

TP/Cours : Asservissement d'une MCC

1 Description de l'asservissement en position d'un servo-moteur

L'asservissement en position angulaire d'un servo-moteur est un des asservissements les plus classiques que l'on peut rencontrer en SII. Il est intéressant de bien en comprendre son fonctionnement et d'avoir une bonne culture technologique des différents composants permettant de le réaliser. On le rencontre en effet dans la plupart des systèmes de TP aux concours.

Le moteur à courant continu est alimenté à la tension $u_m(t)$ par un hacheur et entraîne en rotation son arbre de sortie à la vitesse $\omega_m(t)$. Un réducteur est placé à la sortie du moteur afin de réduire sa vitesse. On note $\omega_r(t)$ la vitesse de rotation en sortie du réducteur. Un potentiomètre angulaire mesure l'angle moteur $\theta_m(t)$ et un CAN le traduit en un entier $N_m(t)$, comparé à l'image $N_c(t)$ de la consigne angulaire. Un correcteur élabore alors la commande $\alpha(t)$ du hacheur à partir de cet écart entre ces deux images $\varepsilon(t) = N_c(t) - N_m(t)$.

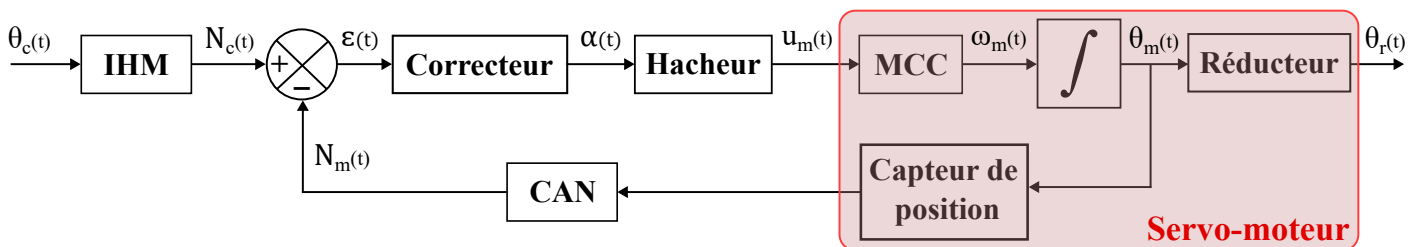


FIGURE 1 – Schéma fonctionnel d'un asservissement en position d'un servo-moteur.

La terminologie « servo-moteur » est un mot technique qui représente un système intégré combinant une MCC, un réducteur et un capteur de position.

2 Modélisation du moteur à courant continu

La modélisation de la MCC dans le domaine de Laplace entre dans le cadre du cours et doit être parfaitement maîtrisée. On donne ici les principes physiques généraux qui amènent à l'écriture des équations de la MCC.

Le principe de fonctionnement d'un moteur à courant continu repose sur l'interaction électro-magnétique entre un bobinage et un aimant (cf Figure 2). L'aimant est placé sur le stator (partie fixe du moteur). Le rotor (partie mobile du moteur) est constitué d'un bobinage alimenté en courant continu par l'intermédiaire d'un système {balais + collecteur}. Les deux balais en graphite glissent sur le collecteur pour assurer un contact électrique.

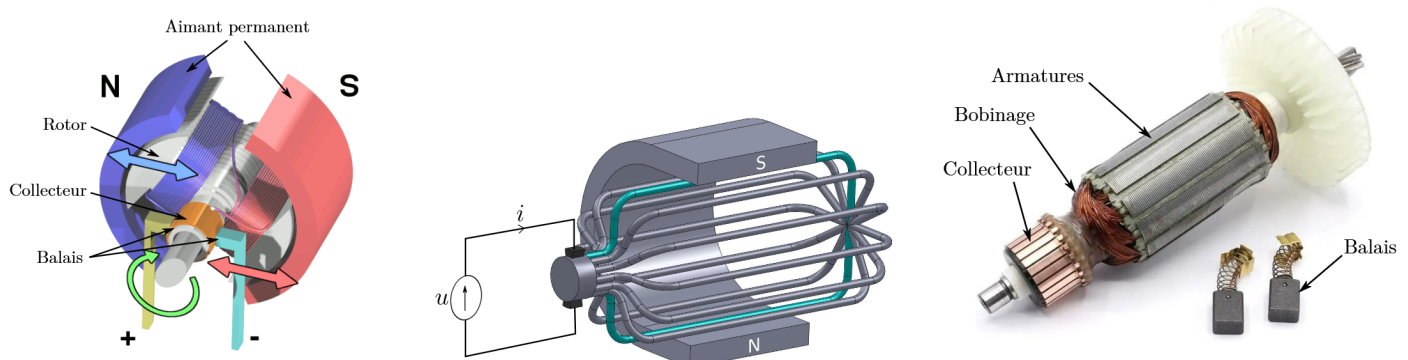
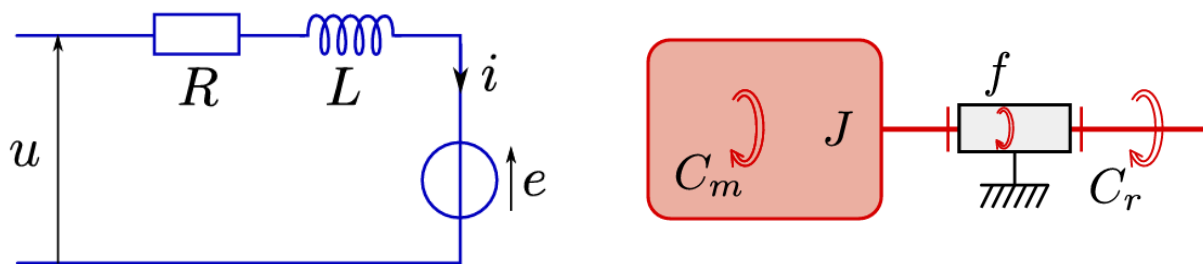


FIGURE 2 – Constituants d'une machine à courant continu (MCC).

De manière très simplifiée, la spire du bobinage en contact avec les balais est parcourue par un courant i alors qu'elle est en rotation dans le champs magnétique créé par l'aimant du stator. Elle est donc soumise à une force de Laplace orthogonale à la spire et au champ magnétique. Cette force génère un couple magnétique $C_m(t)$ sur le rotor.

Remarque : La physique détaillée des moteurs électriques est au programme de physique de la classe de PSI.

Le moteur à courant continu est donc le siège de phénomènes électriques, dynamiques et magnétiques. Chaque moteur est ainsi modélisé par quatre équations : une équation électrique, une équation mécanique et deux équations de couplage magnétique.



On donne les équations qui régissent le moteur à courant continu. L'équation (1) correspond à la loi des mailles appliquée au moteur. L'équation (2) traduit le couplage magnétique entre les grandeurs électriques et mécaniques. La loi de Lenz-Faraday énonce qu'un bobinage mobile dans un champ magnétique voit apparaître à ses bornes une tension induite, proportionnelle à la vitesse de déplacement. On appelle cette tension $e(t)$ la force contre-électromotrice (FCEM). L'équation (3) décrit le couple moteur généré par la force de Laplace. L'équation (5) correspond au principe fondamental de la dynamique, liant l'accélération du rotor aux actions mécaniques extérieures qui s'exercent sur lui. Il s'agit d'une accélération angulaire $\dot{\omega}(t)$, liée au couple magnétique $C_m(t)$, au couple de frottement visqueux $C_f(t)$ et à un éventuel couple résistant extérieur $C_r(t)$.

(1)	$u(t) = e(t) + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$	Equations électriques du moteur à courant continu
(2)	$e(t) = K_e \omega(t)$	
(3)	$c_m(t) = K_c i(t)$	
(4)	$c_f(t) = f \omega(t)$	Couple de frottement proportionnel à la vitesse de rotation
(5)	$c_m(t) - c_f(t) - c_r(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$	Equation issue du principe fondamental de la dynamique

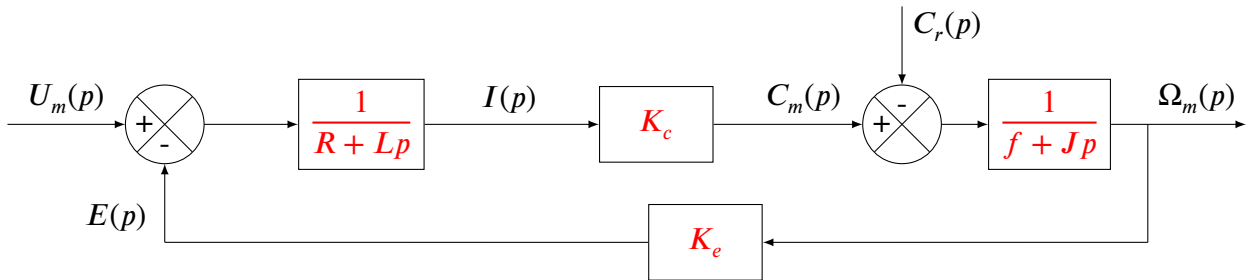
- $u(t)$: Tension d'entrée aux bornes du moteur (V)
- $e(t)$: Force contre électromotrice (V)
- $i(t)$: Intensité (A)
- $\omega(t)$: Vitesse de rotation du moteur ($rad.s^{-1}$)
- $c_m(t)$: Couple moteur (N.m)
- $c_r(t)$: Couple résistant (N.m)
- $c_f(t)$: Couple de frottement (N.m)
- J : Inertie équivalente en rotation de l'arbre moteur ($Kg.m^2$)
- L : Inductance de la bobine (H)
- R : Résistance électrique du moteur (Ω)
- K_e : Constante de force contre-électromotrice ($V.rad^{-1}.s$)
- K_c : Constante de couple ($N.m.A^{-1}$)
- f : Coefficient de frottement ($N.m.rad^{-1}.s$)

On se place sous les conditions d'Heaviside pour la suite du TP.

