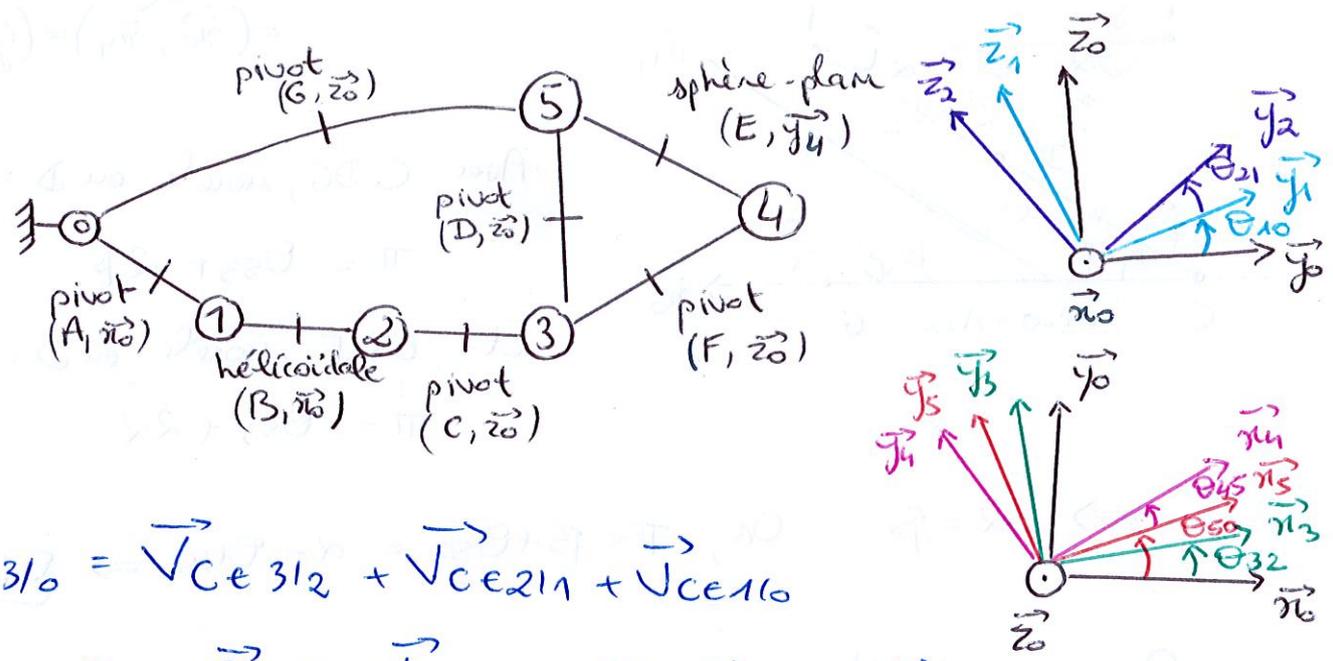


Exercice : Étude cinématique d'une plateforme élevatrice

(1)

Q1)



Q2) $\vec{V}_{C \in 3/0} = \vec{V}_{C \in 3/2} + \vec{V}_{C \in 2/1} + \vec{V}_{C \in 1/0}$

$= \vec{0} + \vec{V}_{B \in 2/1} + \vec{CB} \wedge \vec{\Omega}_{2/1} + \vec{V}_{B \in 1/0} + \vec{CB} \wedge \vec{\Omega}_{1/0}$

E axe rotation
de mut 3/2

$\lambda_{21} \vec{\pi}_0 = \frac{p}{2\pi} \times (-\dot{\theta}_{21}) \vec{\pi}_0$
car hélice à gauche
E axe rotation
mut 1/0
 $\Rightarrow \vec{0}$

$= \dot{\lambda}_{21} \vec{\pi}_0 - H_0 \vec{y} \wedge (\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{10}) \vec{\pi}_0$
 $= \dot{\lambda}_{21} \vec{\pi}_0 + H_0 (\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{10}) \vec{z}_0$

