

Étude cinématique d'une plateforme élévatrice

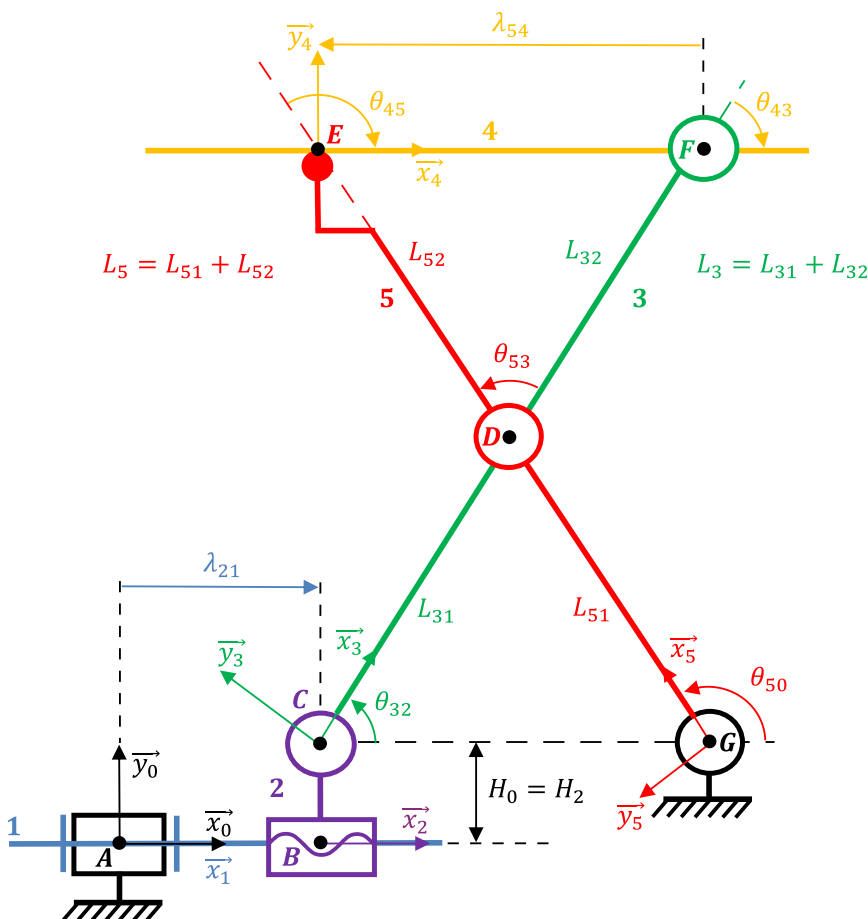
L'accessibilité aux espaces publics pour les personnes à mobilité réduite (PMR) est une question cruciale pour garantir l'inclusion de tous et répondre à loi de 2005 sur l'égalité des droits et des chances. Cependant, les bâtiments anciens sont encore trop rarement en capacité d'accueillir des personnes à mobilité réduite ou handicapées. Une solution technique proposée afin de les rendre conforme pour un coût raisonnable est de les équiper de plateformes élévatrices d'accès PMR.



FIGURE 1 – Exemple de plateforme élévatrice (*gauche*) et solution technique retenue (*droite*).

La plateforme présentée dans cette étude est constitué d'un moteur encastré au bâti fait tourner une tige filetée qui, en déplaçant un support intermédiaire fileté mobile, crée le mouvement de 4 barres et de la nacelle.

Les mouvements des différentes pièces de ce système permettent de proposer le modèle cinématique suivant :



Paramétrage cinématique :

Dans le cas étudié, les quatre barres sont de même longueur : $L_{31} = L_{32} = L_{51} = L_{52} = L$.

La liaison hélicoïdale est constituée d'une hélice à gauche de pas $p/2\pi$.

On pose ici :

$$\begin{aligned} - \overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{y_0} &= h(t) \\ - \overrightarrow{AB} &= \lambda_{21}(t) \overrightarrow{x_0} \\ - \overrightarrow{FE} &= \lambda_{54}(t) \overrightarrow{x_4} \\ - \overrightarrow{AG} &= L_0 \overrightarrow{x_0} + H_0 \overrightarrow{y_0} \end{aligned}$$

On s'intéresse dans cette étude à la relation entre la position angulaire du moteur et l'élévation de la plateforme : $\theta_{10}(t) = g(h(t))$.

Q 1. Tracer le graphe de liaisons du mécanisme et dessiner les figures de projections planes associées.

