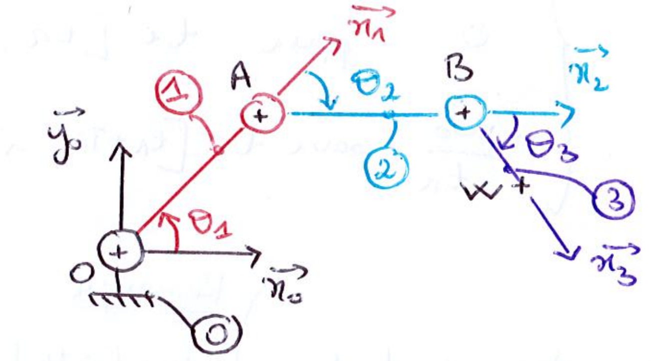
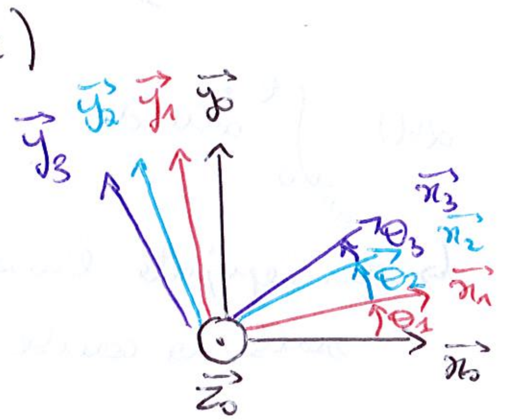
Partie I : Robot de transfert de Wafers

Q1)



avec $\begin{cases} \vec{OA} = R\,\vec{x_1} \\ \vec{AB} = R\,\vec{x_2} \end{cases}$ et $\vec{BW} = d\,\vec{x_3}$

Q2)



Q3) $\vec{OW} = \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BW} = \boxed{R\,\vec{x_1} + R\,\vec{x_2} + d\,\vec{x_3}}$

Q4) $\vec{V_{W\in 3/0}} = \left.\dfrac{d\vec{OW}}{dt}\right|_0 = \boxed{R\dot{\theta}_1\,\vec{y_1} + R(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)\,\vec{y_2} + d(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2+\dot{\theta}_3)\,\vec{y_3}}$

lecture de la figure de projection

Q5) $\vec{\Gamma_{W\in 3/0}} = \left.\dfrac{d\vec{V_{W\in 3/0}}}{dt}\right|_0 = \boxed{\begin{aligned} & R\ddot{\theta}_1\,\vec{y_1} - R\dot{\theta}_1^2\,\vec{x_1} + \\ & R(\ddot{\theta}_1+\ddot{\theta}_2)\,\vec{y_2} - R(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)^2\,\vec{x_2} + \\ & d(\ddot{\theta}_1+\ddot{\theta}_2+\ddot{\theta}_3)\,\vec{y_3} - d(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2+\dot{\theta}_3)^2\,\vec{x_3} \end{aligned}}$

Q6) $\mathcal{V}_{1/0} = {}_{O}\begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1\,\vec{z_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$, $\mathcal{V}_{2/1} = {}_{A}\begin{Bmatrix} \dot{\theta}_2\,\vec{z_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$ et $\mathcal{V}_{3/2} = {}_{B}\begin{Bmatrix} \dot{\theta}_3\,\vec{z_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

mvt rotation d'axe $(O, \vec{z_0})$ — mvt rotation d'axe $(A, \vec{z_0})$ — mvt rotation d'axe $(B, \vec{z_0})$

Q7) Par composition des vitesses : $\mathcal{V}_{3/0} = \mathcal{V}_{3/2} + \mathcal{V}_{2/1} + \mathcal{V}_{1/0}$