On, par définition, $\vec{V}_{C \in 3/0} = \frac{d\overline{AC}}{dt} \Big|_0 = \frac{d}{dt} (\lambda_{21} \vec{\pi}_0 + H_0 \vec{y}) \Big|_0$
point fixe dans R_0
 $= \dot{\lambda}_{21} \vec{\pi}_0$

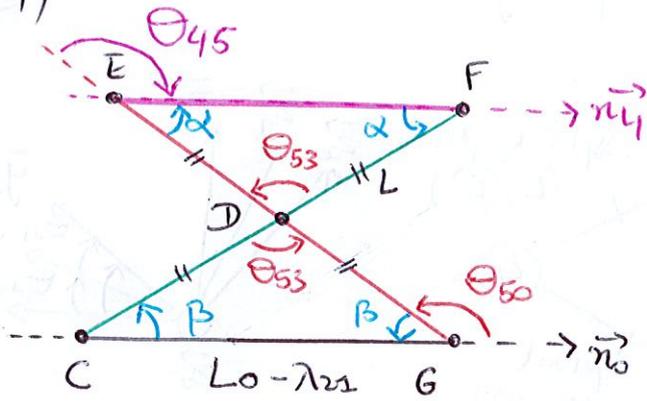
Q3) On en déduit que $\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{10} = 0$ par projection de $\vec{V}_{C \in 3/0}$ sur \vec{z}_0

Ainsi, $\vec{V}_{2/0} = \vec{V}_{2/1} + \vec{V}_{1/0}$

$= \left\{ \begin{matrix} (\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{10}) \vec{x}_0 \\ \dot{\lambda}_{21} \vec{\pi}_0 \end{matrix} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ \dot{\lambda}_{21} \vec{\pi}_0 \end{matrix} \right\}_B$

On reconnaît une liaison glissière de direction $\vec{\pi}_0$

Q4)



On a : $\theta_{40} = \theta_{45} + \theta_{50}$
 $= (\vec{n}_0, \vec{n}_4) = (\vec{y}, \vec{y}_4)$

Avec CDG, isocèle en D :

$$\pi = \theta_{53} + 2\beta$$

Et EDF, isocèle en D :

$$\pi = \theta_{53} + 2\alpha$$

$\Rightarrow \alpha = \beta$ Or, $\pi = \beta + \theta_{50} = \alpha - \theta_{45} \Rightarrow \theta_{45} + \theta_{50} = 0$
 $= \theta_{40}$

On en déduit que $B_0 = (\vec{z}_0, \vec{n}_0, \vec{y}) = (\vec{z}_0, \vec{n}_4, \vec{y}_4) = B_4$

Q5) Par fermeture géométrique dans la chaîne $\{0-1-2-3-5-0\}$:

$$\vec{0} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DG} + \vec{GA} = \lambda_{21} \vec{n}_0 + L \vec{n}_3 - L \vec{n}_5 - L_0 \vec{n}_0$$

Par projection dans le plan (A, \vec{n}_0, \vec{y})

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_{21} + L \cos(\theta_{32}) - L \cos(\theta_{50}) - L_0 = 0 \\ L \sin(\theta_{32}) - L \sin(\theta_{50}) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow L^2 = (\lambda_{21} + L \cos(\theta_{32}) - L_0)^2 + L^2 \sin^2(\theta_{32})$$

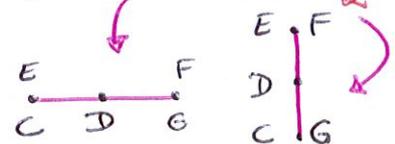
$$\Rightarrow \lambda_{21} + L \cos \theta_{32} - L_0 = \pm L \sqrt{1 - \sin^2 \theta_{32}} = |\cos \theta_{32}|$$