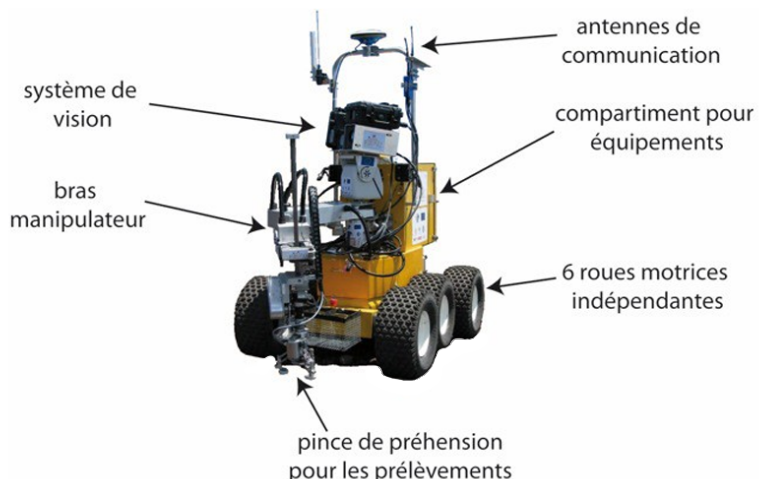
- Q 2.** Calculer la vitesse $\overrightarrow{V_{C \in 3/0}}$ par composition des vitesses et à partir de la définition.
- Q 3.** En déduire que $\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{10} = 0$. Par quelle liaison équivalente peut-on remplacer les liaisons en série entre **2** et **0** ?
- Q 4.** En vous aidant des triangles CGD et EDF isocèles en D , justifier que les bases B_0 et B_4 sont égales.
- Par symétrie du système en croix, nous n'étudierons qu'une chaîne fermée géométrique afin d'obtenir la relation entre λ_{21} et la position angulaire θ_{32} puis nous l'utiliserons afin d'en déduire la hauteur de la table en fonction de θ_{10} .*
- Q 5.** Écrire la fermeture géométrique dans la chaîne fermée $\{0 - 1 - 2 - 3 - 5 - 0\}$. En déduire la relation $\lambda_{21} = f(\theta_{32})$.
- Q 6.** En déduire la relation $\theta_{10} = f(\theta_{32})$.
- Q 7.** En déduire la relation liant la hauteur $h(t)$ de la table et la rotation en entrée θ_{10} .

Nous venons d'obtenir le modèle cinématique inverse de la plateforme élévatrice. Cela permet de calculer de combien de radians doit tourner le moteur afin d'atteindre une hauteur visée. Le modèle cinématique direct $h(t) = g^{-1}(\theta_{10}(t))$ est souvent beaucoup plus compliqué à obtenir analytiquement.

Asservissement en effort de la pince du RoboVolc

1 Présentation du système

RoboVolc est un robot mobile pour l'exploration volcanique. Il se divise en plusieurs sous-systèmes qui sont liés à la navigation, au prélèvement et à la communication. Une contrainte particulière dans la conception du système RoboVolc est qu'il est soumis à des conditions extérieures particulièrement difficiles : terrain volcanique non structuré avec obstacles et fortes pentes, températures très élevées près des zones éruptives (les gaz atteignent 600°C) mais basses ailleurs à cause de l'altitude, présence de poussières de cendre très fines, ambiance corrosive due aux composants acides, etc.



RoboVolc est piloté à distance depuis un poste de contrôle. L'énergie électrique nécessaire au système est apportée par une unité de puissance avec quatre batteries couplées pour constituer deux unités de 24 V. La première est utilisée pour la plateforme, l'autre pour l'équipement d'analyse. Ces batteries sont positionnées sur la partie basse du châssis.

- Q 1.** Citer un intérêt pratique à mettre les batteries en position basse sur le système.