En écrivant le torseur au point W : $\mathcal{V}_{3/0} = \boxed{{}_{W}\begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{3/0} \\ \vec{V_{W\in 3/0}} \end{Bmatrix}}$

où $\vec{\Omega}_{3/0} = \vec{\Omega}_{3/2} + \vec{\Omega}_{2/1} + \vec{\Omega}_{1/0} = \boxed{(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2+\dot{\theta}_3)\,\vec{z_0}}$

et $\vec{V_{W\in 3/0}}$ est le vecteur vitesse calculée à la Q4

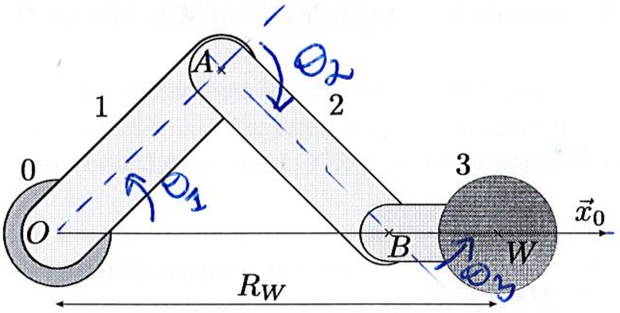


FIGURE 6 – Position du robot en phase de déploiement.

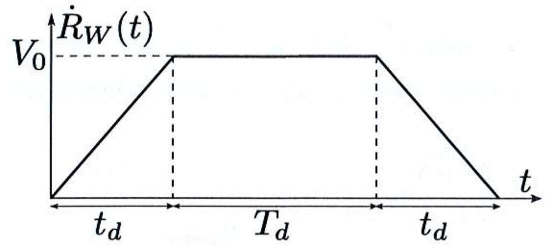


FIGURE 7 – Loi de vitesse en phase de déploiement.

Question 8 :

