{G_{dB}(\omega_G) = 20 \log\left(\frac{K_G}{2\zeta_G}\right)}$$

Q18)



(4)

Q19) Schéma-blocs d'un système perturbé avec le couple de perturbation $C_{mer}(p)$.

↳ l'objectif de cet asservissement est de maintenir fixe l'angle α de roulis quel que soit la perturbation

⇒ asservissement en régulation
(en pratique, on aura $\alpha_c(p) = 0$)

Q20) Pour que $E(p) = \alpha_c(p) K_{adapt} - \alpha(p) K_{apt} = 0$ lorsque la grandeur asservie suit la consigne i.e. $\alpha_c(p) = \alpha(p)$
 $\Leftrightarrow 0 = \alpha_c(p) (K_{adapt} - K_{apt}) \Rightarrow K_{adapt} = K_{apt}$

Q21) Par principe de superposition, pour $\alpha_c(p) \neq 0$ et $C_{mer}(p) = 0$:

$$FTBF(p) = \frac{\alpha(p)}{\alpha_c(p)} = \frac{K_{adapt} C(p) K_{su} H_b(p)}{1 + K_{adapt} C(p) K_{su} H_b(p)} = \frac{K_{adapt} K_p K_{su} K_b}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2} + K_{adapt} K_p K_{su} K_b}$$

Q22) $FTBF(p) = \frac{K_{BF}}{1 + \frac{2\zeta_{BF}}{\omega_{BF}} p + \frac{p^2}{\omega_{BF}^2}}$ avec $\left\{ \begin{array}{l} K_{BF} = \frac{K_{adapt} K_p K_{su} K_b}{1 + K_{adapt} K_p K_{su} K_b} \\ \omega_{BF} = \omega_0 \sqrt{1 + K_{adapt} K_p K_{su} K_b} \\ \zeta_{BF} = \zeta / \sqrt{1 + K_{adapt} K_p K_{su} K_b} \end{array} \right.$

↳ on reconnaît une 2 dont les pôles "sont à parties réelles strictement négatives :

$$\operatorname{Re}(p) = -\omega_{BF} \zeta_{BF} = -\omega_0 \zeta < 0 \text{ indépendamment de } K_p$$

⇒ système stable quelque soit la valeur de K_p .

923) Pour $d_c(t) = d_{co} u(t) \Rightarrow \alpha_c(p) = \frac{d_{co}}{p}$

$\Rightarrow \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Th valeur} \\ \text{finale}}}{E} = \lim_{t \rightarrow +\infty} E(t) = \lim_{p \rightarrow 0^+} p E(p) = \lim_{p \rightarrow 0^+} p \alpha_c(p) [1 - FTBF(p)]$

$$= \lim_{p \rightarrow 0^+} d_{co} \left(1 - \frac{K_{bf}}{1 + \frac{2\zeta_{bf}}{\omega_{bf}} p + \frac{p^2}{\omega_{bf}^2}} \right)$$

$$= \boxed{\frac{d_{co}}{1 + K_{adpt} K_p K_{sv} K_b}}$$

Ainsi, pour avoir $\boxed{\frac{E}{d_{co}} \leq 0,05}$ pour respecter le cdof, il faut :

$K_p \geq \frac{19}{K_{adpt} K_{sv} K_b} = \frac{19}{2} = \boxed{9,5 \text{ A/volt}}^{\text{Ohm}}$

924) Avant l'activation de la stabilisation, on mesure une amplitude pic-à-pic : $\boxed{\Delta \alpha_{sans} \approx 70^\circ}$ puis après activation : $\boxed{\Delta \alpha_{avec} \approx 5^\circ}$

$\Rightarrow \text{atténuation} = \frac{\Delta \alpha_{avec}}{\Delta \alpha_{sans}} \approx \frac{5}{70} = \frac{5}{5 \times 14} = \boxed{\frac{1}{14} < \frac{1}{10}}$

Conclusion : le stabilisateur gyroscopique permet de diminuer d'au moins un facteur 10 l'angle de roulis dû aux actions mécaniques des vagues.