Comme $\lambda_{21} - L_0 = -L (\cos \theta_{32}) \pm |\cos \theta_{32}|$

$< 0 \Rightarrow$ on choisit le signe "-" pour respecter le mécanisme

Remarque : de mécanisme ne peut "exister" que pour $0 < \theta_{32} < \frac{\pi}{2}$
 d'où $|\cos \theta_{32}| = \cos(\theta_{32})$

$$\Rightarrow \lambda_{21} = L_0 - 2L \cos(\theta_{32})$$



↳ Remarque: Une méthode bien + efficace ici, est ②
 directement d'utiliser le fait que CDG
 est isocèle en D $\Rightarrow L_0 - \lambda_{21} = 2L \cos(\theta_{32})$

Mais bon... , ça ne fait pas de mal de
 s'entraîner à faire une fermeture
 géométrique \Rightarrow ce serait nécessaire si $L_{31} \neq L_{51}$.
 (cf figure Q4)

Q6) Puisque pour une hélice à gauche :

$$\lambda_{21} = -\frac{p}{2\pi} \theta_{21} \quad \text{et} \quad \theta_{21} + \theta_{10} = 0$$

d'après Q3

$$\Rightarrow \theta_{10} = \frac{2\pi}{p} (L_0 - 2L \cos(\theta_{32}))$$

Q7) $h(t) = \vec{CE} \cdot \vec{y}_0 = (\vec{CD} + \vec{DE}) \cdot \vec{y}_0$
 $= 2L \sin(\theta_{32}) \quad \text{car} \quad \theta_{50} = \pi - \theta_{32}$

$$\Rightarrow \cos(\theta_{32}) = \sqrt{1 - \sin^2(\theta_{32})} \quad \text{pour} \quad 0 \leq \theta_{32} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{h}{2L}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \theta_{10}(t) = \frac{2\pi}{p} \left(L_0 - \sqrt{4L^2 - h^2(t)} \right)$$

modèle cinématique
inverse
 valable pour :
 $0 \leq h(t) \leq 2L$

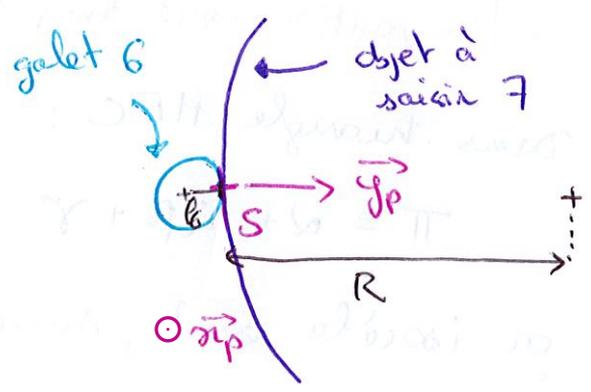
Remarque: Ici, grâce à la spécificité des
 longueurs des 4 bames égales, on peut tout aussi
 facilement obtenir le modèle cinématique direct
 \Rightarrow ce n'est pas le cas en
 pratique lorsque $L_{31} \neq L_{51} \neq L_{32} \neq L_{52}$
 analytiquement

Asservissement en effort de la pince du RoboVole

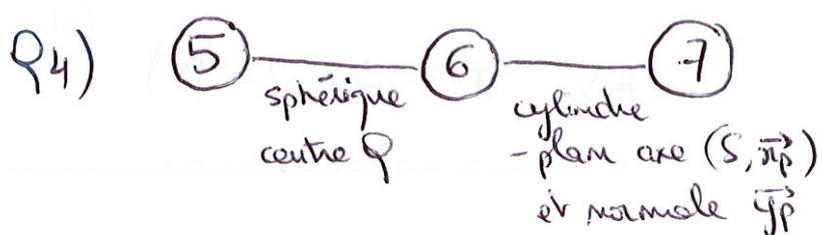
Q1) batteries en position basse \Rightarrow centre de gravité du RoboVole le plus proche possible du sol
 \hookrightarrow réduit les risques de basculement lors de l'exploration du terrain volcanique accidenté.