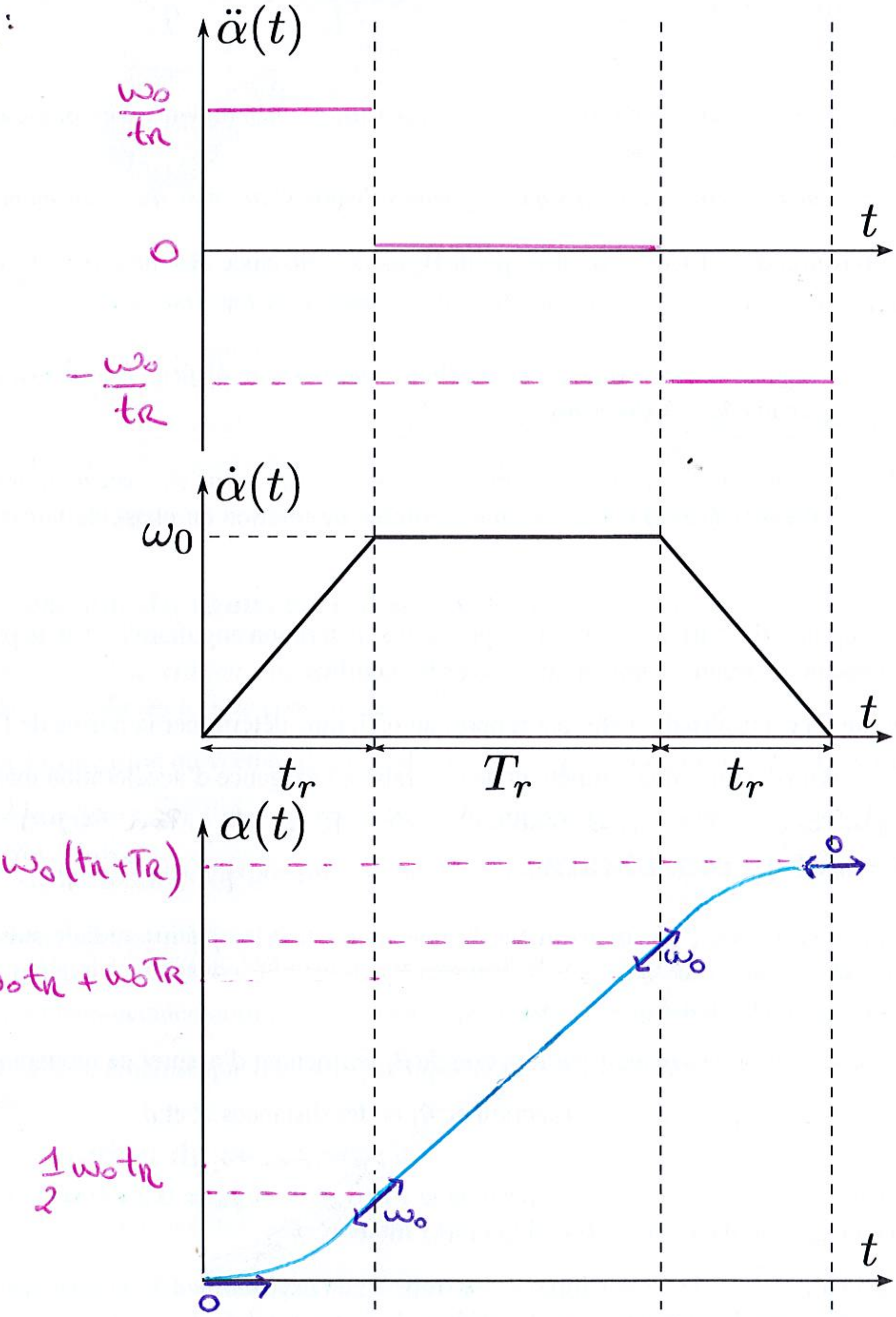


FIGURE 8 – **Document réponse** : Tracé de la loi de vitesse en trapèze.

Q8) $\ddot{\alpha}(t) = \dfrac{d\dot{\alpha}(t)}{dt} \Rightarrow \ddot{\alpha}(t) = \begin{cases} \dfrac{\omega_0}{t_R} & \text{pour } t \in [0, t_R] \\ 0 & \text{pour } t \in [t_R, t_R+T_R] \\ -\dfrac{\omega_0}{t_R} & \text{pour } t \in [t_R+T_R, 2t_R+T_R] \end{cases}$

$\alpha(t) = \int_0^t \dot{\alpha}(u)\,du$

↳ cela représente l'aire sous la courbe de $\dot{\alpha}$ entre 0 et t.

Remarque : sur $[0, t_R]$ et $[t_R+T_R, 2t_R+T_R]$ $\alpha(t)$ suit une parabole ↳ primitive de fct affine

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha(t_R) = \boxed{\dfrac{1}{2}\omega_0 t_R} \\ \alpha(t_R+T_R) = \boxed{\dfrac{1}{2}\omega_0 t_R + \omega_0 T_R} \\ \alpha(2t_R+T_R) = \dfrac{1}{2}\omega_0 t_R + \omega_0 T_R + \dfrac{1}{2}\omega_0 t_R = \omega_0(t_R+T_R) \end{cases}$$

et fct affine sur $[t_R; t_R+T_R]$

Q9) Dans ce mouvement de rotation autour de l'axe $(O, \vec{z_0})$:

$\overrightarrow{OW} = R_W \vec{x_3}$ avec $\alpha = (\vec{x_3}, \vec{x_0})$

$\Rightarrow \vec{\Gamma}_{W\in 3/0} = \boxed{R_W \ddot{\alpha} \vec{y_3} - R_W \dot{\alpha}^2 \vec{x_3}}$

$\Rightarrow \|\vec{\Gamma}_{W\in 3/0}\|^2 = \vec{\Gamma}_{W\in 3/0} \cdot \vec{\Gamma}_{W\in 3/0}$

$= (R_W \ddot{\alpha})^2 + (R_W \dot{\alpha}^2)^2$

$\Rightarrow \|\vec{\Gamma}_{W\in 3/0}\| = \boxed{R_W \sqrt{\ddot{\alpha}^2 + \dot{\alpha}^4}}$

Q10) Le cahier des charges impose $\|\vec{\Gamma}_{W\in 3/0}\|_{max} \leq 0,5\,g$

avec $\|\vec{\Gamma}_{W\in 3/0}\|_{max} \underset{t = t_R^- \text{ ou } (t_R+T_R)^+}{=} R_W \sqrt{\left(\dfrac{\omega_0}{t_R}\right)^2 + \omega_0^4} = 0,5 \times 9,81\ m/s^2$

$\Rightarrow \boxed{R_W \approx 2,4\ m}$

Q11) En pratique le rayon maximal R_W est atteint pour $\boxed{\theta_2 = \theta_3 = 0°}$ (robot totalement déployé)

$$\Rightarrow \boxed{R_{W,max} = 2R + d} = 2{,}5\ m > 2{,}4\ m$$

cf Figure 4

↳ Il faut donc nécessairement replier le robot Scara avant de réaliser sa phase de rotation afin de vérifier le critère d'accélération maximale.