Q 1. Transformer les équations régissant le comportement de la MCC dans le domaine de Laplace.

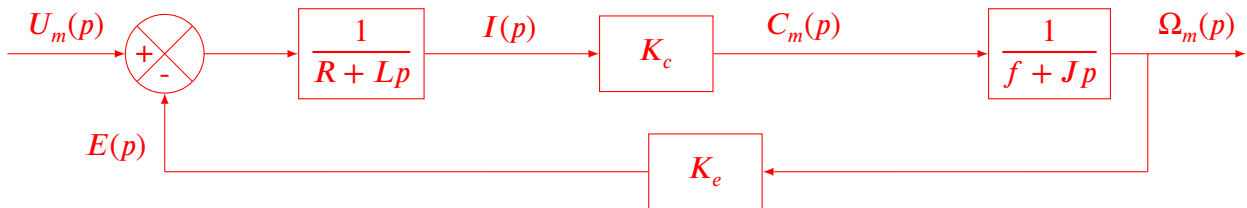
- (1) $\implies U(p) = E(p) + (R + Lp)I(p)$
- (2) $\implies E(p) = K_e\Omega(p)$
- (3) $\implies C_m(p) = K_c I(p)$
- (4) $\implies C_f(p) = f\Omega(p)$
- (5) $\implies C_m(p) - C_f(p) - C_r(p) = Jp\Omega(p)$

Q 2. Compléter le schéma-blocs du moteur en faisant apparaître fonctions de transfert et variables.



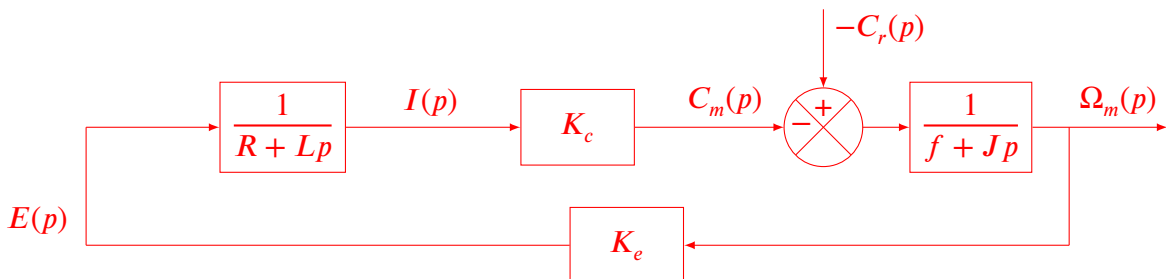
Q 3. Déterminer les fonctions de transfert $H_\Omega(p)$ et $H_c(p)$ telles que $\Omega(p) = H_\Omega(p)U(p) - H_c(p)C_r(p)$.

On applique le principe de superposition, on détermine $H_\Omega(p)$ pour $U_m(p) \neq 0$ et $C_r(p) = 0$:



$$\implies H_\Omega(p) = \frac{\frac{K_c}{(R + Lp)(f + Jp)}}{1 + \frac{K_c K_e}{(R + Lp)(f + Jp)}} = \frac{K_c}{K_e K_c + Rf + (RJ + Lf)p + LJp^2}$$

On détermine $H_c(p)$ pour $U_m(p) = 0$ et $C_r(p) \neq 0$:



$$\implies H_c(p) = \frac{\frac{1}{f + Jp}}{1 + \frac{K_c K_e}{(R + Lp)(f + Jp)}} = \frac{R + Lp}{K_e K_c + Rf + (RJ + Lf)p + LJp^2}$$

3 Modélisation du hacheur

Le hacheur (quatre quadrants) est constitué de 4 transistors de puissance se comportant comme des interrupteurs. Il est utilisé pour *moduler* la tension en entrée du moteur entre $-V_s$ et V_s où V_s est sa propre tension d'alimentation. Pour cela, les interrupteurs s'ouvrent et se ferment très vite selon un « cycle » défini par la *partie commande*.

On rappelle en effet qu'un pré-actionneur, ici le hacheur, reçoit ses ordres de la partie commande.

Afin de ne pas court-circuiter la source d'énergie, ici le générateur de tension V_s , les interrupteurs K_1 et K_2 ainsi que la paire (K_3, K_4) fonctionnent en antagonisme. Ainsi, si K_1 (respectivement K_4) est ouvert, K_2 (respectivement K_3) est fermé, et inversement. De manière très simplifiée, quand l'ordre logique qu'un interrupteur reçoit est à 1, il se ferme, et s'apparente à un fil électrique. Dans le cas contraire, il est ouvert ne laissant pas passer de courant. Sur un cycle de période T , l'interrupteur K_1 va être fermé pendant une fraction αT du temps et être ouvert pendant un temps $(1 - \alpha)T$ comme cela est représenté sur la Figure 3. Cette logique de commande particulière est appelée modulation à largeur d'impulsion (MLI, ou encore pulse width modulation (PWM) en anglais) et α est le rapport cyclique de la modulation.

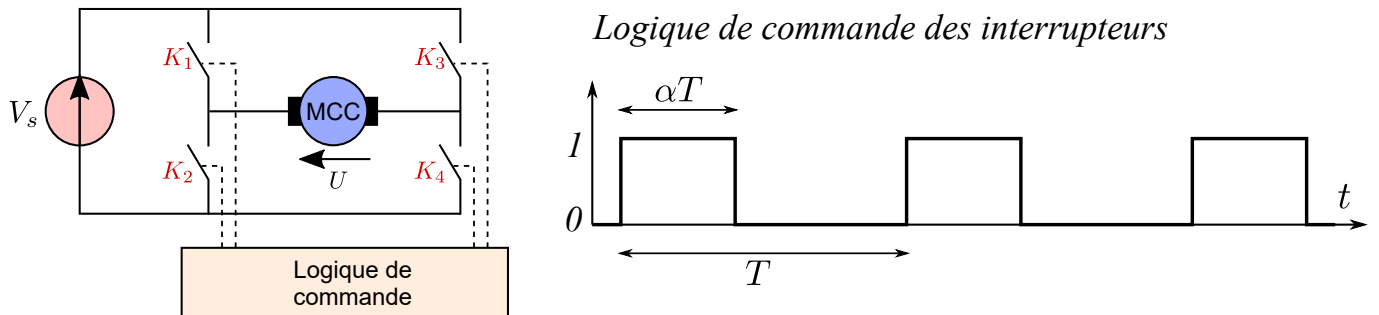
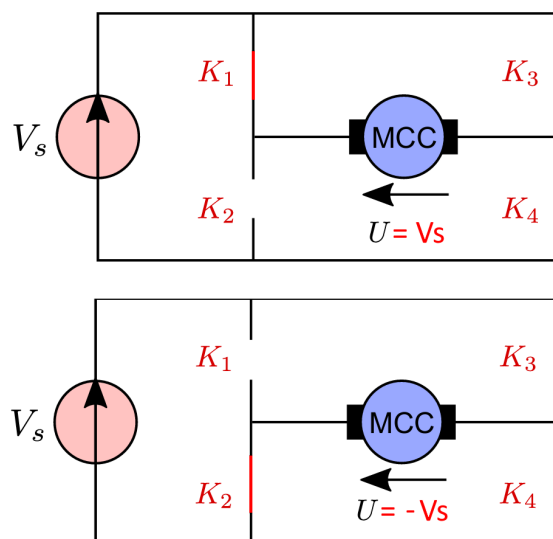
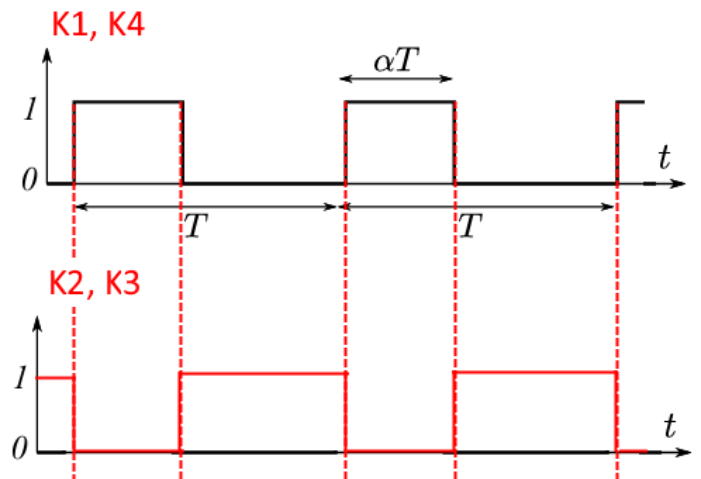


FIGURE 3 – Architecture d'un hacheur quatre quadrants et Modulation à largeur d'impulsion.

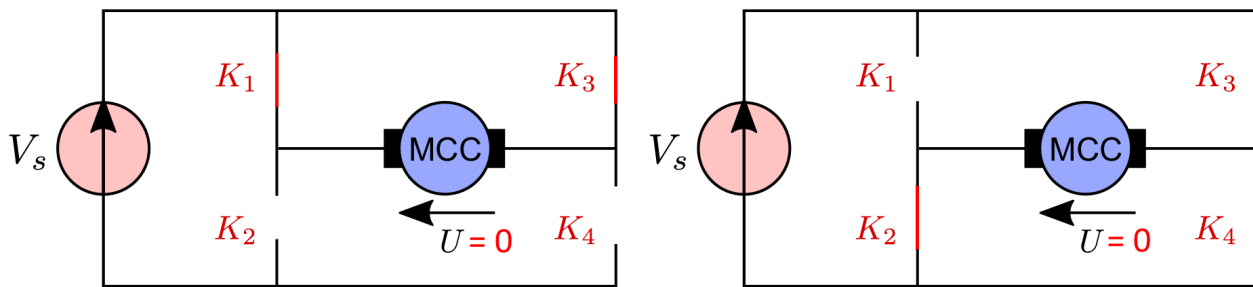
Q 4. Sur le schéma, remplacer, si besoin, les interrupteurs par des fils électriques afin d'imposer une tension d'entrée positive $U = V_s$ (respectivement négative $U = -V_s$) aux bornes du moteur.



