

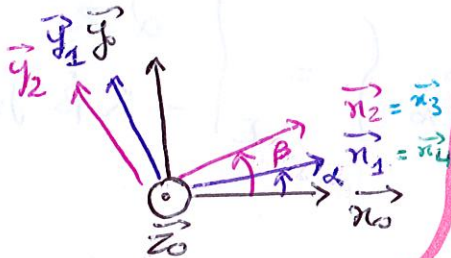
TD3 : Robot à parallélogramme déformable ①

Q1) AECS est un parallélogramme $\Rightarrow \forall t \begin{cases} (AB) \parallel (EC) \\ (AE) \parallel (BC) \end{cases}$

c'est à dire : $\forall t \begin{cases} B_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0) = B_4 \\ B_2 = (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0) = B_3 \end{cases}$

→ Rq: Seule manière "physiquement acceptable" de respecter l'hyp "solides indéformables" $\rightarrow L$ et R constants

↳ on trace les figures de projections : seul deux angles (α et β) suffisent pour paramétrer le mécanisme !

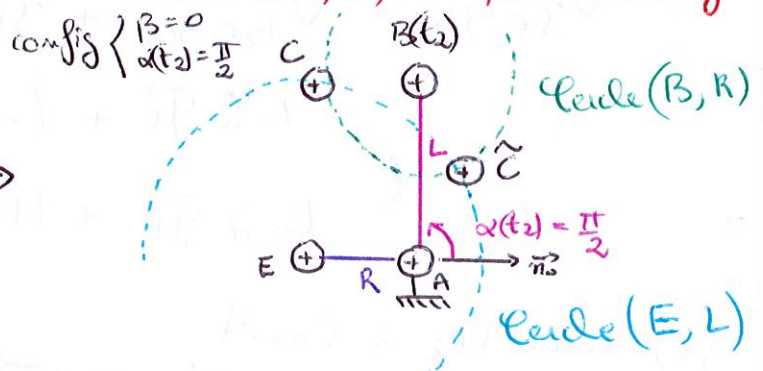
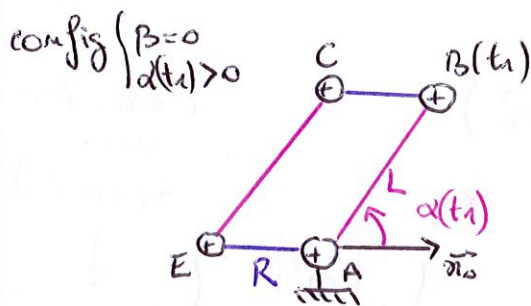


Culture technologique : # déformable

↳ et placer le point C et se convaincre que $(AB) \parallel (EC)$ et $(AE) \parallel (BC)$ à tout instant ?

↳ pour une configuration donnée (A, E, B) puisque L et R sont constantes $\Rightarrow$

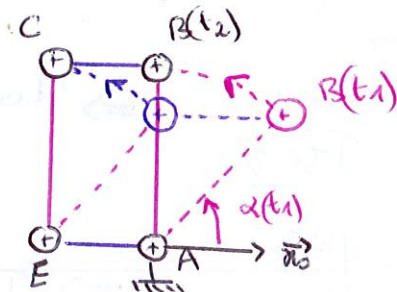
$\begin{cases} C \in \text{Cercle}(B, R) \\ C \in \text{Cercle}(E, L) \end{cases}$ d'après hyp "solide indéf"



$\Rightarrow C \in \text{Cercle}(B, R) \cap \text{Cercle}(E, L)$

$\Rightarrow$ deux possibilités : C et $\tilde{C}$

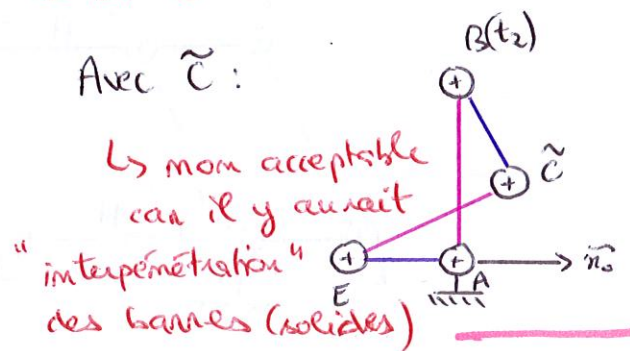
avec C :



↳ acceptable et on voit que :

$(AB) \parallel (EC)$ et $(AE) \parallel (BC)$

Avec $\tilde{C}$:



↳ non acceptable car il y aurait

"interprétation" des barres (solides)

Q2) $V_{1/0} = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$ et $V_{2/0} = \begin{Bmatrix} \dot{\beta} \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$