Q12) Pour s'assurer que B et W sur $(O, \vec{x_0})$ durant la phase de déploiement, il faut :

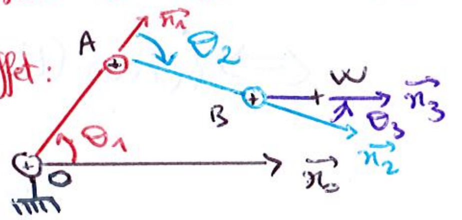
$$\begin{cases} \boxed{\theta_2 = -2\theta_1} & (*) \\ \boxed{\theta_3 = \theta_1} & (**) \end{cases}$$

Remarque : Dire $\vec{x_3} = \vec{x_0}$

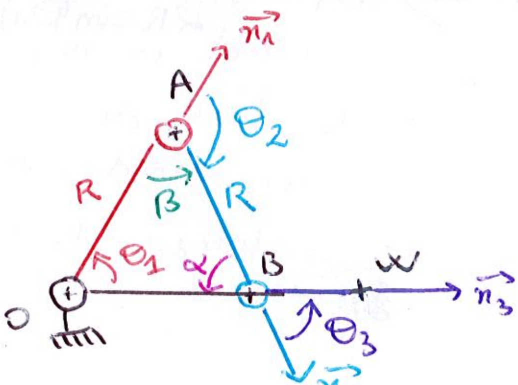
$\Rightarrow \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 0$

n'impose pas que B et W soient sur la droite $(O, \vec{x_0})$

↳ En effet :



En effet, en reprenant le schéma du déploiement Figure 6 :



$\Rightarrow$ triangle OAB, donc :

$$\underbrace{\theta_1 + \alpha + \beta}_{\text{tous orienté} > 0} = \pi \quad (i)$$

comme au TD 1

⊕ triangle isocèle en A, donc :

$$\theta_1 = \alpha \quad (ii)$$

Or : $\alpha = \theta_3$ (angles alterne-interne) (iii)

et : $\pi = \beta - \theta_2$ (droite (OA)) (iv)

$$\underset{(i)\,\text{à}\,(iv)}{\Rightarrow} \begin{cases} \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 0 \\ \theta_1 = \theta_3 \\ \theta_2 = -2\theta_1 \end{cases}$$

Q13) $\vec{OW} = R_w \vec{x_0} = \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BW}$

$\Leftrightarrow R_w \vec{x_0} = R\vec{x_1} + R\vec{x_2} + d\vec{x_3}$

$\Rightarrow R_w \vec{x_0}\cdot\vec{x_0} = R(\vec{x_1}+\vec{x_2})\cdot\vec{x_0} + d\,\vec{x_3}\cdot\vec{x_0}$

$\Rightarrow R_w = R[\cos(\theta_1) + \cos(\theta_1+\theta_2)] + d\cos(\theta_1+\theta_2+\theta_3)$

$\Leftrightarrow \boxed{R_w = 2R\cos(\theta_1) + d}$ (***)

$\theta_1 = \theta_3$
$-2\theta_1 = \theta_2$
$\Rightarrow \theta_1+\theta_2+\theta_3 = 0$

Q14) comme précédement, le déplacement total correspond à l'aire sous la courbe de $\dot{R}_w(t)$

$\Rightarrow L = V_0(td + Td) \Rightarrow \boxed{Td = \frac{L - V_0\,td}{V_0}}$

$= 1,8\ s.$

$\Rightarrow$ temps de déploiement vaut : $\boxed{2td + Td = 2,2\ s}$

Q15) En dérivant la relation (***) trouvé Q13 :

$\boxed{\dot{R}_w = -2R\dot{\theta}_1 \sin(\theta_1)}$ $\rightarrow$ cette équation permet de définir les lois de commandes des moteurs M_1, M_2, M_3

Q16) cf document réponse

Q17) Comme tjs, on se place sous les conditions d'Heaviside, on passe les équations de le domaine de Laplace et on les "met en forme" pour identifier les fonctions de transfert autour des →⊗→.