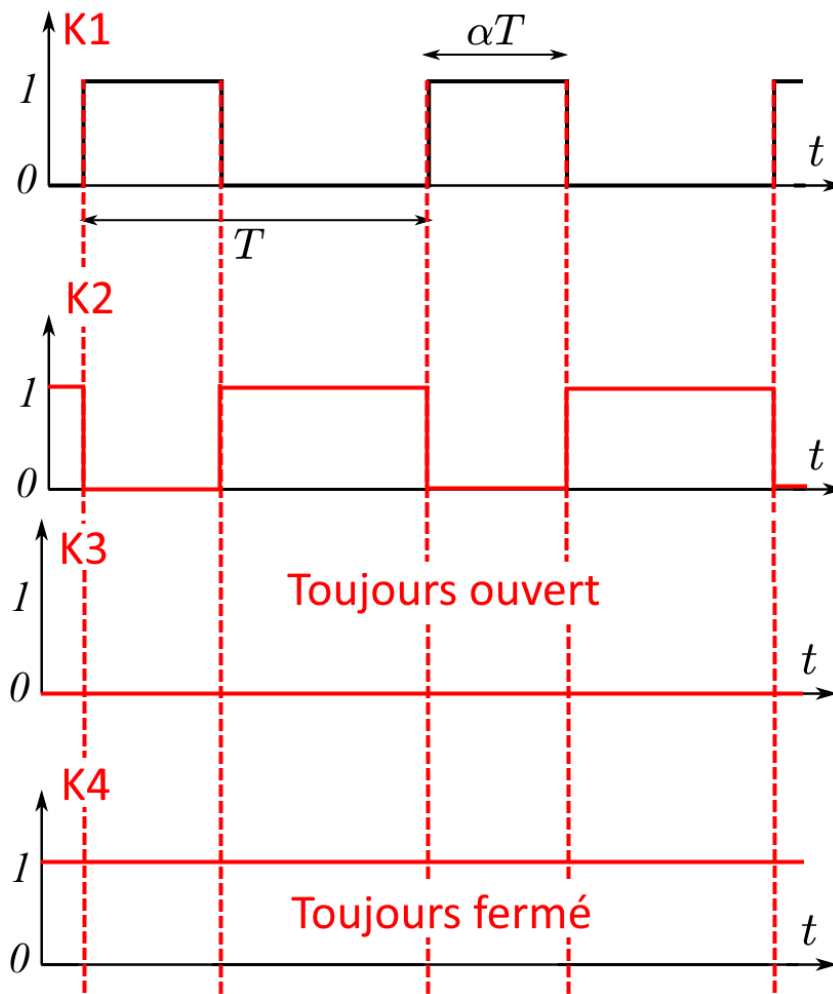
Q 5. En déduire le tracé sur deux périodes de la logique de commande de K_2, K_3 et K_4 lorsque celle de K_1 suit le cycle donné Figure 3, pour passer d'une tension V_s (α % du cycle) à $-V_s$ (reste du cycle).



Q 6. De même, quel serait le tracé sur deux périodes de la logique de commande de K_2 , K_3 et K_4 lorsque celle de K_1 suit le cycle donné Figure 3, pour passer d'une tension V_s (α % du cycle) à 0 Volt (reste du cycle).



Tension nulle (0 Volt) aux bornes de la MCC, tout en respectant l'antagonisme (K_1, K_2) et (K_3, K_4) afin de ne pas court-circuiter le générateur de tension V_s .



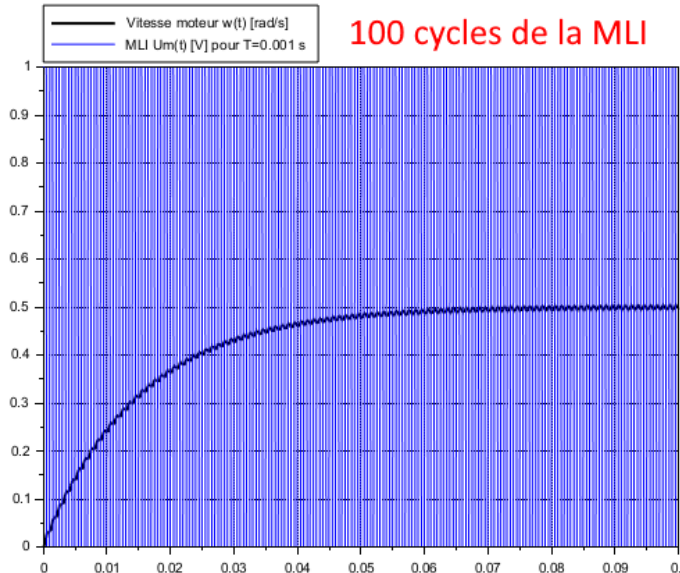
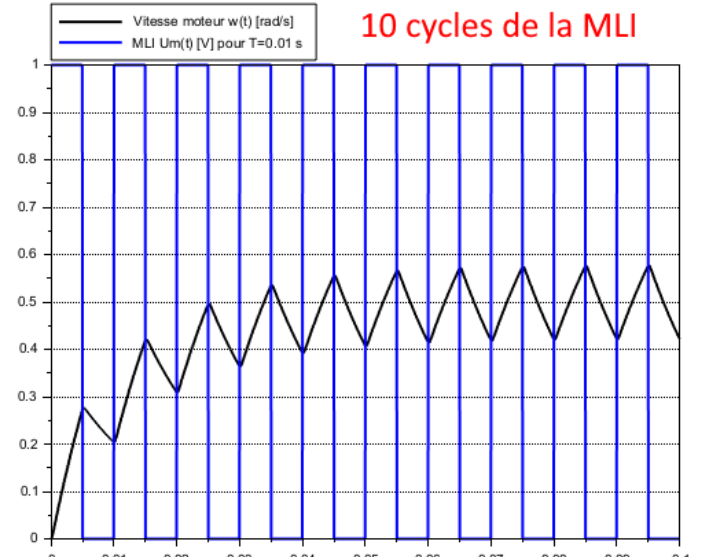
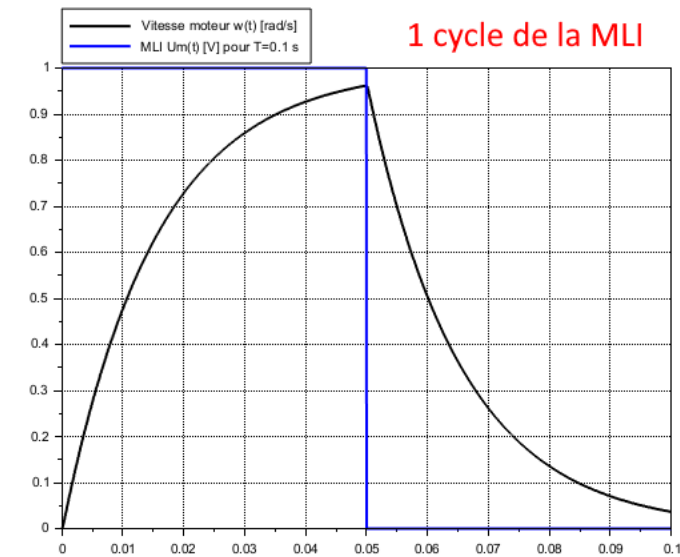
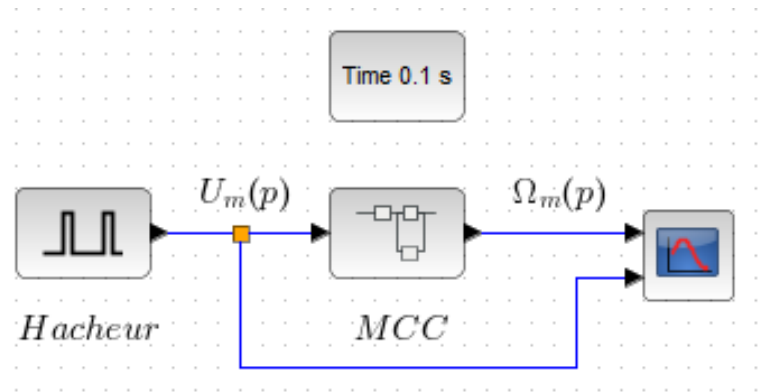
Lancer le logiciel Scilab. Taper `xcos` dans la fenêtre de commande. Ouvrir le fichier `Fonctionnement_Hacheur.zcos`. Vérifier que la durée configurée de la simulation est de 2000 points pour 0.1 seconde et que le « contexte » contient les informations suivantes.

```

Modifier le contexte
/* Signal de commande du hacheur */
T = 1e-4 /* Periode [s] */
PW = 50 /* Temps d'ouverture cycle [%] */
Vs = 1 /* Tension alimentation hacheur [Volt] */
Ok Annuller

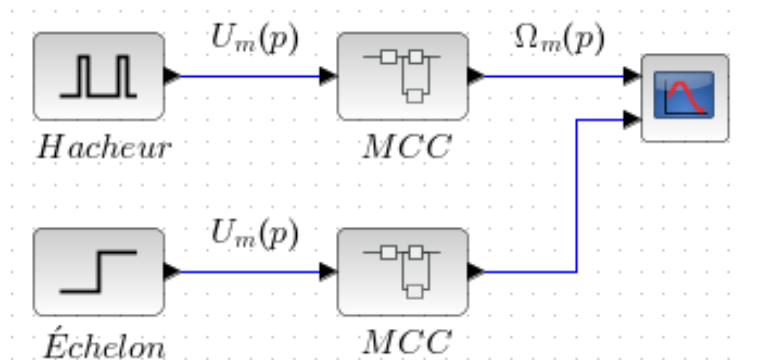
```

Q 7. Simuler la réponse de la MCC à la MLI du hacheur pour différente période du cycle. On prendra $T = 0.1$ s, $T = 0.01$ s et $T = 0.001$ s. Commenter l'allure de la vitesse de rotation de la MCC (réponse mécanique) lorsque T devient suffisamment petite (solicitation électrique).