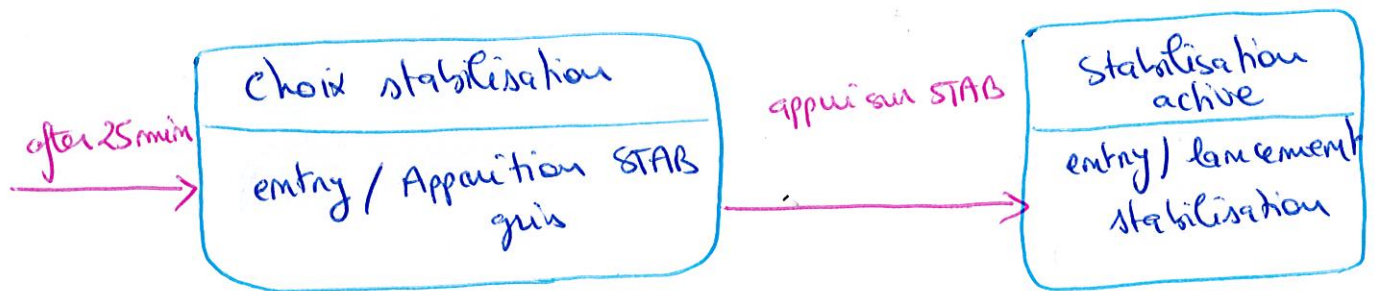
$\Rightarrow$ $\boxed{\text{amélioration de la stabilisation en roulis du bateau.}}$

925) Si l'utilisateur rallume le système (et bien que le volant d'inertie tourne encore à haute vitesse) le diagramme d'état repart de son état initial "prise sous tension".

Ainsi, avant de voir disparaître la "barre temporelle" (5)
il faut vérifier toutes les conditions de transition des
états précédents $\Rightarrow$ Il faudra attendre 35 minutes.



De même, avant de pouvoir lancer la stabilisation (en appuyant sur bouton STAB) il faut attendre 25 minutes pour que celui-ci soit "appuyable" (apparition STAB gris).



Rq: Ce genre de question peut faire peur Mais c'est généralement des points faciles, sans calcul, à gagner en faisant preuve d'un peu de logique.

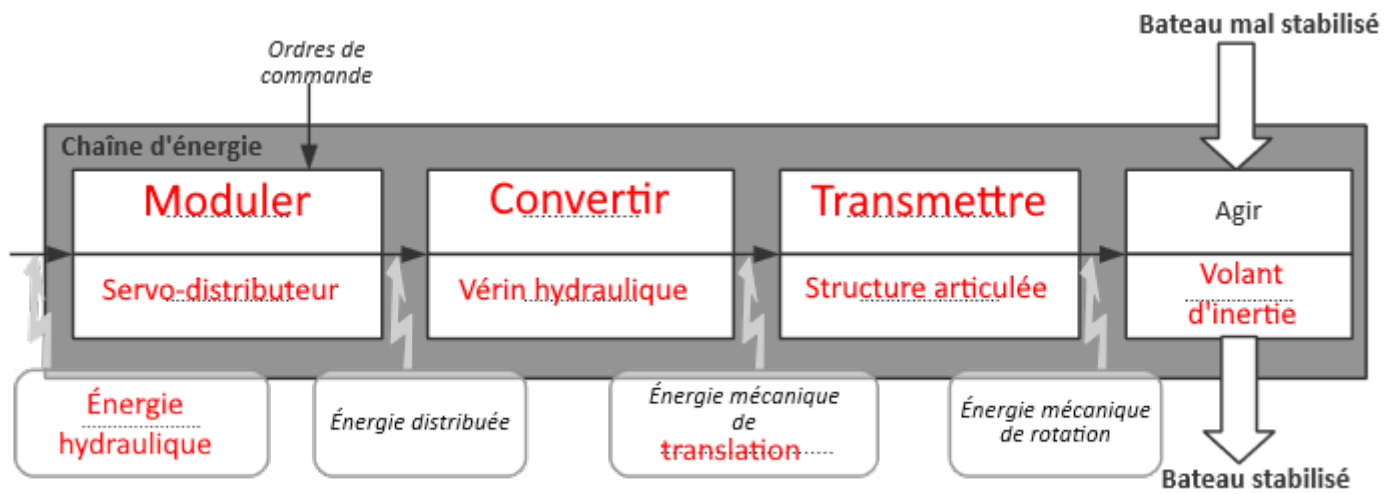
P26) On voit que l'attente excessive provient de l'absence de prise en compte de la vitesse $w_m(t)$ du volant d'inertie dans les conditions de transition entre états précédents. On propose donc d'utiliser le capteur de vitesse du volant d'inertie et de réaliser les deux modifications suivantes:

remplacer $\left\{ \begin{array}{l} \text{after 25min} \\ \text{after 35min} \end{array} \right.$ par $\left(\text{when } w_m > w_{m1} \right)$
 $\left(\text{when } w_m > w_{m2} \right)$

où w_{m1} et w_{m2} sont des vitesses seuils à définir.

Document réponse - Stabilisateur gyroscopique

Question 12 :



Question 13 :