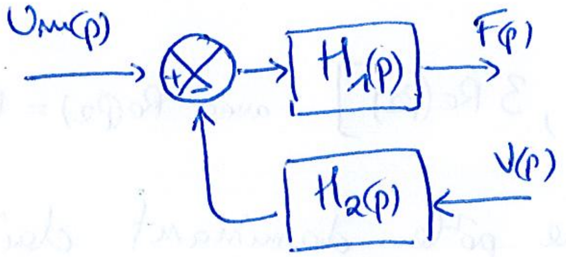
↳ Sous les conditions d'Heaviside,

$$(1) \Rightarrow U_m(p) = -Rk_i\,p\,\lambda(p) + \frac{1+RCp}{k_i}F(p) \quad (*)$$

$$(2) \Rightarrow p^2 M_{eq}\,\lambda(p) = \left[-k - \eta p\right]\lambda(p) + F(p) \quad (**)$$

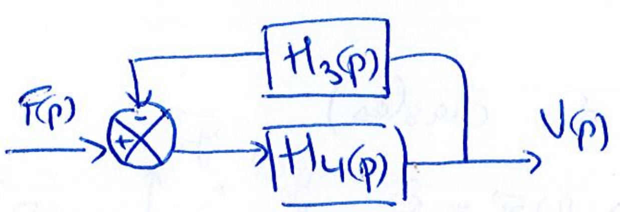
$$(3) \Rightarrow V(p) = p\,\lambda(p)$$

↳ On identifie donc, pour le sommateur "d'entrée" :



avec : $(*) \Rightarrow F(p) = \underbrace{\frac{k_i}{1+RCp}}_{H_1(p)}\left[U_m(p) - \underbrace{(-Rk_i)}_{H_2(p)}V(p)\right]$

↳ Et le sommateur "interne" :



avec : $(**) \Rightarrow V(p) = \underbrace{\frac{1}{M_{eq}\,p}}_{H_4(p)}\left[F(p) - \underbrace{\left(\eta + \frac{k}{p}\right)}_{H_3(p)}V(p)\right]$

Remarque : Rien empêche d'écrire (**) sous la forme équivalente :

$$V(p) = \overbrace{\frac{1}{\eta + M_{eq}p}}^{\tilde{H}_4(p)}\left[F(p) - \overbrace{\frac{k}{p}}^{\tilde{H}_3(p)}V(p)\right]$$

ce qui aboutit à un schéma-blocs équivalent ⇒ les deux sont justes.

Q18) On lit : $\boxed{\begin{cases} p_1 = -3450 \ s^{-1} \\ p_2 = -1450 + j\,1950 \ s^{-1} \\ p_3 = -1450 - j\,1950 \ s^{-1} \end{cases}}$

↳ Puisque tous les pôles sont à partie réelle strictement négative $\Rightarrow$ $\boxed{\text{système stable}}$.

Q19) $H(p) = \dfrac{K_0}{(p-p_1)(p-p_2)(p-p_3)}$ avec $p_3 = \overline{p_2}$ $\Big\{$ complexes conjugués

$= \dfrac{K_0}{-p_1 p_2 p_3 \left(1 + \frac{p}{-p_1}\right)\left(1 + \frac{-(p_2+p_3)}{p_2 p_3} p + \frac{p^2}{p_2 p_3}\right)}$

$\Rightarrow p_2 p_3 = 1450^2 + 1950^2 \in \mathbb{R}^+$ et $p_1 + p_2 \in \mathbb{R}^-$ $= -2900$

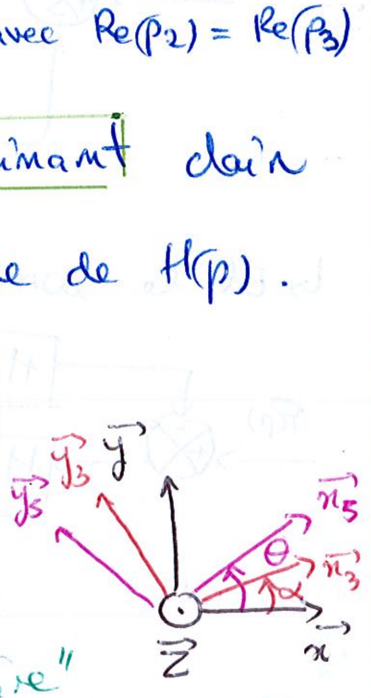
On identifie : $\boxed{T_e = -\dfrac{1}{p_1}}$, $\begin{cases} \dfrac{2\xi}{\omega_0} = -\dfrac{p_2+p_3}{p_2 p_3} \\ \omega_0^2 = p_2 p_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boxed{\omega_0 = \sqrt{p_2 p_3}} \\ \boxed{\xi = -\dfrac{1}{2}\dfrac{p_2+p_3}{\sqrt{p_2 p_3}}} \end{cases}$