Q2) $\{3+4\}$ est un parallélogramme $\Rightarrow \forall t (AC) \parallel (BD)$
 on $\vec{AC} = l_3 \vec{x}_p$ et $\vec{BD} = l_3 \vec{x}_s \Rightarrow \begin{cases} \vec{x}_p = \vec{x}_s \\ \vec{y}_p = \vec{y}_s \end{cases}$
 \hookrightarrow le mors 5 garde une orientation fixe par rapport au bâti 0.

Q3) Puisque $l_6 \ll R$ les rayons respectifs des cylindre 6 et 7 dont les surfaces sont en contact
 \hookrightarrow on peut assimiler la surface de l'objet à saisir à un plan.



d'où contact entre 6 et 7 assimilable à un cylindre sur un plan d'axe (S, \vec{x}_p) et de normale \vec{y}_p



\rightarrow liaison en série :
 $\gamma_{7/5} = \gamma_{7/6} + \gamma_{6/5}$
 que l'on exprime en S.

$$V_{6/5} = \begin{matrix} Q \\ \left(\begin{array}{ccc} \omega_n^{65} & 0 & \\ \omega_y^{65} & 0 & \\ \omega_z^{65} & 0 & \end{array} \right) \end{matrix} \left(\vec{x}_P, \vec{y}_P, \vec{z}_P \right)$$

$$V_{7/6} = \begin{matrix} S \\ \left(\begin{array}{ccc} \omega_n^{76} & V_{n,S}^{76} & \\ \omega_y^{76} & 0 & \\ 0 & V_{z,S}^{76} & \end{array} \right) \end{matrix} \left(\vec{x}_P, \vec{y}_P, \vec{z}_P \right)$$

$$\vec{V}_{SE6/5} = \underbrace{\vec{V}_{QE6/5}}_{=\vec{0}} + \underbrace{\vec{SQ}}_{=-l \vec{y}_P} \wedge \vec{\Omega}_{6/5} = \begin{matrix} \left(\vec{x}_P, \vec{y}_P, \vec{z}_P \right) \\ \left. \begin{array}{c} V_{n,S}^{65} \\ 0 \\ V_{z,S}^{65} \end{array} \right\} \end{matrix}$$

↑ changement de point

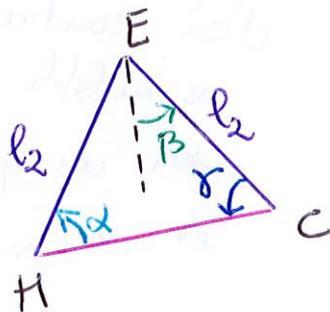
↳ Ainsi $V_{7/5} = \begin{matrix} S \\ \left(\begin{array}{ccc} \omega_n^{75} & V_{n,S}^{75} & \\ \omega_y^{75} & 0 & \\ \omega_z^{75} & V_{z,S}^{75} & \end{array} \right) \end{matrix} \left(\vec{x}_P, \vec{y}_P, \vec{z}_P \right)$

↳ on a : 5 degrés de liberté indépendantes
(les 3 rotations et 2 translations)

⇒ on reconnaît une liaison sphère-plan de centre S et normale \vec{y}_P .

ps) En faisant bien attention à orienter positivement tous les angles !

+ : sens direct

Dans triangle HEC :

$$\pi = \alpha + 2\beta + \gamma$$

ou isocèle en E, donc :