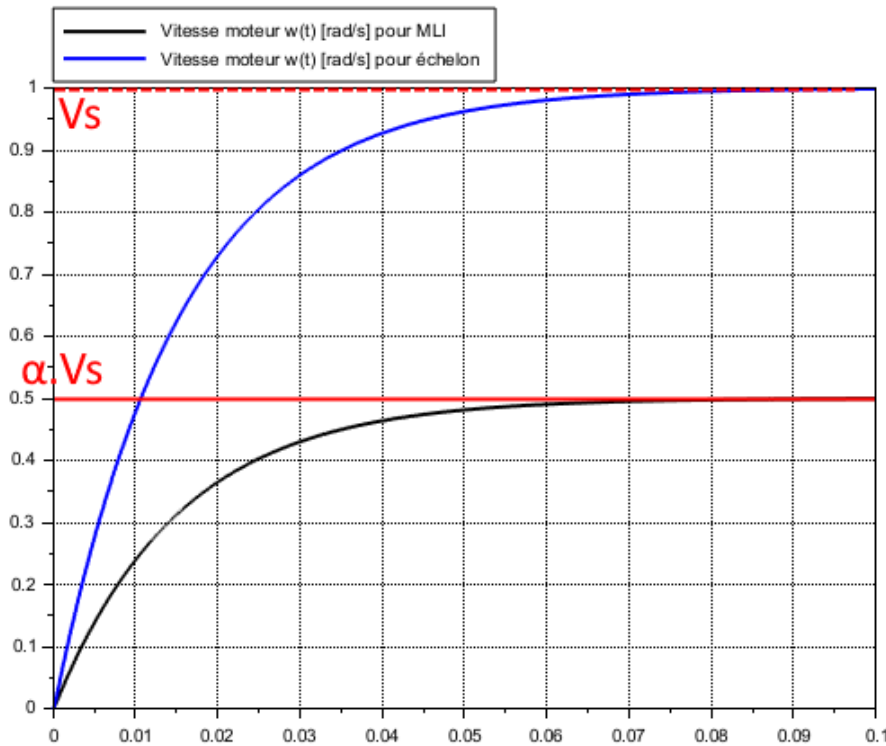


Lorsque T diminue, l'amplitude des « dents de scies » présentes dues à l'alternance des temps où $u_m(t) = V_s$ et ceux où $u_m(t) = 0$ diminue. Lorsque T devient suffisamment faible, la vitesse de rotation de la MCC (réponse mécanique) semble tendre vers une réponse à un échelon.

Reproduisez la simulation suivante en copiant le bloc MCC et en rajoutant une entrée en échelon, que vous trouverez dans la palette CPGE. On rappelle que vous pouvez ouvrir directement le Navigateur de palettes depuis l'onglet Vue.



Q 8. En choisissant $T = 10^{-4}$ s et un échelon d'amplitude V_s , conclure pour quel signal d'entrée usuel est perçu la sollicitation MLI du hacheur, du point de vue de la MCC, lorsque T devient suffisamment petit.



Pour $T = 10^{-4}$ s, la sollicitation MLI du hacheur est perçue par la MCC comme un échelon d'amplitude αV_s .

On se propose de montrer théoriquement que la MCC perçoit effectivement une tension $u_m(t) = \alpha V_s$ dès que la période T de la MLI est suffisamment petite.

On note sous forme polaire $H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$ la fonction de transfert harmonique de la MCC.

Q 9. Pour une sollicitation sinusoïdale $\underline{e}(t) = E e^{j\omega t}$ en notation complexe, rappeler l'expression de la sortie $\underline{s}(t)$ du système une fois le régime permanent atteint en fonction de $\underline{e}(t)$ et $H(j\omega)$. En déduire l'expression temporelle $s(t) = \text{Im}(\underline{s}(t))$.

$$\underline{s}(t) = H(j\omega)\underline{e}(t) = |H(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)} \underline{e}(t) = |H(j\omega)| E e^{j(\omega t + \varphi(\omega))} \implies s(t) = \text{Im}(\underline{s}(t)) = |H(j\omega)| E \sin(\omega t + \varphi(\omega))$$

On peut montrer que le signal créneau (continu et périodique) fourni par le hacheur aux bornes du moteur se décompose en série de Fourier selon :

$$u_m(t) = \alpha V_s + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2V_s}{n\pi} \sin(n\pi\alpha) \cos(n\omega_1 t)$$

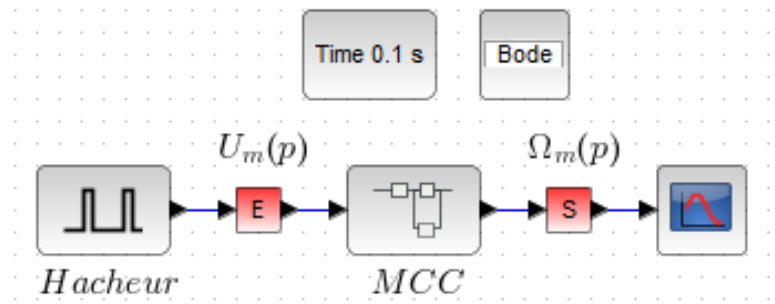
Q 10. Par principe de superposition, justifier que l'expression en régime permanent de la vitesse de rotation (réponse mécanique) du moteur $\omega_m(t)$ pour la sollicitation de la MLI peut s'écrire :

$$\omega_m(t) = \alpha V_s |H(0)| + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2V_s |H(jn\omega_1)|}{n\pi} \sin(n\pi\alpha) \cos(n\omega_1 t + \varphi(n\omega_1))$$

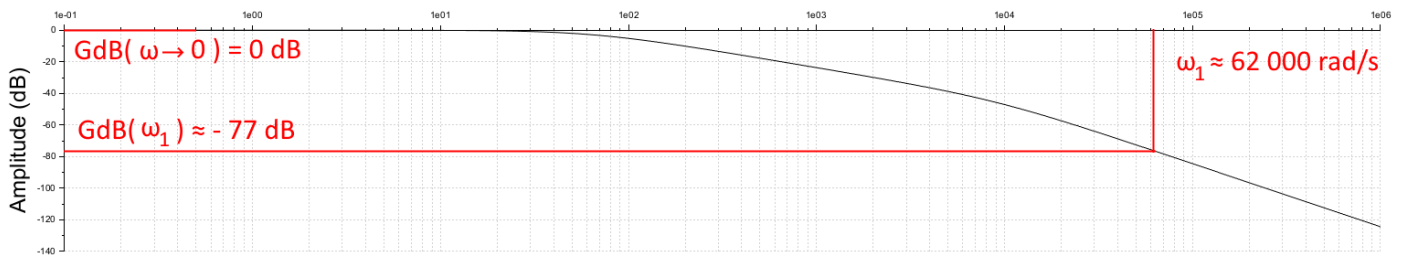
Au vu de la décomposition en série de Fourier de la MLI du hacheur, on remarque que l'on peut considérer que la MCC est soumise à une infinité d'entrée sinusoïdale $e_n(t) = E_n \cos(n\omega_1 t)$ pour $n \geq 1$ d'amplitude $E_n = 2V_s \sin(n\pi\alpha)/n\pi$ et de pulsation d'excitation $\omega_n = n\omega_1$ et à une entrée « constante » $e_0(t) = \alpha V_s$, c'est-à-dire à un échelon d'amplitude αV_s ($\omega = 0$). Par principe de superposition, la sortie de la MCC est obtenue comme

somme des sorties $s_n(t)$ associée à chacune de ces entrées où $s_n(t) = Re(\underline{s}_n(t)) = |H(j\omega_n)| E_n \cos(\omega_n t + \varphi(\omega_n))$ ce qui correspond exactement à la formule proposée.

On va maintenant tracer le diagramme de Bode de la MCC afin de déterminer les valeurs numériques de $|H(j\omega_1)|$ et $\varphi(\omega_1)$. Pour cela, enlever l'entrée en échelon et reproduisez la simulation suivante. Vous pouvez trouver les blocs associés à l'analyse harmonique dans le répertoire Analyses de la palette CPGE.



Q 11. Tracer les diagramme de Bode de la MCC pour des pulsations $\omega \in [10^{-1}, 10^6]$ rad/s et 2000 points.



Q 12. Par lecture directe du diagramme de Bode, donner la valeur numérique de $|H(j\omega_1)|$ pour $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$ où $T = 10^{-4}$ s est la période de la MLI et la valeur numérique de $|H(j\omega)|$ lorsque $\omega \rightarrow 0$, correspondant à un sollicitation constante $e(t) = Eu(t)$.

On mesure : $20 \log (|H(j\omega_1)|) \approx -77 \text{ dB} \rightarrow |H(j\omega_1)| = 10^{-77/20} \approx \frac{1}{10000}$ et $|H(j\omega \rightarrow 0)| = 1$.

