TD5 : Mécanisme à excentrique

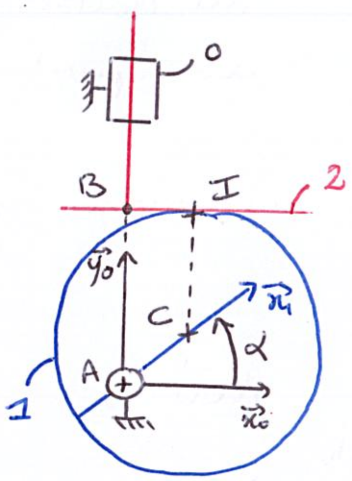
Q1)

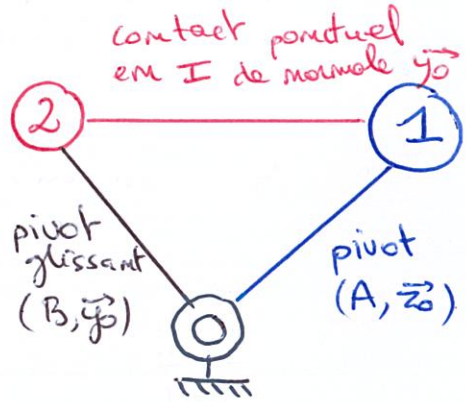
Paramétrage :

$\vec{AC} = e\,\vec{x_1}$

$\vec{AB} = \lambda(t)\,\vec{y_0}$

$\vec{CI} = R\,\vec{y_0}$

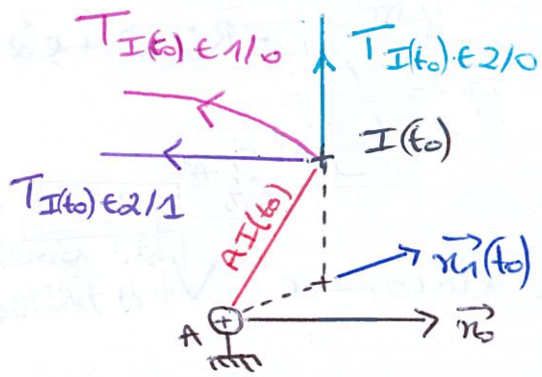




Q2) 1/0 : rotation axe $(A, \vec{z_0})$ $\Rightarrow$ $T_{I \in 1/0}$ = arc de cercle de centre A et de rayon AI.

<u>Remarque</u> : le rayon AI est celui correspond au point "matériel" $I(t_0)$ où t_0 est l'instant du début de l'étude de la trajectoire. Ce point "matériel" est donc attaché au solide 1 dans son mouvement par rapport à 0.

↳ une notation moins ambigüe serait : "$T_{I(t_0) \in 1/0}$"



Ainsi, on comprend bien qu'à l'instant $t_0 + dt$, le point "matériel" $I(t_0) \in 1/0$ ne coïncide plus avec le point "géométrique" de contact entre 2 et 1.

$\Rightarrow$ ces deux points coïncident seulement en $t = t_0$.

2/0 : translation rectiligne de direction $\vec{y_0}$ dans le plan $(A, \vec{x_0}, \vec{y_0})$

$\Rightarrow$ $T_{I \in 2/0}$ = segment de droite $(I, \vec{y_0})$

2/1 : translation rectiligne de direction $\vec{x_2} = \vec{x_0}$ dans le plan $\Rightarrow$ $T_{I \in 2/1}$ = segment de droite $(I, \vec{x_0})$

De même que les points matériels $I(t_0) \in 2/0$, etc... ne coïncide plus

↳ Rq : $\mathcal{V}_{2/1} = \begin{Bmatrix} \omega_x & V_x^{(I)} \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & V_z^{(I)} \end{Bmatrix}_{I, R_0}$ comme torseur cinématique du contact entre 2 et 1 au point I de normale $\vec{y_0}$

↳ Dans le mouvement plan du mécanisme contenue dans le plan $(A, \vec{x_0}, \vec{y_0})$

$$\Longrightarrow \mathcal{V}_{2/1} = \begin{Bmatrix} * & V_x^{(I)} \\ * & 0 \\ \omega_z & * \end{Bmatrix}_{I, R_0}$$

d'où la trajectoire $T_{I(t_0)\in 2/1}$ déduite !

Q3) Vecteur vitesse est tangent à la trajectoire d'où :

$T_{I(t_0)\in 2/1}$ = segment de droite $(I(t_0), \vec{x_0})$ $\Rightarrow$ $\vec{V}_{I\in 2/1}$ selon vecteur $\vec{x_0}$

