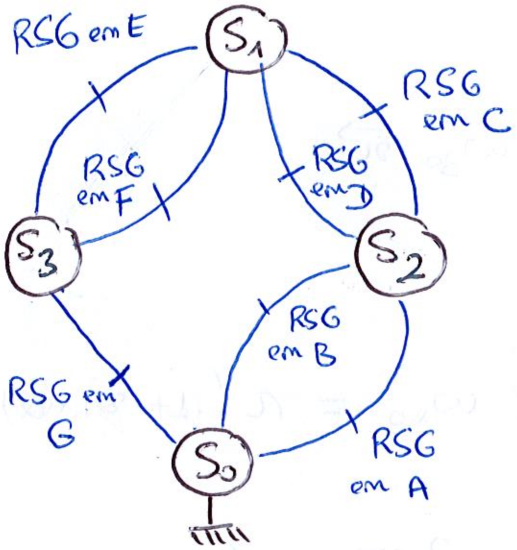
TD6 : Contacts & Roulement sans glissement

Exercice : Guidage linéaire des systèmes médicaux

Q1)



RSG = roulement sans glissement

Q2) conditions de RSG aux différents points de contacts :

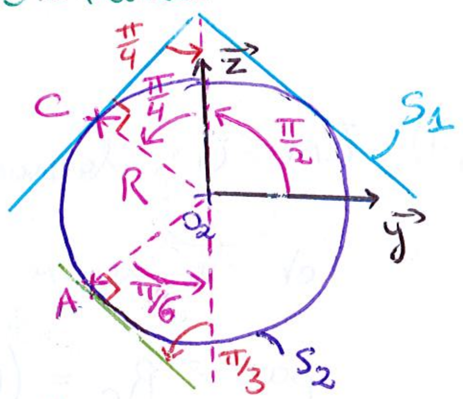
$$\begin{cases} \vec{V}_{B\in 2/0} = \vec{V}_{A\in 2/0} = \vec{0} \\ \vec{V}_{C\in 2/1} = \vec{V}_{D\in 2/1} = \vec{0} \\ \vec{V}_{G\in 3/0} = \vec{0} \\ \vec{V}_{F\in 3/1} = \vec{V}_{E\in 3/1} = \vec{0} \end{cases}$$

Q3) Par composition des vitesses :

$$\vec{V}_{C\in 2/0} = \vec{V}_{C\in 2/1} + \vec{V}_{C\in 1/0} = \vec{0} + v\vec{x} = v\vec{x}$$

$$\vec{V}_{E\in 3/0} = \vec{V}_{E\in 3/1} + \vec{V}_{E\in 1/0} = \underbrace{\vec{0}}_{RSG} + \underbrace{v\vec{x}}_{1/0 = \text{translation dir. } \vec{x}} = v\vec{x}$$

Q4) Par changement de point :



$$\vec{V}_{C\in 2/0} = \vec{V}_{A\in 2/0} + \vec{CA} \wedge \vec{\Omega}_{2/0}$$

seul point (avec B) où l'on connait la vitesse grâce au RSG ! → ⚠ à ne pas écrire $\vec{V}_{O_2\in 2/0} = \vec{0}$

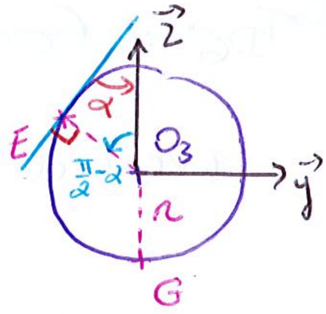
↳ Rien ne dit que mvt 2/0 est une rotation pure d'axe $(O_2, \vec{y})$

$$= \vec{0} + (\vec{CO_2} + \vec{O_2A}) \wedge \omega_{20}\,\vec{y}$$

$$= \left(\begin{vmatrix} 0 \\ R\sin(\pi/4) \\ -R\cos(\frac{\pi}{4}) \end{vmatrix}_{B_0=(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} + \begin{vmatrix} 0 \\ -R\sin(\frac{\pi}{6}) \\ -R\cos(\frac{\pi}{6}) \end{vmatrix}_{B_0} \right) \wedge \omega_{20}\,\vec{y}$$

$$= R\,\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}\,\omega_{20}\,\vec{x}$$