Q20) On a : $|Re(p_1)| \in [2\,Re(p_2), 3\,Re(p_2)]$ avec $Re(p_2) = Re(p_3)$

↳ il n'y a donc $\boxed{\text{pas de pôle dominant}}$ clair

$\Rightarrow$ on ne peut réduire l'ordre de $H(p)$.

Q21) $\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CO} = \vec{0}$ (relation de Chasles)



$\Leftrightarrow \lambda_2(t)\vec{x} + e\vec{y} + l_3\vec{x_3} - b\vec{x_5} - c\vec{y_5} - \lambda_4(t)\vec{x} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \Delta\lambda\,\vec{x} - e\vec{y} + b\vec{x_5} + c\vec{y_5} = l_3\vec{x_3}$

$\Leftrightarrow \|\Delta\lambda\,\vec{x} - e\vec{y} + b\vec{x_5} + c\vec{y_5}\|^2 = \|l_3\vec{x_3}\|^2$

"carré scalaire" en isolant $\vec{x_3}$ qui aurait fait apparaître α

$$\iff (\Delta\lambda\vec{x} - e\vec{y} + b\vec{x_5} + c\vec{y_5}) \cdot (\Delta\lambda\vec{x} - e\vec{y} + b\vec{x_5} + c\vec{y_5}) = l_3\vec{x_3} \cdot l_3\vec{x_3}$$

$$\iff l_3^2 = \Delta\lambda^2 + e^2 + b^2 + c^2$$) produit scalaire $\vec{x_k} \cdot \vec{x_k}$

$$+ \underbrace{2\Delta\lambda\left[b\cos(\Theta) - c\sin(\Theta)\right] - 2e\left[b\sin(\Theta) + c\cos(\Theta)\right]}_{\text{les doubles produits scalaires } \vec{x_k} \cdot \vec{x_j}}$$

On identifie : $\boxed{B(\Theta) = 2\left[b\cos(\Theta) - c\sin(\Theta)\right]}$

et $\boxed{C(\Theta) = e^2 + b^2 + c^2 - l_3^2 - 2e\left[b\sin(\Theta) + c\cos(\Theta)\right]}$

Remarque : Si vous avez suivi l'indication de l'énoncé, en projetant la relation de Chasles sur $\vec{x}$ et $\vec{y}$ puis en isolant $l_3\cos(\alpha)$ et $l_3\sin(\alpha)$ pour mettre "au carré" afin de faire disparaître le paramètre "interne" α

↳ vous obtenez une version réécrite de $C(\Theta)$ équivalente :

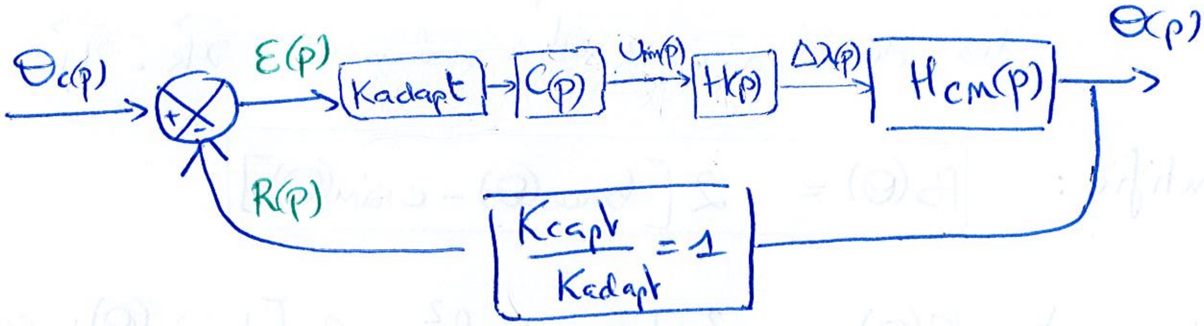
$$C(\Theta) = \left[b\cos(\Theta) - c\sin(\Theta)\right]^2 + \left[b\cos(\Theta) + c\sin(\Theta) - e\right]^2 - l_3^2$$