Q 13. Justifier alors que, du point de vue de la MCC, dès que la période T de la MLI est suffisamment petite devant son temps de réponse à 5% mécanique, celle-ci se comporte comme-ci elle percevait un échelon $u_m(t) = \alpha V_s u(t)$.

Puisque le gain d'une fonction de transfert est une fonction décroissante de la pulsation :

$$\omega > \omega_1 \implies |H(j\omega)| < |H(j\omega_1)|$$

C'est en particulier vrai pour ω_n où $n \geq 2$. Or, on remarque déjà que $\frac{E_0 |H(0)|}{E_1 |H(j\omega_1)|} \approx \frac{1}{10000} \ll 1$.

Il en sera de même pour toutes les pulsations ω_n pour $n \geq 2$. On en déduit que tous ces termes sont négligeables.

Conclusion : Du point de vue de la MCC, pour T suffisamment faible devant son temps de réponse mécanique, les entrées e_n pour $n \geq 1$ ont une influence négligeable sur la sortie $s(t)$, c'est-à-dire : la MLI est perçue pour un simple échelon $e_0(t) = \alpha V_s u(t)$.

On a donc montré que, du point de vue de la MCC, la tension fournie par le hacheur se comporte comme un échelon de tension d'amplitude commandable. De manière qualitative, on peut considérer que le hacheur reçoit un ordre de rapport cyclique $\alpha(t)$ de la partie commande. Il permet donc bien de moduler la tension d'entrée du moteur entre 0 et V_s (respectivement $-V_s$ et 0) selon la logique de commande des interrupteurs.

4 Identification des paramètres de la MCC

Pour notre asservissement en position angulaire, on a acheté un servo-moteur de la série 2842 xxx C, dont la documentation technique est donnée en Figure 4. Par contre, on ne se rappelle plus si l'on avait choisi la version 006, 012, 024, 028 ou 036... On se propose donc d'identifier tous les paramètres caractéristiques de notre MCC à partir d'essais temporels et harmoniques. Cela nous permettra au passage de modéliser précisément notre MCC afin d'optimiser les performances de notre asservissement.

Pour cela, on a isolé notre MCC sur un banc d'essai. La MCC fonctionne initialement « à vide », c'est-à-dire qu'elle n'entraîne aucune charge ($C_r(t) = 0$). Deux capteurs ont été ajoutés afin de mesurer sa vitesse de rotation $\omega_m(t)$ et son courant $i(t)$.

Q 14. En écrivant l'équation (5) en régime permanent, c'est à dire, pour $\frac{d\omega_m(t \rightarrow \infty)}{dt} \approx 0$, pour un fonctionnement à vide, donner une équation reliant K_c , f , $\omega_m(t \rightarrow \infty)$ et $i(t \rightarrow \infty)$.

En régime permanent, (5) $\implies K_c i(t \rightarrow \infty) - f \omega_m(t \rightarrow \infty) \approx 0$.

On a donc une équation à deux inconnues, afin de déterminer les valeurs numériques de K_c et f , il faut donc deux points de mesures afin de pouvoir résoudre.

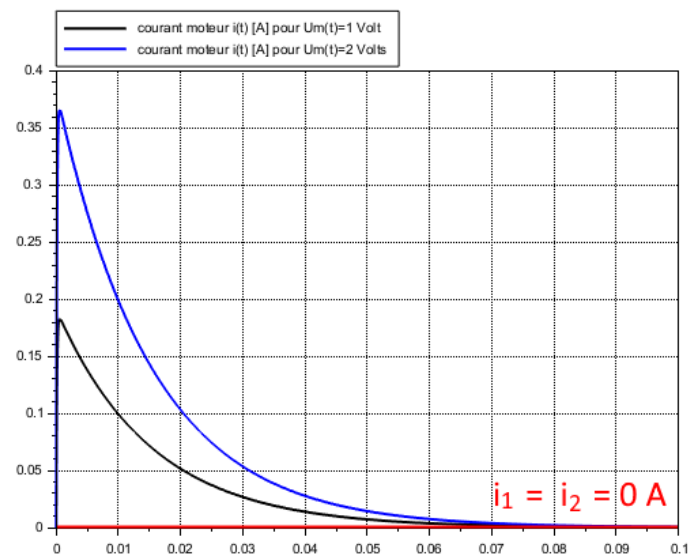
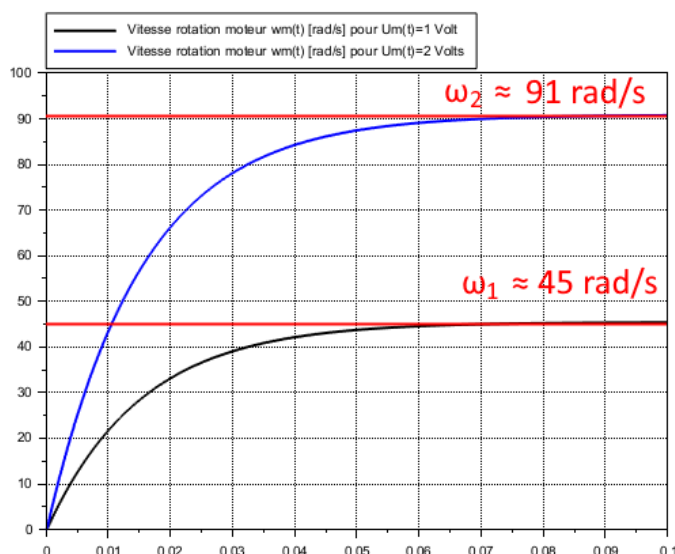
Q 15. Proposer un protocole expérimental afin de déterminer à partir de deux essais temporels les valeurs numériques de K_c et f .

On fait deux points de mesures en régime permanent (i_1, ω_1) pour une entrée $u_m(t) = u_1 u(t)$ et (i_2, ω_2) pour une entrée $u_m(t) = u_2 u(t)$ afin d'avoir deux équations à deux inconnues ce qui nous permet de résoudre :

$$\begin{cases} K_c i_1 - f \omega_1 = 0 \\ K_c i_2 - f \omega_2 = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Ouvrez le fichier `Identification_MCC.zcos`. Vérifiez que la durée configurée de la simulation est de 2000 points pour 0.1 seconde et de 2000 points pour une plage de pulsation $\omega \in [10^{-1}, 10^6]$ rad/s pour le tracé des diagrammes de Bode.

Q 16. Appliquer votre protocole expérimental et déterminer les valeurs numériques de K_c et f de notre MCC.

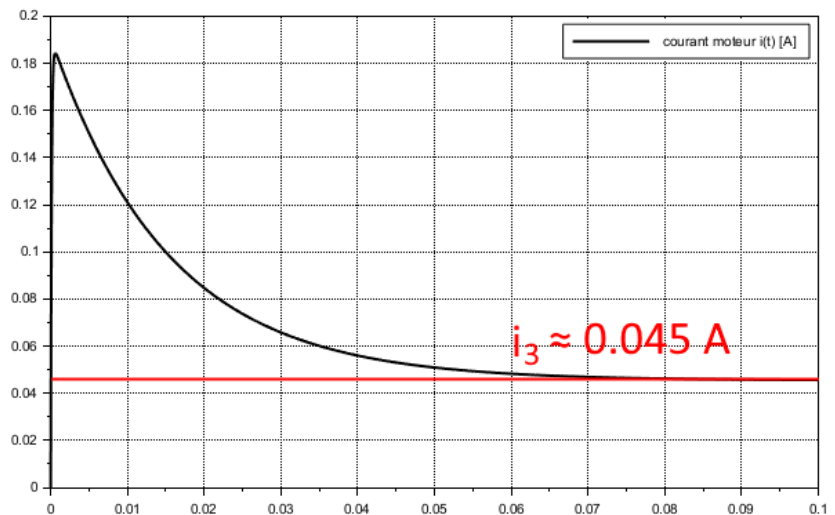


On mesure $i_1 = i_2 = 0$ A et ω_1 et ω_2 non nulles. On en déduit à partir de (*) que $f = 0$ N.m.s/rad. En revanche, on ne peut pas déterminer K_c à partir des essais précédents.

Il nous reste donc une inconnue K_c , on propose de réaliser un nouvel essai en rajoutant une charge résistante connue $C_r(t) = C_3 = 10^{-3}$ Nm afin d'obtenir un point de mesure où $i(t \rightarrow \infty) \neq 0$.

L'équation (5) en régime permanent se réécrit alors : $K_e i_3 - C_3 = 0$

$$\Rightarrow K_e = C_3 / i_3 \approx 2.2 \times 10^{-2} \text{ Nm/A.}$$



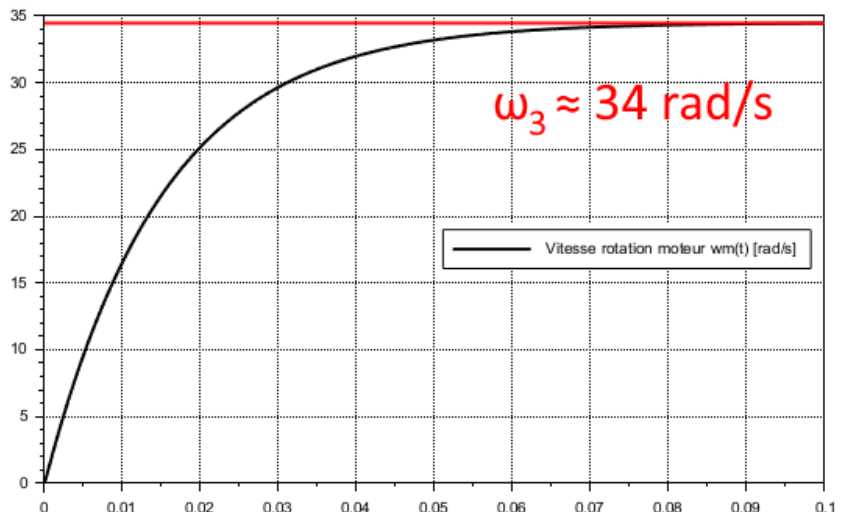
Q 17. En appliquant la même méthodologie en partant de l'équation (1), déterminer les valeurs numériques de K_e et R pour notre MCC.