$$\alpha = \gamma$$

$$\Rightarrow \pi = 2(\alpha + \beta)$$

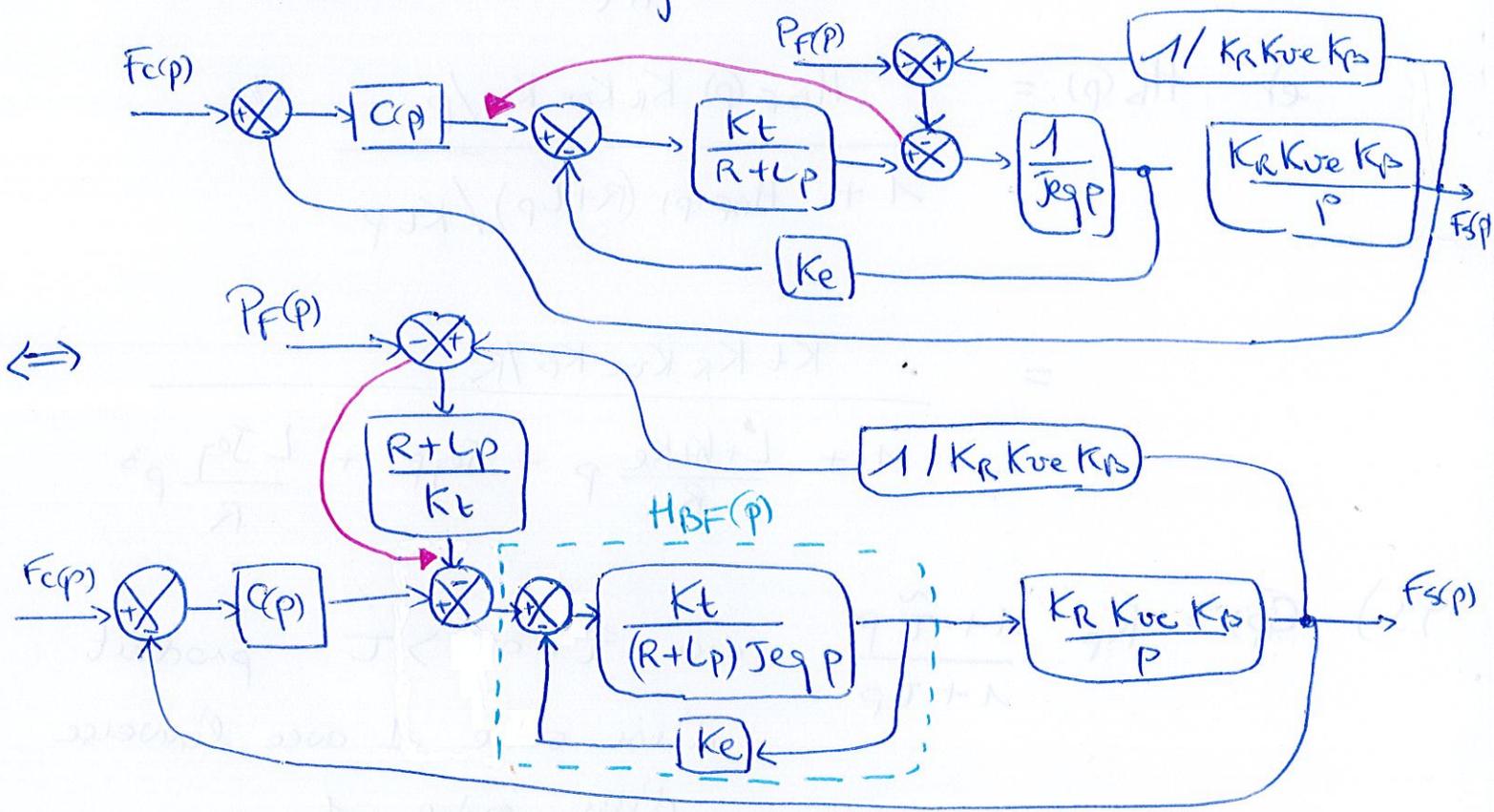
96) Puisque $R = \vec{SP} \cdot \vec{JP}$, on trouve :