Q22) Le goniomètre fonctionne principalement pour $\boxed{|\Theta| \ll 1}$ (cela correspond à un échantillon "à plat" → cf Figure 9 et 11)

On propose donc $\boxed{H_{CM}(p) = K_{CM} \quad \text{"gain pur"}}$

et on lit sur la Figure 12 : $K_{CM} = \dfrac{0 - (-0{,}4)\ [\text{rad}]}{88 - 75\ [\text{mm}]} = \boxed{3 \times 10^{-2}\ \text{rad/mm}}$

Q23) Puisque $K_{capt} = K_{adapt}$, on peut déplacer le sommateur pour aboutir au schéma-blocs à $\boxed{\text{retour unitaire}}$ suivant :



Par définition : $\boxed{H_{BO}(p) = \frac{R(p)}{\varepsilon(p)} = K_{adapt}\, C(p)\, H(p)\, H_{CM}(p)}$

blocs en séries

Q24) On lit en $\omega = 8000$ rad/s $:= \omega_{0dB}$

$$\varphi_{\text{non corrigé}}(\omega_{0dB}) = -225^\circ$$

↳ phase du système non corrigé : "$K_{adapt}\, H(p)\, H_{cm}(p)$"

Or : $\varphi(\omega_{0dB}) = \phi_{max} + \varphi_{\text{non corrigé}}(\omega_{0dB})$ } phase du système corrigé "$H_{BO}(p)$"

$$\Rightarrow \phi_{max} = M\varphi - 180^\circ - \varphi_{\text{non corrigé}}(\omega_{0dB})$$

$$= \boxed{75^\circ}$$

↳ Remarque : la démarche effectuée ici est de "remonter" la phase du système en ω_{0dB} souhaitée à l'aide du correcteur !

Q25) D'après énoncé : $\sin(\phi_{max}) = \frac{a-1}{a+1}$

$$\Leftrightarrow \boxed{a = \frac{1+\sin(\phi_{max})}{1-\sin(\phi_{max})}}$$

et $\omega_{max} = \omega_{0dB} \Rightarrow \tau = \frac{1}{\omega_{0dB}} \times \frac{1}{\sqrt{a}} = \boxed{\frac{1}{\omega_{0dB}}\sqrt{\frac{1-\sin(\phi_{max})}{1+\sin(\phi_{max})}}}$

⑤

Q26) Afin d'imposer $\omega_{0dB} = 8000$ rd/s,

il faut :

$$\underbrace{20\log\left(|H_{BO}(j\omega_{0dB})|\right)}_{\underbrace{20\log(K_p\sqrt{a})}_{\text{gain du } C(p) \text{ en } \omega_{0dB}=\omega_{max}} + \underbrace{20\log\left(|K_{adapt}\,H(j\omega_{0dB})\,H_{cm}(j\omega_{0dB})|\right)}_{\approx -10 \text{ dB par lecture graphique}}} = 0 \text{ dB}$$

$\Rightarrow \boxed{20\log(K_p\sqrt{a}) = 10 \text{ dB}}$ → relation définissant K_p puisque "a" est connu (Q25)

Remarque : On a donc réglé les paramètres a, K_p et τ de notre correcteur afin d'avoir simultanément :

↳ ω_{0dB} et $M\varphi$ souhaitée

↳ on a pour cela remonté la phase avec φ_{max} en ω_{0dB} souhaitée Q24-25, puis le gain avec K_p pour imposer ω_{0dB} voulue Q26

Q27) Avec le correcteur réglé, on a donc :

$$\begin{cases} \varphi(8000) = -150° \\ G_{dB}(8000) = 0 \text{ dB} \end{cases}$$

Comme le gain et la phase sont des fonctions décroissantes de la pulsation "ω", on aura forcément :

$$\begin{cases} \varphi(\omega_{-180°}) = -180° \quad \text{pour } \omega_{-180°} > 8000 \text{ rd/s} \\ G_{dB}(\omega_{-180°}) < 0 \text{ dB} \end{cases}$$