De même : $\overrightarrow{V_{E \in 3/0}} = \overrightarrow{V_{G \in 3/0}} + \overrightarrow{EG} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/0}}$



$$= \vec{0} + \Big(\underbrace{\begin{vmatrix} 0 \\ r\cos(\alpha) \\ -r\sin(\alpha) \end{vmatrix}_{B_0} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -r \end{vmatrix}_{B_0}}_{\overrightarrow{EO_3}} \Big) \wedge \omega_{30}\,\vec{y}$$

$$= r\,(1+\sin(\alpha))\,\omega_{30}\,\vec{x}$$

Q5) Par projection sur $\vec{x}$:

$$\overrightarrow{V_{E\in 3/0}} \cdot \vec{x} = \overrightarrow{V_{C \in 2/0}} \cdot \vec{x} = v = R\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}\,\omega_{20} = r\,(1+\sin(\alpha))\,\omega_{30}$$

Q6) $$\mathcal{V}_{2/0} = \left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{\Omega_{2/0}} \\ \overrightarrow{V_{B\in 2/0}} \end{matrix} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} \dfrac{2v}{R(\sqrt{2}+\sqrt{3})}\,\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_B$$

$$\mathcal{V}_{3/0} = \left\{ \begin{matrix} \dfrac{v}{r(1+\sin(\alpha))}\,\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_G$$

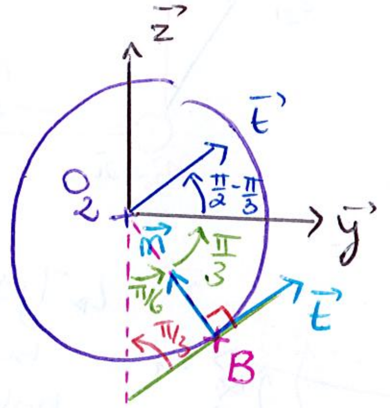
Q7) En G, la normale au contact est portée par $\vec{z}$ et le repère local au contact est naturellement défini par $R_c = (G, \vec{y}, \vec{z}, \vec{x})$

↳ Par définition de ce contact entre S_3 et S_0 :

vecteur pivotement : $(\overrightarrow{\Omega_{3/0}} \cdot \vec{z})\,\vec{z} = \vec{0}$

vecteur roulement : $(\overrightarrow{\Omega_{3/0}} \cdot \vec{y})\,\vec{y} = \dfrac{v}{r(1+\sin(\alpha))}\,\vec{y}$

De même contact en B de normale $\frac{\overrightarrow{BO_2}}{\|\overrightarrow{BO_2}\|} := \vec{n}$ entre S_2 et S_0



de repère local $(B, \vec{t}, \vec{n}, \vec{t}\wedge\vec{n} = \vec{x})$

d'où composante de pivotement :

$$\underbrace{\vec{\Omega}_{2/0}\cdot\vec{n}}_{\Omega^P_{2/0}} = -\frac{2v}{R(\sqrt{2}+\sqrt{3})}\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{v}{R(\sqrt{2}+\sqrt{3})}$$

et la composante de roulement :

$$\underbrace{\vec{\Omega}_{2/0}\cdot\vec{t}}_{\Omega^R_{2/0}} = \frac{2v}{R(\sqrt{2}+\sqrt{3})}\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2v}{R(\sqrt{2}+\sqrt{3})}\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{v\sqrt{3}}{R(\sqrt{2}+\sqrt{3})}$$

Q8) $$\vec{V}_{O_2\in 2/0} = \vec{V}_{B\in 2/0} + \overrightarrow{O_2B}\wedge\vec{\Omega}_{2/0}$$
$$= \vec{0} + -R\vec{n}\wedge\left(\Omega^P_{2/0}\vec{n} + \Omega^R_{2/0}\vec{t}\right)$$
$$= R\,\Omega^R_{2/0}\,\vec{x} = v\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\vec{x}$$

On retrouve qu'il aurait été absurde de dire $\vec{V}_{O_2\in 2/0} = \vec{0}$ à la Q4

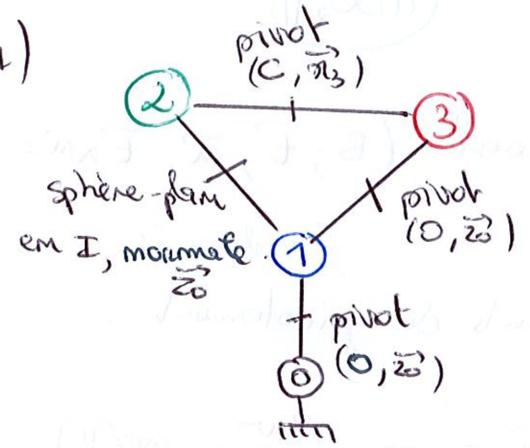
et $$\vec{V}_{O_3\in 3/0} = \vec{V}_{G\in 3/0} + \overrightarrow{O_3G}\wedge\vec{\Omega}_{3/0}$$
$$= \vec{0} - r\vec{z}\wedge\frac{v}{r(1+\sin(\alpha))}\vec{y} = \left(v/1+\sin(\alpha)\right)\vec{x}$$