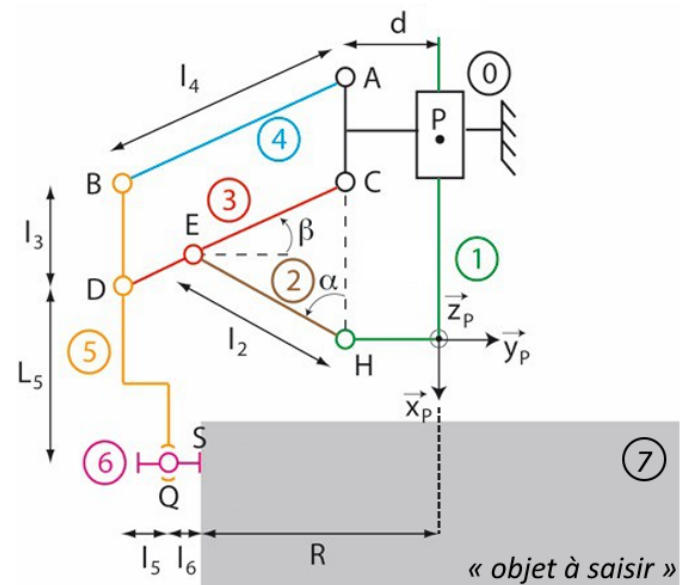
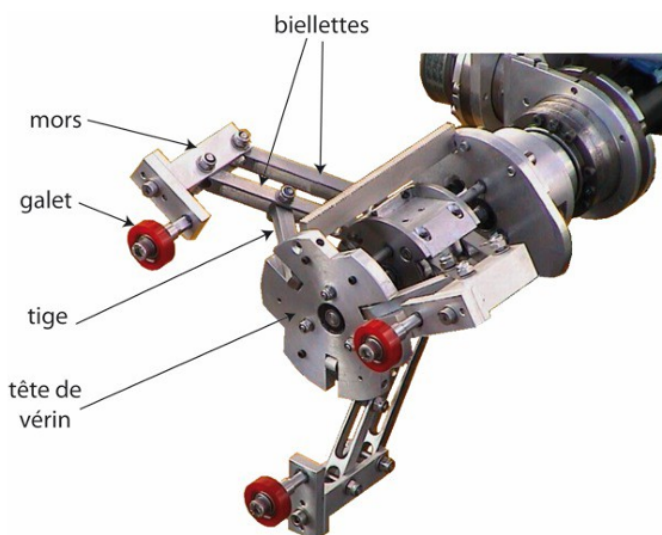
On s'intéresse dans ce sujet à l'asservissement en effort de la pince de prélèvement des échantillons de roches volcaniques. Cet asservissement permet d'assurer le « non glissement » des roches prélevées en maintenant un effort consigne à une valeur consigne choisie sur celles-ci.

2 Étude cinématique (Piste rouge)

La pince de préhension, servant à collecter les échantillons de roche ou à poser/prendre des instruments sur le sol, est une pince à trois doigts. Par symétrie, on restreint l'étude à un seul doigt.

La chaîne cinématique correspondante est schématisée (modélisation plane) ci-dessous, elle est constituée :

- du bâti **0** lié au bras manipulateur du système RoboVolc, auquel on associe le repère $(P, \overrightarrow{x_P}, \overrightarrow{y_P}, \overrightarrow{z_P})$ avec $\overrightarrow{x_P}$ la verticale descendante,
- d'un vérin **1** en liaison glissière de direction $\overrightarrow{x_P}$ avec le bâti,
- d'une tige **2** en liaison pivot d'axe $(H, \overrightarrow{z_P})$ avec le vérin **1**,
- de deux biellettes **3** et **4** parallèles et en liaisons pivot d'axes respectifs $(A, \overrightarrow{z_P})$ et $(C, \overrightarrow{z_P})$ avec le bâti. La biellette **3** est également en liaison pivot d'axe $(E, \overrightarrow{z_P})$ avec la tige **2**,
- d'un mors **5** en liaisons pivot d'axes $(B, \overrightarrow{z_P})$ et $(D, \overrightarrow{z_P})$ avec les biellettes **3** et **4**,
- d'un galet **6** en liaison sphérique de centre Q avec le mors **5** et en contact avec l'objet à saisir.



On introduit le paramétrage suivant :

- $CE = EH = l_2$
- $AC = BD = l_3$
- $AB = CD = l_4$

Q 2. Au regard de la structure géométrique de l'ensemble $\{3+4\}$, justifier que le mors **5** a une orientation fixe par rapport au bâti. Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{x_5}$, $\overrightarrow{y_5}$, $\overrightarrow{x_P}$ et $\overrightarrow{y_P}$?

L'objet **7** à saisir est modélisé par un cylindre à base circulaire de rayon R , très grand devant le rayon du galet **6**.

Q 3. Justifier succinctement que le contact **6** et **7** peut-être modélisé par une liaison cylindre-plan d'axe $(S, \overrightarrow{x_P})$ et de normale $\overrightarrow{y_P}$. Un dessin schématique est le bienvenu pour illustrer vos arguments.