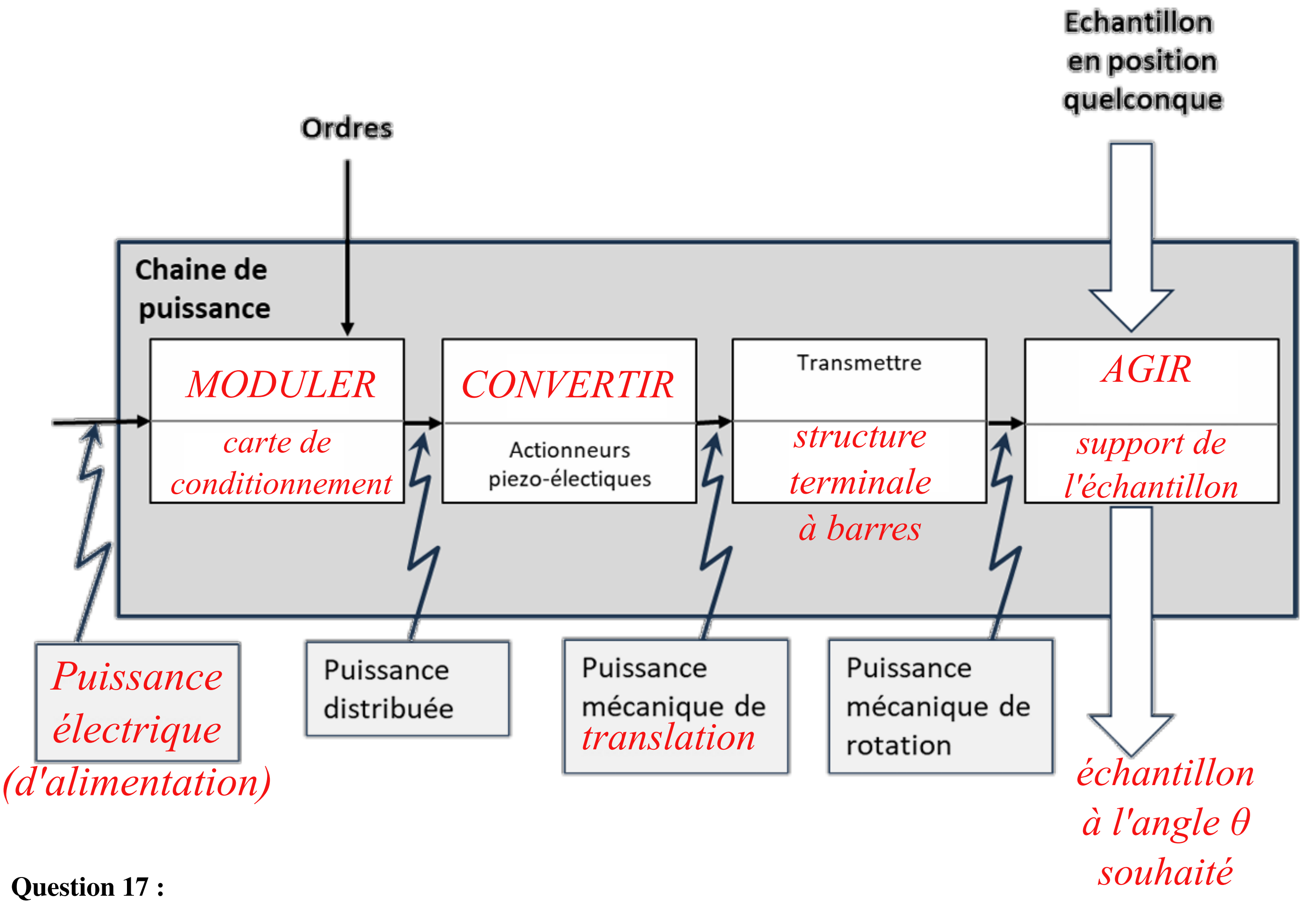
$\rightarrow \boxed{M_G = -G_{dB}(\omega_{-180°}) > 0}$

On parle du système asservi et corrigé ! bien évidemment

Conclusion : Puisque $M\varphi > 0$ et $M_G > 0$, le système est $\boxed{\text{stable}}$ (critère du revers)

Goniomètre SmarGon à actionneurs piézo-électriques - Document Réponses (DR)

Question 16 :



Question 17 :