Avec les mêmes mesures (u_1, i_1, ω_1) et $(u_3, i_3, \omega_3, C_3)$, avec $u_1 = u_3 = 1$ Volt, on obtient le système suivant :

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} u_1 = K_e \omega_1 + R i_1 \\ u_3 = K_e \omega_3 + R i_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} K_e = \omega_1 / u_1 \\ R = (u_3 - K_e \omega_3) / i_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} K_e \approx 2.2 \times 10^{-2} \text{ V.s/rad} \\ R \approx 5.6 \Omega \end{cases}$$



Il ne nous reste plus qu'à déterminer L et J . Pour cela, on se propose de déterminer la pulsation propre et le coefficient d'amortissement de la MCC à partir de ses diagrammes de Bode.

Q 18. Mettre la fonction de transfert $H_\Omega(p)$ régissant le comportement de la MCC sous sa forme canonique :

$$H_\Omega(p) = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}. \text{ Exprimer } K, \xi \text{ et } \omega_0 \text{ en fonction des paramètres caractéristiques du moteur.}$$

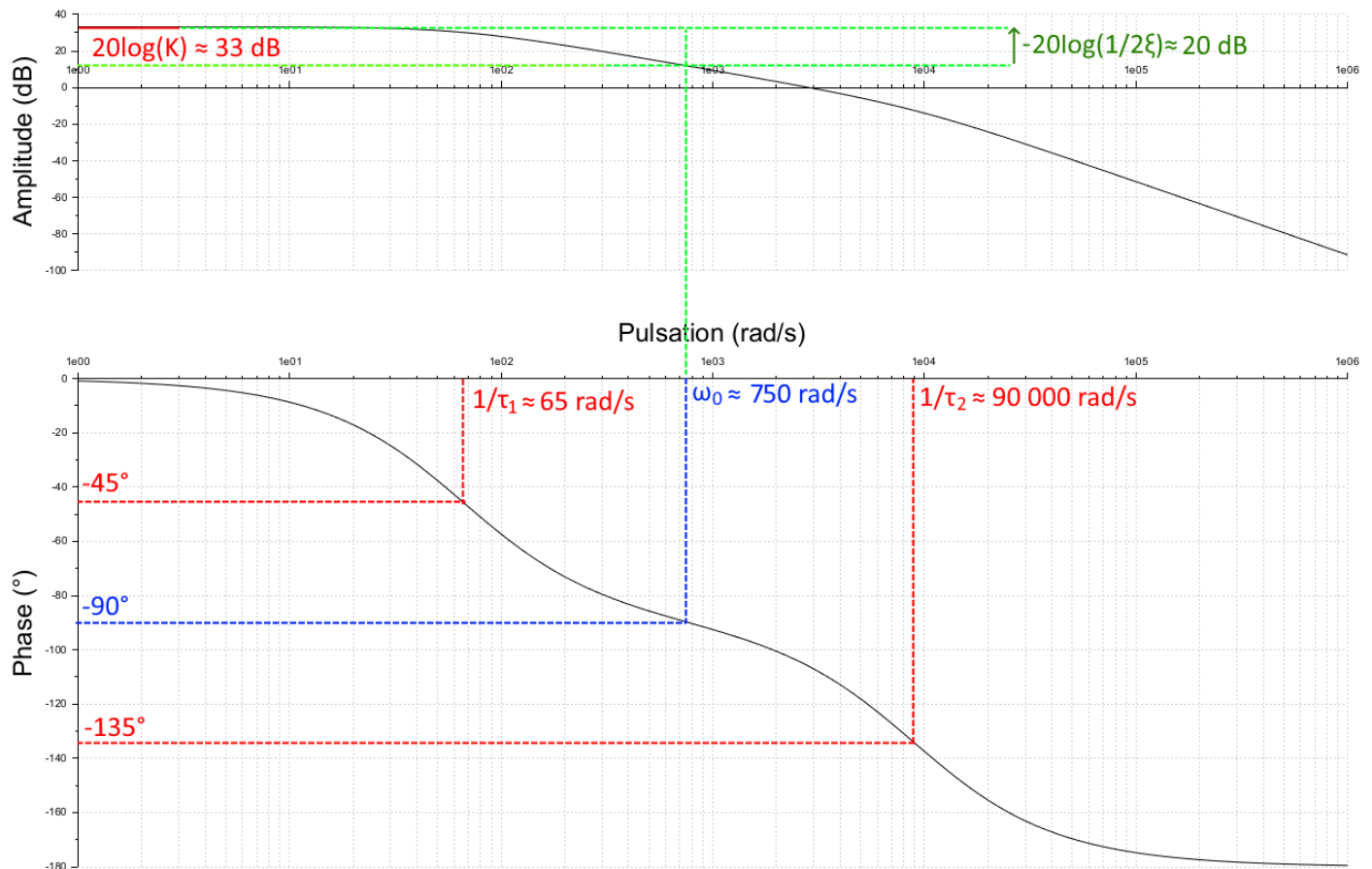
$$H_\Omega(p) = \frac{K_c}{K_e K_c + Rf + (RJ + Lf)p + LJp^2} = \frac{\frac{K_c}{K_e K_c + Rf}}{1 + \frac{RJ + Lf}{K_e K_c + Rf} p + \frac{LJ}{K_e K_c + Rf} p^2} = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

$$f = 0 \Rightarrow K = \frac{1}{K_e}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{K_e K_c}{LJ}} \quad \text{et} \quad \xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{J}{LK_e K_c}}$$

Q 19. Par lecture directe du diagramme de Bode en gain de $H_{\Omega}(p)$, déterminer une valeur numérique pour K et vérifier sa cohérence par rapport à la valeur déterminée pour K_e .

Par mesure directe sur le diagramme de Bode en gain, on mesure l'asymptote horizontale pour $\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1$: $20 \log(K) \approx 33 \text{ dB} \implies K = \frac{1}{K_e} \approx 10^{33/20} = 44.67 \text{ V}^{-1} \text{ rad/s}$. Cette valeur est cohérente avec la valeur numérique trouvée précédemment pour $K_e \approx 2.2 \times 10^{-2} \approx 10^{-33/20}$.

Q 20. En appliquant la méthode de votre choix, déterminer les valeurs numériques de ω_0 et ξ . En déduire des valeurs numériques pour L et J .



On mesure la pulsation ω_0 tel que $\varphi(\omega_0) = -90^\circ \implies \omega_0 \approx 750 \text{ rad/s}$ puis $G_{dB}(\omega_0) = 20 \log(K/2\xi) \implies \xi \approx 5$

On peut alors en déduire des valeurs (à la précision des mesures près) de L et J :

$$\omega_0 \xi = \frac{R}{2L} \implies L = \frac{R}{2\omega_0 \xi} \approx 750 \mu\text{H} \quad \text{puis} \quad J = \frac{K_e K_c}{L\omega_0^2} \approx 1.1 \times 10^{-6} \text{ kg.m}^2$$

Q 21. Conclure sur la version du servo-moteur qui a été achetée en comparant vos valeurs mesurées avec celles données par la documentation technique. On précise que « rpm » signifie « rotation per minute » soit tr/min.

Il reste juste à convertir les unités des valeurs numériques données dans la documentation technique pour K_e , K_c , R , L et J pour identifier quel servo-moteur a été acheté :

$$\text{rpm} = \text{tr/min} = 2\pi/60 \text{ rad/s} \quad \mu\text{H} = 10^{-6} \text{ H} \quad \text{g.cm}^2 = 10^{-3} \text{ kg.}10^{-4} \text{ m}^2 = 10^{-7} \text{ kg.m}^2$$

- $R \approx 5.6 \Omega \implies$ version 012C la plus proche ($R = 5.3\Omega$)
- $K_c \approx 22 \times 10^{-3} \text{ Nm/A} \implies$ version 012C la plus proche ($K_c = 22 \times 10^{-3} \text{ Nm/A}$)
- $K_e \approx 22 \times 10^{-3} \text{ V.s/rad} \implies$ version 012C la plus proche ($K_e = 22 \times 10^{-3} \text{ V.s/rad}$)
- $L \approx 750 \mu\text{H} \implies$ version 012C la plus proche ($L = 580 \mu\text{H}$)
- $J \approx 11 \times 10^{-7} \text{ kg.m}^2 \implies$ version 012,24,28,36C les plus proches ($J = 14 \times 10^{-7} \text{ kg.m}^2$)

Conclusion : Le servo-moteur utilisé pour notre asservissement en position est le 2842 012C. On utilise pour la suite du TP les valeurs numériques fournies par la documentation technique qui sont plus précises que celles obtenues par nos propres mesures.

Q 22. Afin de valider le modèle de la MCC que vous venez d’identifier, reproduisez sous Scilab le schéma-blocs de la Q2 et comparer la réponse simulée de votre modèle avec celle donnée par la MCC pour une même entrée en échelon.