$$R = (\vec{SQ} + \vec{QD} + \vec{DC} + \vec{CP}) \cdot \vec{JP}$$

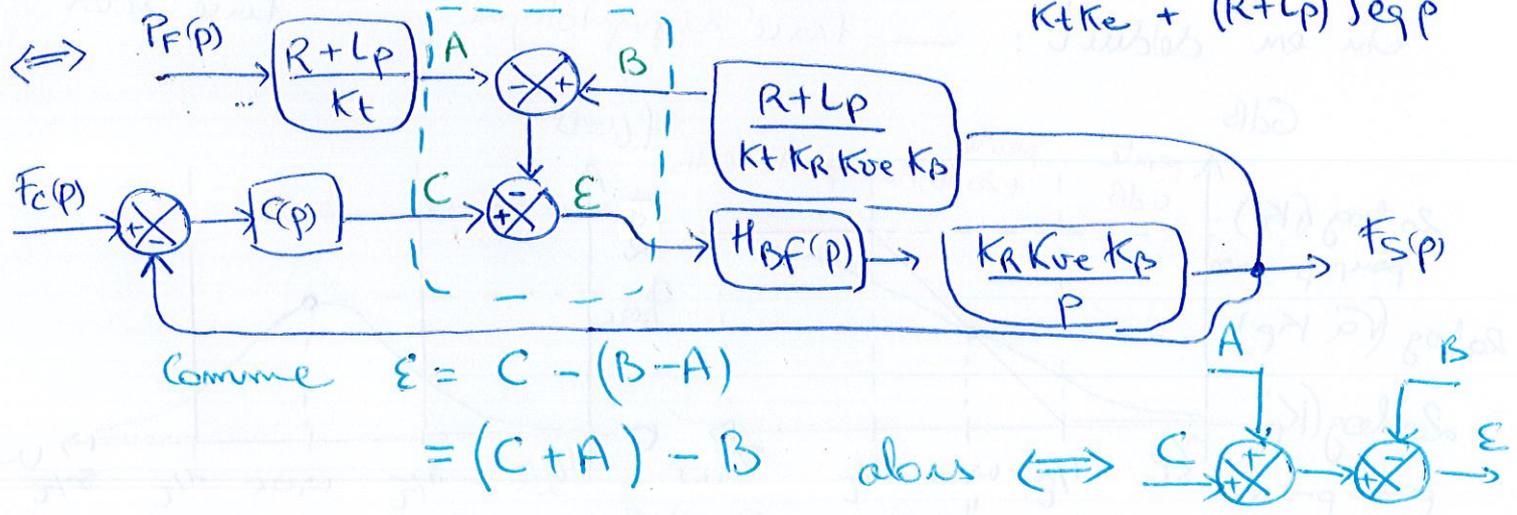
$$\Rightarrow R = d + l_4 \cos(\beta) - l_5 - l_6$$

97) Puisque l'on veut contrôler l'effet de serrage en la maintenant à une valeur constante, et ce, quelque soit la perturbation \Rightarrow asservissement en régulation.