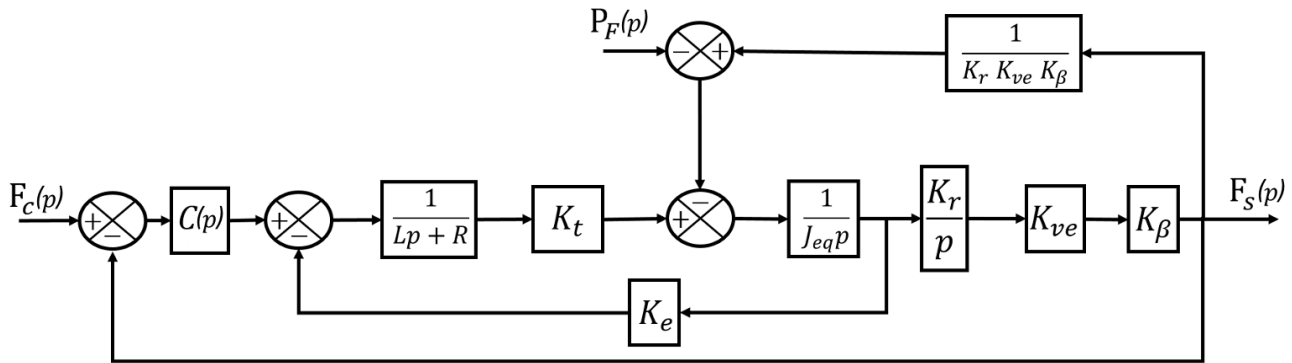
Q 4. Déterminer la liaison équivalente entre le mors **5** et l'objet **7** à saisir.

Q 5. Donner le lien entre les angles α et β .

Q 6. Exprimer l'angle β en fonction du rayon R de l'objet et des données géométriques de la pince.

3 Réglage de l'asservissement en effort (*Piste rouge*)

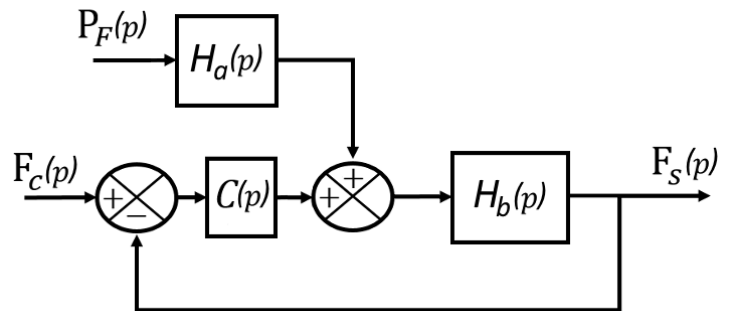
La pince possède en son extrémité un capteur d'effort pour mesurer et contrôler la force de serrage. L'asservissement en effort de la pince a la structure modélisée par le schéma-blocs à retour unitaire suivant :



Q 7. Au regard du cas d'utilisation de la pince du RoboVolc, cet asservissement en effort est-il un asservissement en poursuite ou en régulation. Justifier.

F_c représente la consigne d'effort à appliquer sur l'objet à saisir selon $\vec{y}_p$ au point de contact. F_s est l'effort produit par la chaîne directe (MCC + chaîne cinématique) de la pince. P_F modélise les perturbations de l'environnement ramenées à l'arbre moteur.

Q 8. Montrer que le schéma-blocs de l'asservissement peut se mettre sous la forme suivante. Préciser les fonctions de transfert $H_a(p)$ et $H_b(p)$ en fonction des données de l'énoncé.



Le réglage de ce correcteur $C(p)$ doit permettre de respecter simultanément le critère de rapidité ($\omega_{0dB} = 8000 \text{ rad/s}$) et une marge de phase de 30° .

On choisit alors d'utiliser un correcteur proportionnel à avance de phase de la forme : $C(p) = K_p \frac{1 + a\tau p}{1 + \tau p}$ avec $a > 1$.

Pour ce type de correcteur, on peut montrer que pour la pulsation $\omega_{max} = \frac{1}{\tau\sqrt{a}}$, on obtient une phase maximale $\phi_{max} = \arg(C(j\omega_{max}))$ tel que $\sin(\phi_{max}) = \frac{a-1}{a+1}$.

Q 9. Tracer le diagramme de Bode asymptotique et l'allure réelle du correcteur, préciser les valeurs caractéristiques.

On donne en **Annexe** les diagrammes de Bode de la fonction de transfert $H_b(p)$.

Q 10. Déterminer ϕ_{max} permettant de respecter le cahier des charges.