$V_{3/1} = \begin{Bmatrix} (\dot{\beta} - \dot{\alpha}) \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$ et $V_{4/2} = \begin{Bmatrix} \vec{r}_{4/0} + \dot{\alpha} \vec{r}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_E$

pt sur axe de rotation du mut 3/1 *pt sur axe rotation mut 4/2*

et $V_{4/3} = \begin{Bmatrix} (\dot{\alpha} - \dot{\beta}) \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \vec{z}_0 - \dot{\beta} \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_E$

Q3) Par composition des vitesses,

$V_{4/0} = V_{4/2} + V_{2/0}$

$= \begin{Bmatrix} (\dot{\alpha} - \dot{\beta}) \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_E + \begin{Bmatrix} \dot{\beta} \vec{z}_0 \\ \vec{0} + \vec{EA} \wedge \vec{r}_{2/0} \end{Bmatrix}_E = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \vec{z}_0 \\ -R \dot{\beta} \vec{y}_2 \end{Bmatrix}_E$

chgt de point (pointing to E)

et $V_{3/0} = V_{3/1} + V_{1/0} = \begin{Bmatrix} (\dot{\beta} - \dot{\alpha}) \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B + \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} \dot{\beta} \vec{z}_0 \\ L \dot{\alpha} \vec{y}_1 \end{Bmatrix}_B$

Q4) $\vec{V}_{J \in 3/0} = \vec{V}_{B \in 3/0} + \vec{JB} \wedge \vec{\Omega}_{3/0}$

$= L \dot{\alpha} \vec{y}_1 + (-H \vec{n}_3 \wedge \dot{\beta} \vec{z}_0)$

$= L \dot{\alpha} \vec{y}_1 + H \dot{\beta} \vec{y}_3$

Q5) Pour M_2 à doublet

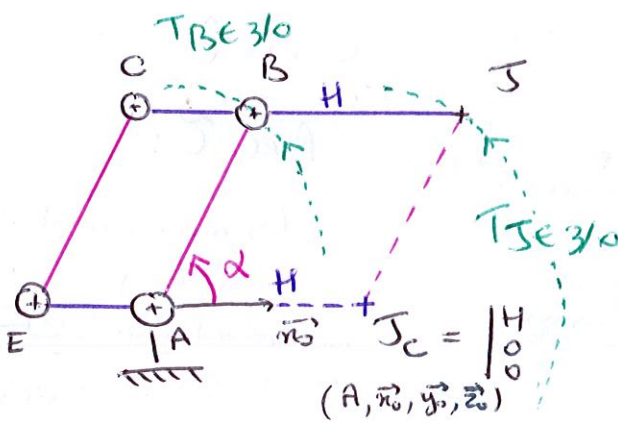
et $\beta = 0 \Rightarrow \dot{\beta} = 0 \Rightarrow$

$V_{3/0} = \sqrt{L} \begin{Bmatrix} L \dot{\alpha} \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

c'est donc une translation

soit sur pas une "translation rectiligne"

$\Rightarrow$ circulaire

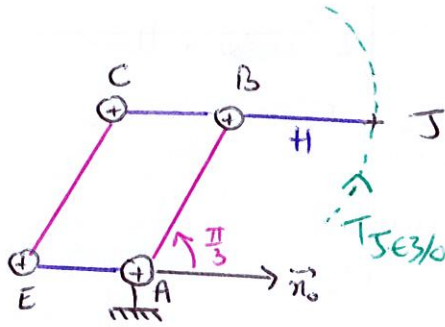


$\Rightarrow$ trajectoire de B dans 3/0
arc de cercle de centre A et rayon L

$\Rightarrow T_{J \in 3/0} =$ arc de cercle centre J_c et rayon L

Q6) Pour M_1 à l'arrêt
 et $\alpha = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \dot{\alpha} = 0$

$$\Rightarrow V_{J/0} = \begin{Bmatrix} \dot{\beta} \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \quad (2)$$



$\Rightarrow$ mouvement de rotation
 autour de l'axe $(B, \vec{z}_0)$

$\Rightarrow T_{J \in \mathcal{V}_0}$ est un arc de
 cercle de centre B
 et de rayon H

Q7) On regarde les cas limites:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\pi}{3} \text{ et } \beta \text{ varie dans } [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}] \\ \alpha = \frac{2\pi}{3} \text{ et } \beta \text{ varie dans } [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}] \end{cases}$$

et réciproquement lorsque β fixe et α varie dans $[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$