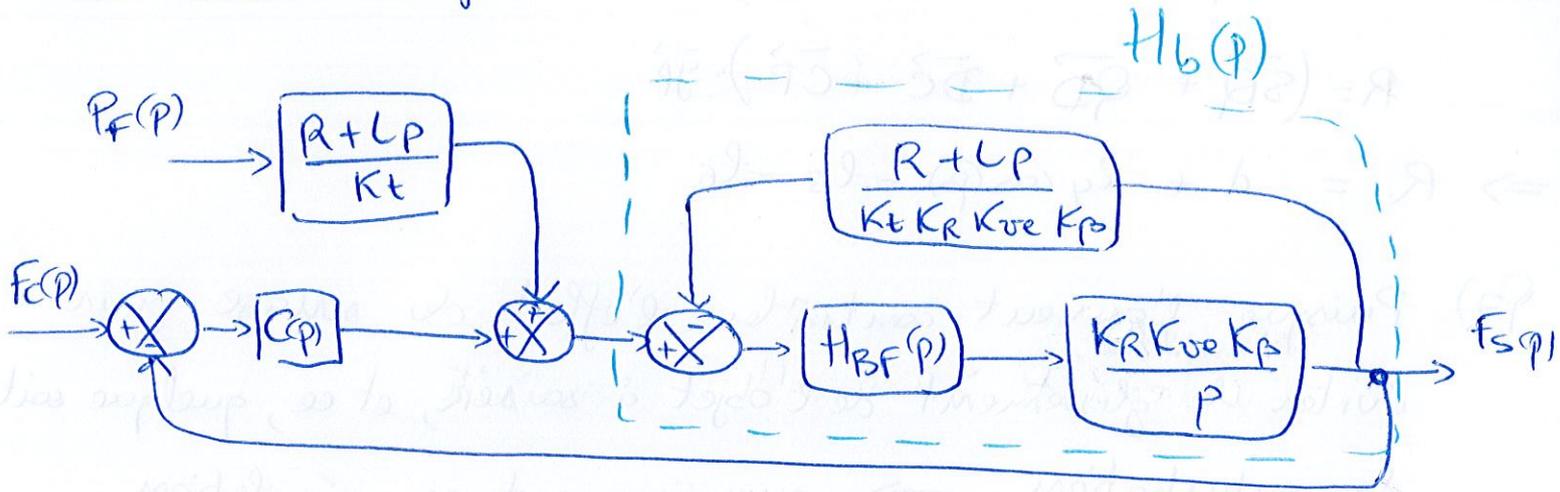
98) Par déplacement successif de sommateur :



avec $H_{BF}(p) = \frac{K_t}{K_t K_e + (R+L_p) J_{egp}}$



On obtient au final :



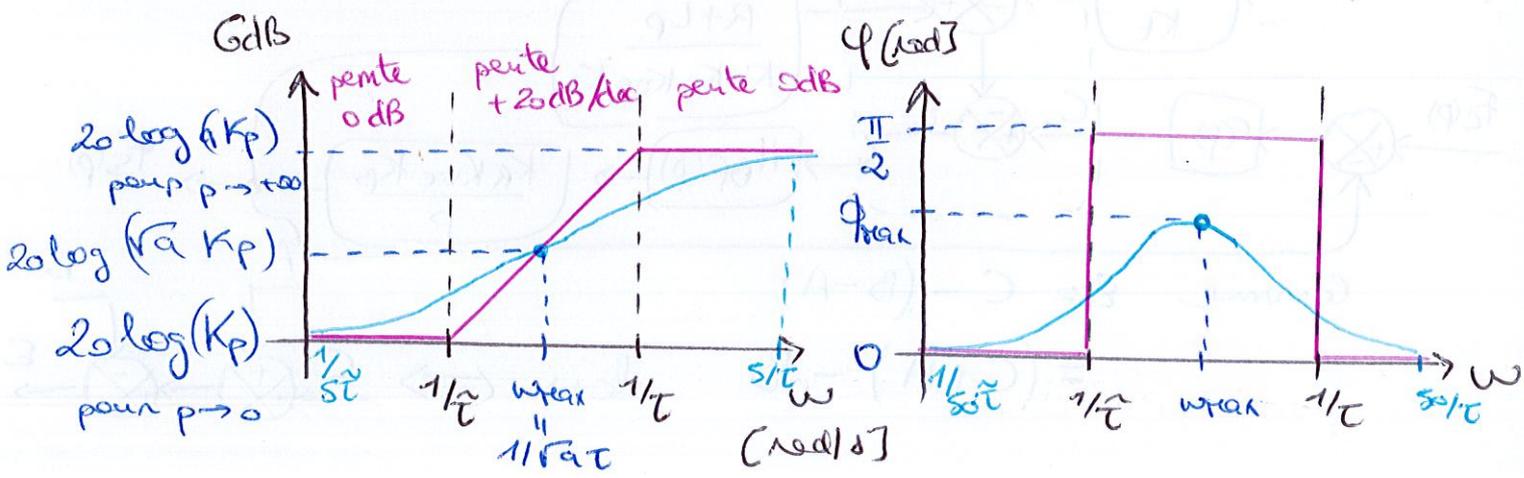
↳ On identifie : $H_a(p) = \frac{R+Lp}{Kt}$