Q 11. En déduire les expressions analytiques de a et τ . Faire les applications numériques.

Q 12. Déterminer l'expression analytique du gain K_p permettant d'imposer la pulsation de coupure à 0 dB visée. Faire l'application numérique.

Q 13. Bien qu'il y ait un intégrateur dans la chaîne directe, indiquer pourquoi la précision de cet asservissement sera influencé par la perturbation P_F .

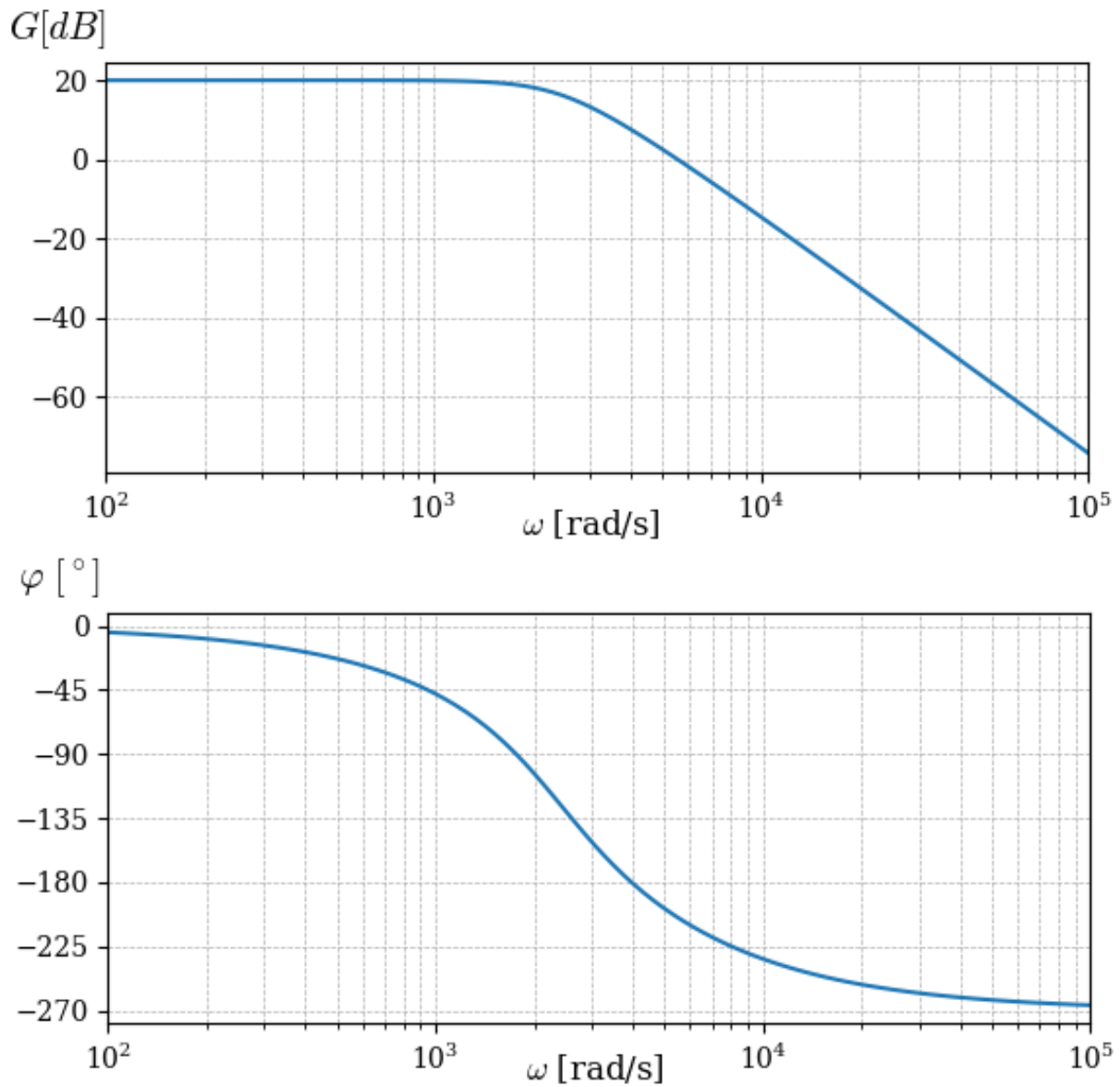
Q 14. Dans le cas où l'on néglige les perturbations ($P_F = 0$), donner la valeur en pourcentage de l'erreur statique pour une consigne d'effort en échelon.