DC-Micromotors

Graphite Commutation



Serie 2842 ... C

	2842 S	006 C	012 C	024 C	028 C	036 C	
1 Nominal voltage	U_N	6	12	24	28	36	Volt
2 Terminal resistance	R	1,6	5,3	21,0	28,5	46,0	Ω
3 Output power	$P_2 \text{ max.}$	5,33	6,50	6,56	6,57	6,74	W
4 Efficiency	$\eta \text{ max.}$	72	74	74	74	74	%
5 No-load speed	n_o	5 100	5 100	5 000	5 100	5 200	rpm
6 No-load current (with shaft \varnothing 0.12 in)	I_o	0,100	0,050	0,025	0,022	0,017	A
7 Stall torque	M_H	39,9	48,6	50,1	49,3	49,5	mNm
8 Friction torque	M_R	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	mNm
9 Speed constant	k_n	873	435	213	186	148	rpm/V
10 Back-EMF constant	k_E	1,150	2,300	4,700	5,370	6,770	mV/rpm
11 Torque constant	k_M	10,90	22,00	44,80	51,30	64,70	mNm/A
12 Current constant	k_I	0,091	0,046	0,022	0,020	0,015	A/mNm
13 Slope of n-M curve	$\Delta n/\Delta M$	128	105	99,8	103	105	rpm/mNm
14 Rotor inductance	L	145	580	2 500	3 200	5 000	μH
15 Mechanical time constant	τ_m	13	15	15	15	15	ms
16 Rotor inertia	J	9,7	14,0	14,0	14,0	14,0	gcm^2
17 Angular acceleration	$\alpha_{\text{max.}}$	41	36	35	36	36	$\cdot 10^3 \text{ rad/s}^2$

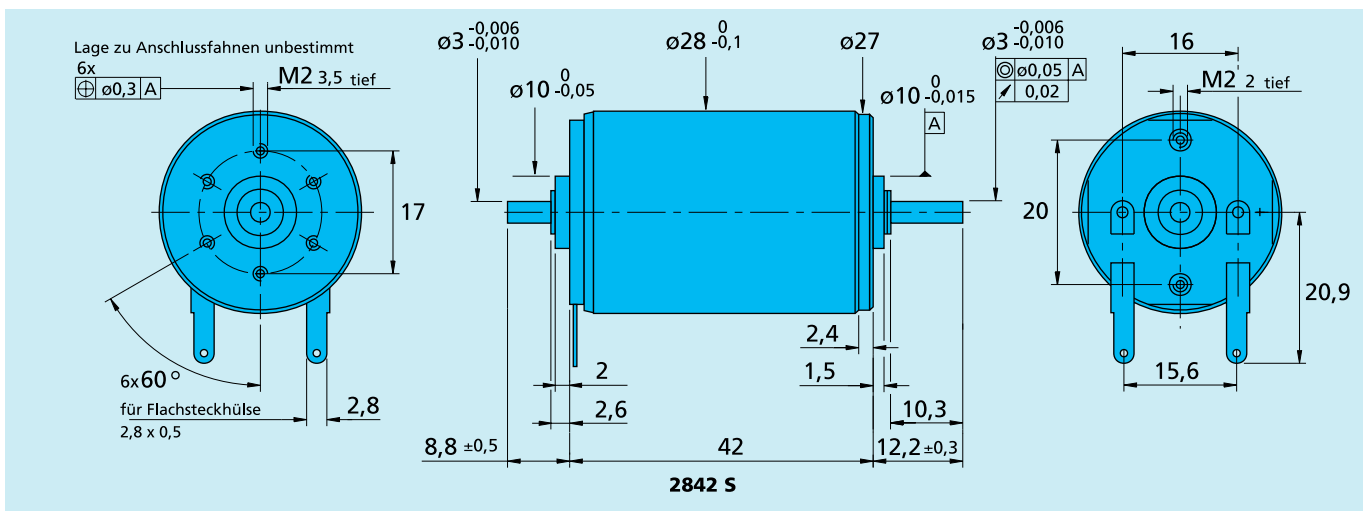


FIGURE 4 – Documentation technique des micro-moteurs de la série 2842 xxx C.

5 Optimisation des performances de l'asservissement

On va maintenant utiliser le modèle que l'on a identifié de la MCC afin de pouvoir optimiser les performances de notre asservissement en position en choisissant un correcteur adapté.

Pour faire cela, on se propose réaliser un asservissement en « cascade » en réglant dans un premier temps la boucle de vitesse afin qu'elle soit rapide, précise et peu sensible aux perturbations. Cela a plusieurs intérêts pratiques :

- Les perturbations (e.g. frottements, variations de charge) affectent d'abord la vitesse avant d'impacter la position. Ainsi, une boucle de vitesse rapide permet de rejeter ces perturbations avant qu'elles n'aient un impact significatif sur la position.
- Cela évite d'avoir à gérer simultanément les dynamiques électriques (liées à la vitesse) et mécaniques (liées à la position). Une boucle de vitesse rapide et stable permet de "découpler" les dynamiques : la boucle de position peut alors être réglée indépendamment. On simplifie donc le réglage de la boucle de position, qui peut autrement être complexe.
- En effet, si la boucle de vitesse est lente ou mal réglée, la boucle de position ne pourra pas compenser efficacement les erreurs, ce qui entraînera des retards, des dépassements ou des oscillations.

5.1 Réglage de la boucle de vitesse

Ouvrez le fichier `Reglage_boucle_vitesse.zcos`. Quelque soient les valeurs numériques des paramètres physiques modélisant la MCC que vous avez identifié, on conservera pour la suite du TP celles qui ont été définies dans le contexte.

En accord avec le fonctionnement du hacheur, celui-ci a été modélisé par un gain proportionnel $V_s = 12$ Volts. On considère que les fonctions de transfert de l'IHM et de l'ensemble {capteur de position + CAN} valent $K_{IHM} = \pi/180$ afin de convertir la consigne d'angle de degrés à radians et $K_{capt} = 1$ (mesure de l'angle $\theta_m(t)$ naturellement en radians). Le réducteur choisit réduit la vitesse de rotation du moteur d'un facteur 30.

Afin d'obtenir une boucle de vitesse précise et rejetant les perturbations, on choisit un correcteur PI, à action proportionnelle-intégrale : $C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$.

Q 23. Par lecture directe du diagramme de Bode en phase de la MCC obtenu à la Q18, justifier que la fonction de transfert se factorise en $H_\Omega(p) = \frac{K}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$. Donner les valeurs numériques de τ_1 et τ_2 .

Q 24. Quel est le pôle dominant de la MCC ?

On se propose de régler le correcteur PI par « compensation de pôle », c'est-à-dire que l'on va compenser le pôle dominant de $H_\Omega(p)$ avec le terme $1 + T_i p$ au numérateur de $C(p)$. On améliore ainsi la rapidité de la boucle de vitesse en compensant la dynamique la plus lente de la MCC.

Q 25. Choisir la valeur de T_i afin de compenser la pôle dominant de la MCC.

Il reste alors à régler le gain K_p de l'action proportionnelle. On le choisit de manière à obtenir une réponse rapide avec des faibles dépassements. On admet que $K_p = 0.13$ permet de répondre à ces attentes.

Q 26. Tracer la réponse indicielle avec le correcteur PI réglé et mesurer les performances en terme de rapidité, précision et valeur du premier dépassement relatif de l'asservissement de la boucle de vitesse.

5.2 Réglage de la boucle de position

Ouvrez le fichier `Reglage_boucle_position.zcos`. Quelque soient les valeurs numériques des paramètres du correcteur PI que vous avez identifié, on conservera pour la suite du TP celles qui ont été définies dans le contexte.

Grâce au réglage préalable de la boucle de vitesse, un simple correcteur proportionnel $C(p) = K_i$ permet d'atteindre les performances fixées par le CdCf suivant pour l'asservissement en position du servo-moteur :

Asservir le servo-moteur en position	Stabilité	Stable et aucun dépassement.
	Précision	Erreur nulle pour une entrée en échelon
	Rapidité	$t_{5\%} < 0,01$ s

On note ω_{0dB} la pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO. C'est la pulsation pour laquelle la FTBO a un gain unitaire, ou autrement dit : $20 \log(|H_{BO}(j\omega_{0dB})|) = 0$ dB. On peut montrer que cette pulsation est liée à la rapidité de l'asservissement en position du système.

Q 27. En augmentant le gain du correcteur $K_i = 1, 100, 500, 1000$, commenter l'influence de K_i sur la rapidité et la stabilité du système ?

Q 28. Déterminer expérimentalement la valeur de K_i qui permet d'obtenir une pulsation $\omega_{0dB} = 500$ rad/s.

Q 29. Pour ce réglage du correcteur, le servo-moteur asservi est-il stable ?

Q 30. Pour ce réglage du correcteur, montrer expérimentalement que le cahier des charges est validé.

6 Limites de l'hypothèse de linéarité du notre modèle

Ouvrez le fichier `Non_linearite_Servomoteur.zcos`. Quelque soient les valeurs numériques des paramètres des correcteur que vous avez identifié, on conservera pour la suite du TP celles qui ont été définies dans le contexte.

Dans ce fichier a été reproduit l'asservissement en position du servo-moteur en utilisant, d'une part, la MCC « réelle », et d'autre part, son modèle identifié précédemment. Cela va nous permettre de confronter l'asservissement réalisé « en pratique » avec son jumeau numérique.

En comparant différentes grandeurs physiques mesurables (angle, vitesse, tension et courant) sur le moteur, on se propose d'analyser les limites de l'hypothèse de linéarité du modèle de la MCC.