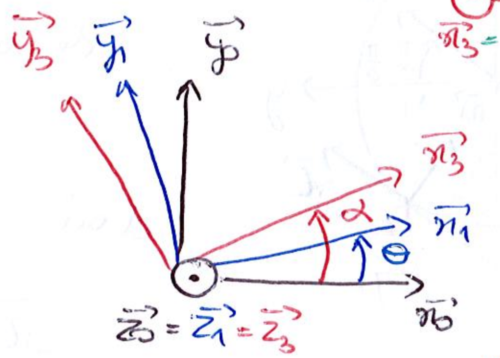
Q9) Pour avoir : $\vec{V}_{O_2\in 2/0} = \vec{V}_{O_3\in 3/0} \iff \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{1}{1+\sin(\alpha)}$

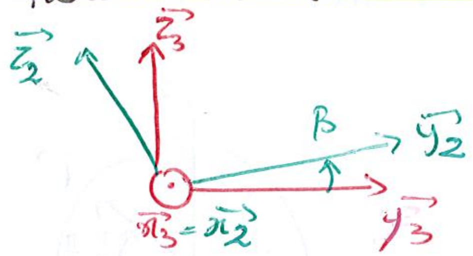
$$\iff \sin(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \iff \alpha \approx 54,7°.$$

Exercice : Banc de test d'usure de roues de voiture

Q1)







↳ Tjs une bonne habitude de les tracer m̂ si pas demandé

Q2) condition de maintien de contact entre 2 et 1 en I :

$$\hookrightarrow \overrightarrow{V_{I\in 2/1}}\cdot\vec{z}_0 = 0.$$

Q3) En s'aidant du graphe de structure : (Tjs Tjs faire ça pour trouver par quel point passer)

$$\underbrace{\overrightarrow{V_{H\in 2/1}}}_{\text{inconnue de la sphère-plan}} = \underbrace{\overrightarrow{V_{H\in 2/3}}}_{\text{pivot}} + \underbrace{\overrightarrow{V_{H\in 3/1}}}_{\text{pivot}}$$

$$= \underbrace{\vec{0}}_{H\in(C,\vec{x}_3)} + \overrightarrow{V_{O\in 2/1}} + \overrightarrow{HO}\wedge\overrightarrow{\Omega_{3/1}}$$

$$= -r\,\vec{z}_0\wedge\dot{\alpha}\,\vec{z}_0 = \vec{0}$$

→ effectivement $H\in(O,\vec{z}_0)$ l'axe de rotation du mvt 3/1

Q4) Par définition, la vitesse de glissement au point I est :

$$\overrightarrow{V_{I\in 2/1}} = \overrightarrow{V_{H\in 2/1}} + \overrightarrow{IH}\wedge\overrightarrow{\Omega_{2/1}}$$ par Varignon (B.A.B.AR)

$$= \vec{0} + (r\,\vec{z}_0 - d\,\vec{x}_3)\wedge\overrightarrow{\Omega_{2/1}}$$

Or, par composition des vitesses : $\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \overrightarrow{\Omega_{2/3}} + \overrightarrow{\Omega_{3/1}}$

$$= \dot{\beta}\,\vec{x}_3 + (\dot{\alpha}-\dot{\theta})\,\vec{z}_0$$

$$\Longrightarrow \overrightarrow{V_{I\in 2/1}} = r\dot{\beta}\,\vec{y}_3 + d(\dot{\alpha}-\dot{\theta})\,\vec{y}_3$$

Q5) RSG en I $\Leftrightarrow \overrightarrow{V_{I\in 2/1}}=\vec{0} \Leftrightarrow r\dot{\beta}+d(\dot{\alpha}-\dot{\theta})=0$

Q6) repère local au contact $R_c=(I,\vec{x}_3,\vec{z}_0,-\vec{y}_3)$

$\Rightarrow \begin{cases} \text{pivotement} : \overrightarrow{\Omega_{2/1}}\cdot\vec{z}_0 = \dot{\alpha}-\dot{\theta} \\ \text{roulement} : \overrightarrow{\Omega_{2/1}}\cdot\vec{x}_3 = \dot{\beta} \end{cases}$