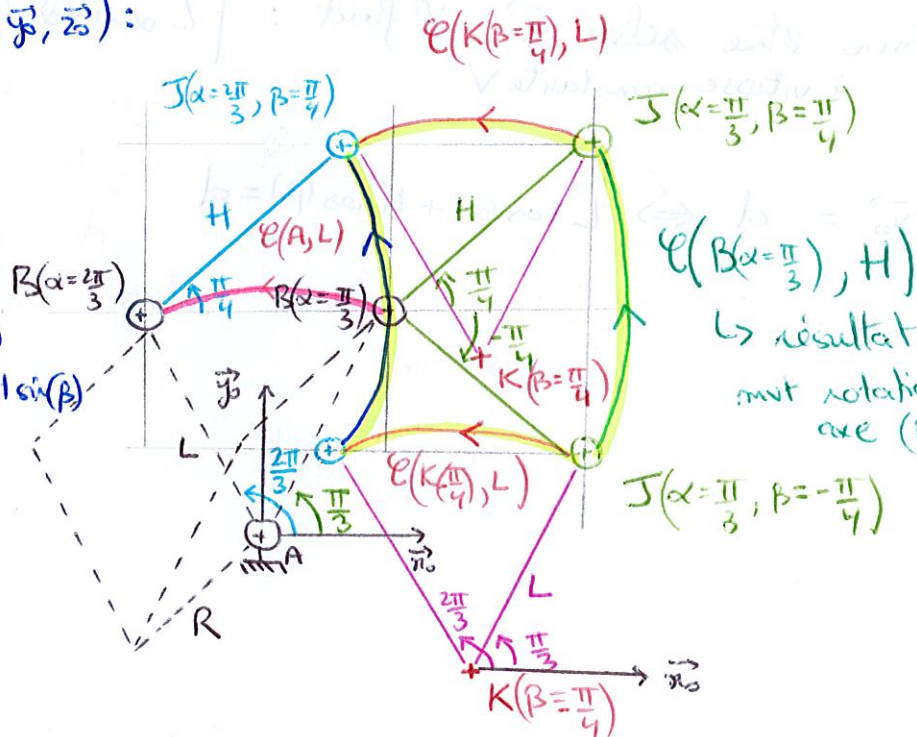
$\hookrightarrow$ on trace ainsi la limite de la surface atteignable
 par le point terminal du robot : J

$\hookrightarrow$ Dans $R_0 = (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$:

$$P(\alpha = \frac{\pi}{3}) = \begin{Bmatrix} L \cos \frac{\pi}{3} \\ L \sin \frac{\pi}{3} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$J(\alpha, \beta) = \begin{Bmatrix} L \cos(\alpha) + H \cos(\beta) \\ L \sin(\alpha) + H \sin(\beta) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$K(\beta) = \begin{Bmatrix} H \cos(\beta) \\ H \sin(\beta) \\ 0 \end{Bmatrix}$$



$\hookrightarrow$ résultat Q6:
 mvmt rotation autour
 axe $(B, \vec{z}_0)$

Remarque: $\mathcal{C}(K(\beta), L)$ cas limite M_2 à l'arrêt pour $\alpha \in [\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$

est le résultat direct du mvmt de translation circulaire

$\Rightarrow$ trajectoires = cercle de $\vec{m}$ rayon mais centres différents

$\Rightarrow T_{B \in \mathcal{V}_0} \in \mathcal{C}(A, L)$ facile à "voir" et tracer

↳ $K(\beta)$ a ensuite été déterminé géométriquement dans R_0

$$\vec{AK} = \vec{AJ} + \vec{JK} = \begin{matrix} \uparrow \\ R_0 \end{matrix} \begin{vmatrix} L \cos(\alpha) + H \cos(\beta) \\ L \sin(\alpha) + H \sin(\beta) \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{matrix} \uparrow \\ R_0 \end{matrix} \begin{vmatrix} -L \cos(\alpha) \\ -L \sin(\alpha) \\ 0 \end{vmatrix}$$

K centre du cercle de rayon L passant par J

cf trace pour s'en convaincre

Q8) Trajectoire verticale à distance d et vitesse constante $V \iff \vec{V}_{J \in R_0} = V \vec{y}_0$ et $\vec{AJ} = \begin{vmatrix} d \\ Vt \\ 0 \end{vmatrix}_{R_0}$

On $\vec{V}_{J \in R_0} = L \dot{\alpha} \vec{y}_1 + H \dot{\beta} \vec{y}_3$ (d'après Q4)

$$\iff \vec{V}_{J \in R_0} = \begin{matrix} \uparrow \\ R_0 \end{matrix} \begin{vmatrix} L \dot{\alpha} \sin(\alpha) + H \dot{\beta} \sin(\beta) \\ L \dot{\alpha} \cos(\alpha) + H \dot{\beta} \cos(\beta) \\ 0 \end{vmatrix}$$

↳ Pour être selon $\vec{y}_0$, il faut :
$$\begin{cases} L \dot{\alpha} \cos(\alpha) + H \dot{\beta} \cos(\beta) = V \\ L \dot{\alpha} \sin(\alpha) + H \dot{\beta} \sin(\beta) = 0 \quad (*) \end{cases}$$

↳ permet de déterminer la loi de commande des moteurs

et $\vec{AJ} \cdot \vec{n}_0 = d \iff \overset{Q7}{L \cos(\alpha) + H \cos(\beta)} = d$

↳ Rq : cette dernière équation est la forme intégrée de (*)

↳ logique puisque " $v = \frac{d}{dt}$ position"