Q4) Composition des vitesses : $\vec{V}_{I\in 2/0} = \vec{V}_{I\in 2/1} + \vec{V}_{I\in 1/0}$

avec $\vec{V}_{I\in 2/0} = \dot{\lambda}\,\vec{y_0}$

et $\vec{V}_{I\in 1/0} = \vec{V}_{A\in 1/0} + \vec{IA}\wedge\vec{\Omega}_{1/0}$

BABAR $= \vec{0} + (\vec{IC}+\vec{CA})\wedge\dot{\alpha}\,\vec{z_0}$

$= -R\dot{\alpha}\,\vec{x_0} + e\dot{\alpha}\,\vec{y_1}$

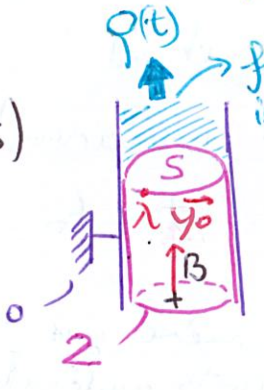
$\Rightarrow \dot{\lambda}\,\vec{y_0} = V_{x_{21}}^{(I)}\,\vec{x_0} + -R\dot{\alpha}\,\vec{x_0} + e\dot{\alpha}\,\vec{y_1}$

↳ On projette sur $\vec{y_0}$ (pour supprimer l'inconnue $V_{x_{21}}^{(I)}\,\vec{x_0}$)

$\Longrightarrow \dot{\lambda} = e\dot{\alpha}\cos(\alpha)$. Rq : On a fait (sans le dire) une fermeture cinématique.

↳ On aurait retrouver la même chose en : $\frac{d}{dt}(\vec{AC}+\vec{CI}+\vec{IB}+\vec{BA})\cdot\vec{y_0} = 0$ (fermeture géométrique)

Q5)



débit instantannée = volume de fluide poussé par unité de tps lorsque le piston remonte càd $\dot{\lambda} > 0$ (sinon fluide n'est pas poussé)

$$\Longrightarrow Q(t) = \begin{cases} S\,\dot{\lambda}(t) & \text{si } \dot{\lambda} > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Q6) On en déduit : $Q = \begin{cases} S e \dot{\alpha} \cos(\alpha) & \text{pour } -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 \text{ sinon} & \text{(pour } \alpha \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]\text{)} \end{cases}$ (2)

Q7) $Q = \dfrac{dV}{dt} = S e \dfrac{d\alpha}{dt} \cos(\alpha)$ pour $\alpha \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ pour 1 piston

$$\Rightarrow \underset{\text{pour 3 pistons}}{V_{moy}} = 3 \int_{\alpha=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} S e \cos(\alpha)\, d\alpha = 3 S e \left[\sin(\alpha)\right]_{-\pi/2}^{\pi/2} = 6 S e$$

Q8) Pour $S = \pi\left(\dfrac{D}{2}\right)^2 = \dfrac{\pi D^2}{4}$ afin d'avoir $Q_{moy,min} = V_{moy}\, \dot{\alpha}_{min}$

$$\Rightarrow \dot{\alpha}_{min} = \frac{Q_{moy,min}}{V_{moy}} = \frac{9{,}5 \; [dm^3/min]}{6 \times \frac{\pi}{4}(5 \times 10^{-2})^2 \times 1 \; [dm^3/rad]}$$

$$= \frac{9{,}5}{60 \times 6 \times \frac{\pi}{4} \times 25 \times 10^{-4}} \left[\frac{dm^3 \cdot rad}{dm^3 \cdot s}\right]$$

$$\approx 7{,}1 \times 10^{-1} \; rad/s.$$

Q9) Puisque normale au contact toujours selon $(I(t), \vec{y_0})$

$\Rightarrow$ Rc a une orientation fixe par rapport à Ro

$\Rightarrow$ Rc/Ro est un mouvement de translation

Q10) I(t) toujours à l'aplomb de C(t) $\Rightarrow$ trajectoire de m̂ "nature" mais décalée !
point géométrique qui matérialise le centre de l'excentrique 1 !

↳ On peut en déduire que :

notation pour la trajectoire du pt géométrique

$T_{C/0} = T_{C \in 1/0} =$ arc de cercle centre A et rayon e.

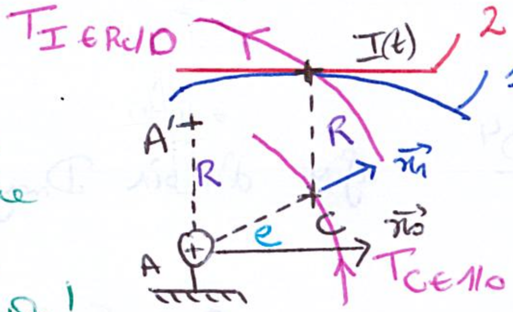
Rc/Ro est une translat° circulaire (évidemment)

↳ on en déduit : $T_{I \in Rc/Ro}$ = arc de cercle de centre A' et de rayon e

avec $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CI} = R\vec{y_0}$ d'où $\overrightarrow{AA'} = \begin{vmatrix} 0 \\ R \\ 0 \end{vmatrix}_{R_0}$

(le décalage du centre du cercle caractéristique de la translation circulaire)

Remarque : on retrouve bien que cette trajectoire est différente de toutes celles de la Q2 !



$T_{I \in Rc/0}$ est : ↳ trajectoire du point "géométrique" de contact entre 2 et 1

Q11) On en déduit : $\vec{V}_{I \in Rc/Ro} = \vec{V}_{C \in 1/0} = e\dot{\alpha}\vec{y_1}$

même trajectoire ⟹ même vitesse