6.1 Prise en compte des frottements statiques de la MCC

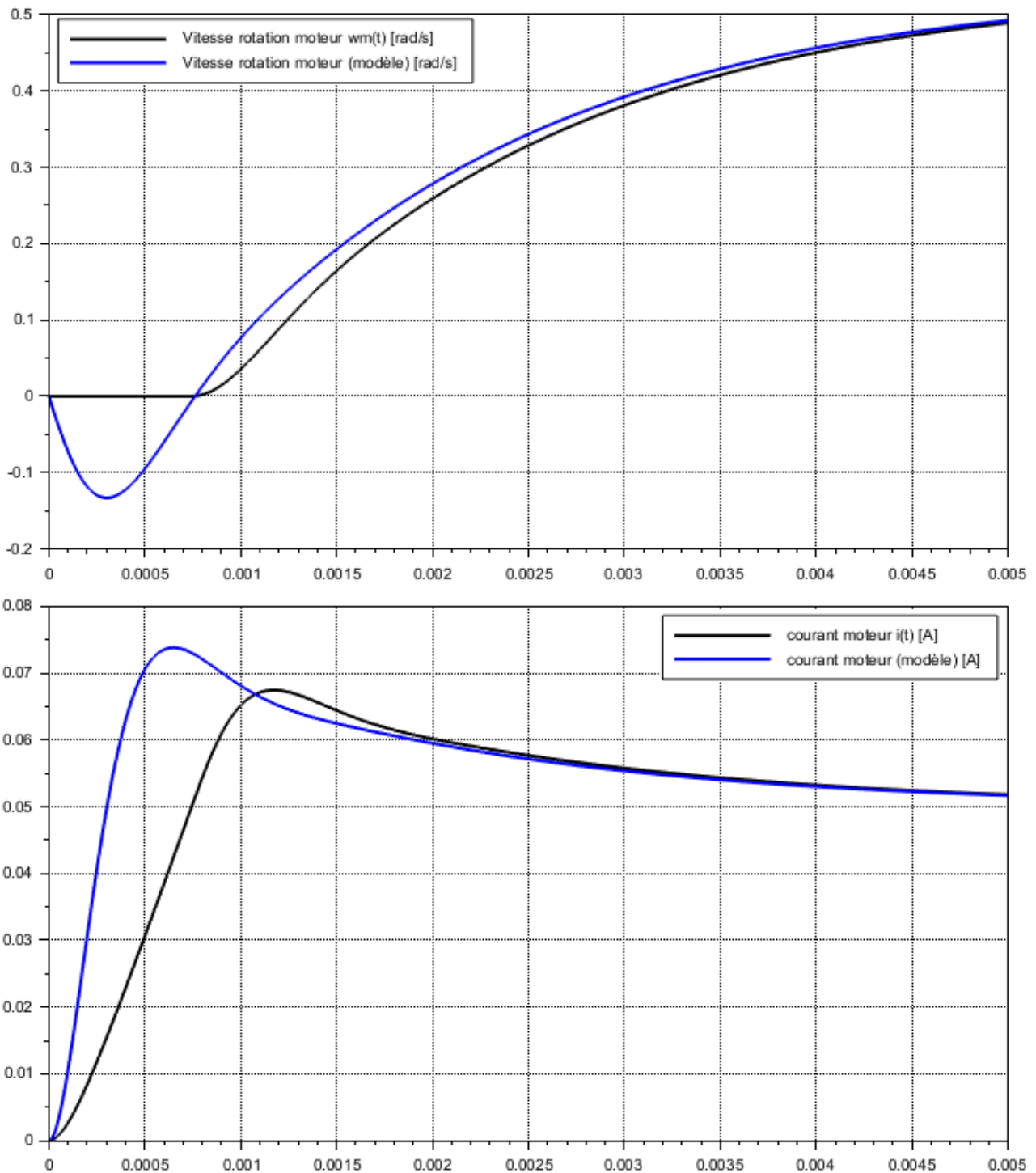
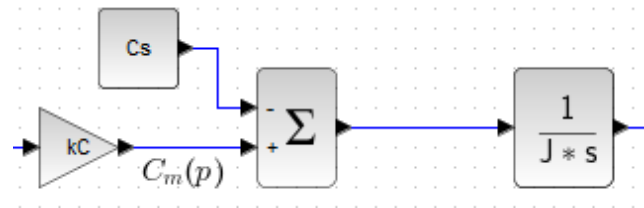
En pratique, il existe différentes sources de frottements statiques dans une MCC. Ces frottements proviennent principalement des frottements secs entre les pièces mécaniques de la MCC (e.g. balais sur le collecteur). Ces frottements statiques créent un couple résistant que le couple moteur doit vaincre au démarrage sans quoi la MCC reste bloquée ($\omega_m = 0$).

Q 31. Pour une consigne en trapèze d'amplitude unitaire, déterminer, en analysant la vitesse de rotation du moteur « réel », l'instant t_d pour lequel le couple moteur $c_m(t_d) = K_c i(t_d)$ vainc le couple résistant lié aux frottements statiques. N'hésitez pas à réduire le temps de simulation afin d'obtenir une mesure précise de t_d .

Q 32. On note c_s le couple résistant lié aux frottements statiques. Comment est modifiée l'équation (5) afin de prendre en compte c_s ? En déduire une valeur numérique pour c_s . On rappelle que le servo-moteur fonctionne toujours à vide, c'est-à-dire : $c_r(t) = 0$.

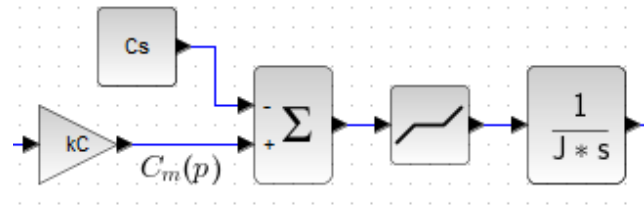
On se propose de modifier le schéma-blocs modélisant la MCC afin de prendre en compte c_s . Dans un premier temps, afin de conserver un modèle linéaire, on choisit de modéliser ce couple résistant comme une perturbation s'appliquant sur le moteur.

En nous inspirant du schéma-blocs de la MCC perturbée (Q2), on réalise la modification suivante du schéma-blocs du modèle de la MCC afin de prendre en compte c_s . On lance alors une simulation afin de valider ce nouveau modèle.



Q 33. Comparer la vitesse de rotation de la MCC simulée et « réelle » aux instants initiaux et finaux. Pourquoi la vitesse simulée est-elle négative aux instants initiaux ?

Afin de corriger l'écart identifié à la question précédente entre le système « réel » et son jumeau numérique, on ajoute une non-linéarité afin de modéliser le blocage de la MCC tant que le couple moteur ne compense pas le couple résistant. On rajoute pour cela un bloc DEADBAND (ou bande-morte en français) de la palette CPGE/Non-linéarité.



Ce bloc maintient sa sortie $s(t)$ à zéro tant que son entrée $e(t)$ n'est pas supérieure ou inférieure à deux valeurs seuils e_{min} et e_{max} à préciser. Hors de la bande morte, ce bloc a un comportement linéaire : $s(t) = e(t) - e_{max}$ pour $e(t) > e_{max}$ et $s(t) = e(t) - e_{min}$ pour $e(t) < e_{min}$.

Q 34. Justifier qu'en première approximation, lorsque l'on s'assure que le moteur ne tourne que dans le sens positif, c'est-à-dire : $\forall t, \omega_m(t) \geq 0$, choisir $e_{min} = -c_s$ et $e_{max} = 0$ permet de prendre en compte les frottements statiques.

Q 35. Reproduire les modifications du modèle de la MCC et valider cette modélisation non-linéaire des frottements statiques. *Quelque soit la valeur mesurée pour le couple résistant, on prendra $c_s = 1.1 \times 10^{-3} \text{ Nm}$.*

6.2 Prise en compte de la saturation de la tension délivrée par le hacheur

Q 36. Pour une consigne en trapèze d'amplitude 180° , quelle est la valeur maximale de la tension appliquée aux bornes d'entrée du moteur « en pratique » ?

Q 37. Au regard du fonctionnement du hacheur, comment interprétez-vous la différence entre la tension « réellement » appliquée aux bornes du moteur et la tension simulée ?

Q 38. Proposer une amélioration du modèle du hacheur afin de prendre en compte cette non-linéarité. Valider votre nouveau modèle par une simulation.

6.3 Performances réelles de l'asservissement en position

Ouvrez le fichier `Comparaison_modeles_L_NL.zcos`. On se propose de faire la comparaison entre les performances du modèle linéaire (L) de notre boucle de position pour laquelle on a réglé nos correcteurs afin de respecter les critères du CdCf et les performances du modèle non-linéaire (NL), plus proche du comportement réel de l'asservissement en position du servo-moteur.

Q 39. Pour un échelon $\theta_c(t) = \theta_0 u(t)$ avec $\theta_0 = 180^\circ$, mesurer les performances de la boucle de position « réelle » telle qu'elle est modélisée en tenant compte des non-linéarités. Le cahier des charges de l'asservissement en position est-il vérifié ?

Q 40. Décrire qualitativement l'influence de ces non-linéarités sur la rapidité, la précision et la stabilité du système asservi.

La démarche qui vient d'être appliquée est un exemple typique de la « **démarche de l'ingénieur** » : Modéliser un système complexe (pré-actionneur : hacheur + actionneur : MCC) en améliorant progressivement la finesse de la modélisation (ici en ajoutant des non-linéarités tenant compte des frottements secs et de la saturation) pour représenter au mieux le réel. Il faudrait maintenant modifier la correction proposée sur le modèle linéaire afin d'atteindre les performances visées par le CdCf sur le système « réel ». Bien que les méthodes théoriques et pratiques de réglage de correcteur dans le cas d'un système non-linéaire dépassent le cadre de la CPGE, il est néanmoins intéressant d'avoir en tête l'impact que ces non-linéarités peuvent avoir sur les performances théoriques de nos SLCI.