Pour des raisons techniques, il n'est pas possible d'utiliser un capteur d'effort en bout de pince.

Q 15. Est-il techniquement possible d'asservir le système sans ce capteur d'effort ? Expliquer votre raisonnement.

— d'après X-ENS 2017 —

Annexe - Diagrammes de Bode de $H_b(p)$



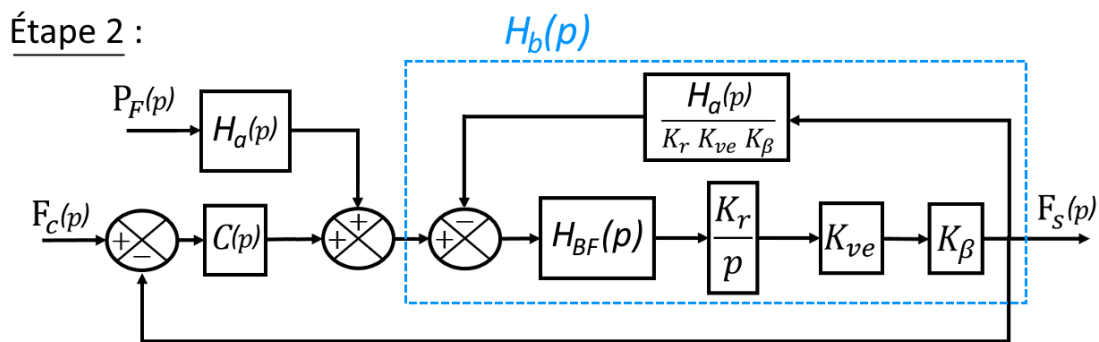
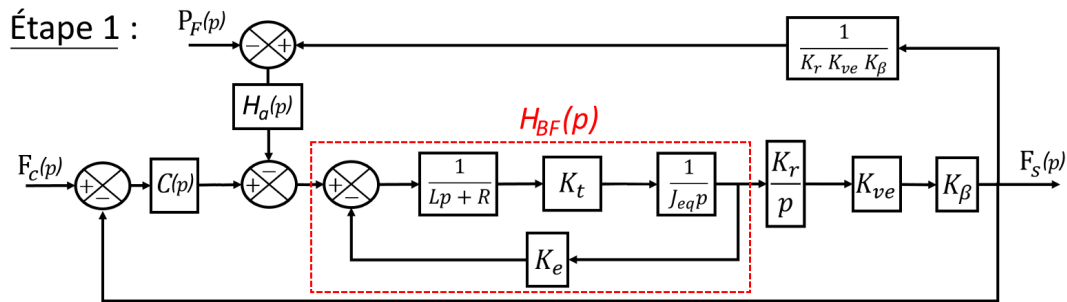
2 Étude cinématique (*Piste bleue*)

Q 2. Au regard de la particularité géométrique du quadrilatère formé par les points A, B, C, D , justifier que le mors **5** a une orientation fixe par rapport au bâti. Que peut-on dire des vecteurs $\vec{x}_5$, $\vec{y}_5$, $\vec{x}_P$ et $\vec{y}_P$?

Q 6. En remarquant que $R = \overrightarrow{SP} \cdot \vec{y}_P$, exprimer l'angle β en fonction du rayon R de l'objet et des données géométriques.

3 Réglage de l'asservissement en effort (*Piste bleue*)

Q 8. Montrer que l'on peut manipuler le schéma-blocs de l'asservissement en effort de la pince pour obtenir successivement les schémas-blocs équivalents « 1 » puis « 2 » suivants. Identifier les fonctions de transfert $H_a(p)$ et $H_b(p)$.



Q 16. Justifier qu'il est techniquement possible d'asservir le système sans la mesure directe fournie par ce capteur d'effort. Expliquer votre raisonnement en donnant une piste de mesure indirecte de l'effort F_s réalisable sur le système.

2 Étude cinématique (*Piste verte*)

Q 6. En remarquant que $R = (\overrightarrow{SQ} + \overrightarrow{QD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CP}) \cdot \vec{y}_P$, exprimer l'angle β en fonction de R , d , l_4 , l_5 et l_6 .

3 Réglage de l'asservissement en effort (*Piste verte*)

Q 8. Montrer que le schéma-blocs de l'asservissement en effort de la pince pour obtenir successivement les schémas-blocs équivalents « 1 » puis « 1b » et finalement « 2 » suivants. Identifier les fonctions de transfert $H_a(p)$ et $H_b(p)$.