et $H_b(p) = \frac{H_{BF}(p) K_R K_{v_e} K_{\beta} / p}{1 + H_{BF}(p) (R+Lp) / Kt p}$

$$= \frac{Kt K_R K_{v_e} K_{\beta} / R}{1 + \frac{L+KtKe}{R} p + J_{eq} p^2 + \frac{L J_{eq}}{R} p^3}$$

99) $C(p) = K_p \frac{1 + \tilde{\tau} p}{1 + \tau p}$ avec $\tilde{\tau} = \alpha \tau > \tau$ produit d'un zéro 1 avec l'inverse d'un zéro 1

On en déduit : — trace asymptotique — trace réel



En effet, en $\omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{a}\tau}$, on a:

(3)

$$|C(j\omega_{max})| = \underbrace{K_p}_{>0} \left| \frac{1+j\sqrt{a}}{1+j/\sqrt{a}} \right|$$

$$= K_p \sqrt{\frac{1+a}{1+1/a}} = K_p \sqrt{a}$$

$$\Rightarrow \text{GdB}(\omega_{max}) = 20 \log(\sqrt{a} K_p) \text{ point remarquable}$$

Q.10) On veut: $\begin{cases} M\varphi = 30^\circ \\ \omega_{0dB} = 8000 \text{ rad/s} \end{cases}$ On lit à $\omega = 8000 \text{ rad/s}$ sur le système non corrigé:

$$\varphi(8000) = -225^\circ \Rightarrow \varphi_{max} = M\varphi - 180 - \varphi(8000) = 75^\circ$$

Q.11) On veut tel que $\sin(\varphi_{max}) = \frac{a-1}{a+1}$

$$\Rightarrow a = \frac{1 + \sin(\varphi_{max})}{1 - \sin(\varphi_{max})} \quad \text{AN: } a \approx 58$$

$$\text{et on veut } \omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{a}\tau} = \omega_{0dB} \Rightarrow \tau = \frac{1}{\sqrt{a}\omega_{0dB}}$$

$$\text{AN: } \tau \approx 1,6 \times 10^{-5} \text{ s}$$

Q.12) Pour imposer $\omega_{0dB} = 8000 \text{ rad/s}$, il faut que le gain du système corrigé soit égal à 0dB en ω_{0dB} .

$$\text{On lit: } 0\text{dB} = 20 \log(\sqrt{a} K_p) - 10 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow K_p = \frac{1}{\sqrt{a}} 10^{1/2} \quad \text{AN : } K_p \approx 3,42$$

Q13) d'intégrateur dans la chaîne direct est mis en aval de la perturbation, il ne permet donc pas d'annuler l'influence de la perturbation ($P_F(p) = P_0/p$) une fois le régime permanent atteint

Q14) Dans le cas où l'on néglige les perturbations, puisque la FTBO de cet asservissement est :

résultat du cours \Downarrow gain de temps essentiel \heartsuit

$$H_{BO}(p) = C(p) H_b(p) \text{ de classe } 0$$

alors l'écart statique en pourcentage pour une entrée en échelon vaut :

$$E_S = \frac{1}{1 + K_{BO}} \quad \text{avec } K_{BO} = \frac{K_p K_t K_R K_{oe} K_p}{R}$$

Q15) Il est possible de réaliser l'asservissement en effort de la pince sans avoir accès à la mesure directe de cet effort qui provient du capteur en bout de pince.

↳ Il suffit pour cela d'avoir accès à une mesure **indirecte** de cet effort. Une possibilité est de

mesurer le courant $i(t)$ parcourant l'induit du moteur qui est proportionnel au couple moteur $C_m(t) = K_t i(t)$, lui-même étant proportionnel à l'effort.