

D_5 : Robot de chirurgie avec retour de force (1)

P1)

$$V_{4/p} = \left. \begin{matrix} w_{x4p} & 0 \\ w_{y4p} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\} A (\vec{n}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$$

0.25 pts

d'après les mobilités R_{x4p} et R_{y4p}

$$V_{3/4} = \left. \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ w_{z34} & v_{z34} \end{matrix} \right\} A (\vec{n}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$$

0.25 pts

d'après les mobilités R_{z34} et T_{z34}

↳ On identifie :

$\alpha_{4/p}$ = liaison sphérique à doigt de centre A, bloquée en \vec{z}_4

0.25 pts

et $\alpha_{3/4}$ = liaison pivot glissante d'axe (A, \vec{z}_4)

0.25 pts

P2)

Par composition des vitesses : $V_{3/p} = V_{3/4} + V_{4/p}$

$$\Rightarrow V_{3/p} = \left. \begin{matrix} w_{x4p} & 0 \\ w_{y4p} & 0 \\ w_{z34} & v_{z34} \end{matrix} \right\} A (\vec{n}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$$

0.25 pts

0.25 pts

0.5 pts

↳ on reconnaît une liaison sphère-cylindre de centre A et direction \vec{z}_4

P3)

$$V_{1/0} = \left. \begin{matrix} \dot{\theta}_1 \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\} A$$

0.33 pts

$$V_{2/1} = \left. \begin{matrix} \dot{\theta}_2 \vec{z}_2 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\} A$$

0.33 pts

$$V_{3/2} = \left. \begin{matrix} \dot{\theta}_3 \vec{z}_3 \\ \dot{z}_{32} \vec{z}_3 \end{matrix} \right\} A$$

0.33 pts

Q4) Par composition des vitesses : $V_{3/0} = V_{3/2} + V_{2/1} + V_{1/0}$

0.5 pts

$$\Rightarrow V_{3/0} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}_1 \vec{z}_1 + \dot{\theta}_2 \vec{z}_2 + \dot{\theta}_3 \vec{z}_3 \\ \dot{z}_{32} \vec{z}_3 \end{array} \right\}$$

0.5 pts

A

Q5)

$$\vec{z}_1 = \begin{array}{l} -\sin(\alpha) \\ 0 \\ \cos(\alpha) \end{array} \quad B'_1$$

0.2 pts

$$= \begin{array}{l} -\cos(\theta_2) \sin(\alpha) \\ \sin(\theta_2) \sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \end{array} \quad B_2$$

0.2 pts

$$= \begin{array}{l} -\cos(\alpha) \sin(\alpha) (1 + \cos(\theta_2)) \\ \sin(\theta_2) \sin(\alpha) \\ \cos^2(\alpha) - \cos(\theta_2) \sin^2(\alpha) \end{array} \quad B'_2$$

0.2 pts

$$\Rightarrow \vec{z}_1 = \begin{array}{l} -\cos(\alpha) \sin(\alpha) (1 + \cos(\theta_2)) \cos(\theta_3) + \sin(\theta_2) \sin(\alpha) \sin(\theta_3) \\ \cos(\alpha) \sin(\alpha) (1 + \cos(\theta_2)) \sin(\theta_3) + \sin(\theta_2) \sin(\alpha) \cos(\theta_3) \\ \cos^2(\alpha) - \cos(\theta_2) \sin^2(\alpha) \end{array} \quad B_3$$

0.2 pts

De même, on montre :

0.2 pts

$$\vec{z}_2 = \begin{array}{l} -\sin(\alpha) \cos(\theta_3) \\ \sin(\alpha) \sin(\theta_3) \\ \cos(\alpha) \end{array} \quad B_3$$

Remarque :

Puisque le résultat est explicitement donné dans

Q6)

Pour une commande du chirurgien tel que :

$$V_{3/0} = \begin{array}{l} 0 \\ \dot{\psi} \\ 0 \\ 0 \\ \dot{\lambda} \end{array} \quad B_3 = \begin{array}{l} -0,733 \dot{\theta}_1 - 0,5 \dot{\theta}_2 \\ 0,354 \dot{\theta}_1 \\ 0,573 \dot{\theta}_1 + 0,866 \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \\ \dot{z}_{32} \end{array} \quad B_3$$

0.25 pts

$$\Leftrightarrow \dot{\theta}_1 = \dot{\psi} / 0,354 \quad \text{et} \quad \dot{z}_{32} = \dot{\lambda} \quad 0.25 \text{ pts}$$

$$\dot{\theta}_2 = -\frac{0,733}{0,5} \dot{\theta}_1 = -\dot{\psi} \frac{0,733}{0,5 \times 0,354} \quad 0.25 \text{ pts}$$

0.25 pts

$$\dot{\theta}_3 = -0,573 \dot{\theta}_1 - 0,866 \dot{\theta}_2 = \dot{\psi} \left(-\frac{0,573}{0,354} + \frac{0,733 \times 0,866}{0,5 \times 0,354} \right)$$

l'écriture du torseur $V_{3/0}$ fourni à la ligne d'après \Rightarrow obliger de détailler, au moins \vec{z}_1 , pour avoir les points ! Une fois calcul de \vec{z}_1 détaillé, on peut gagner du temps en

demandant direct \vec{z}_2 que l'on a "intelligemment"

identifié dans le torseur $V_{3/0}$

On a donc bien une unique solution de commande pour les quatre axes.

(2)

97) Pour $\theta_2 = \pi$ et $\theta_3 = 0$, on a donc :

$${}_{3/0}V = {}_A \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\psi} \\ 0 \end{Bmatrix} {}_{B_3} = {}_A \begin{Bmatrix} -\sin(\alpha) \dot{\theta}_2 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 + \alpha(\alpha) \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{Bmatrix} {}_{B_3}$$

0.5 pts

On obtient $\dot{\psi} = 0$, incohérent puisque $\dot{\psi}$ est la vitesse de rotation selon \vec{y}_3 imposée par le chirurgien \Rightarrow robot non commandable

0.25 pts

0.25 pts

98) En notant $\begin{cases} x(t) & \text{la position de l'extrémité de l'outil} \\ x_c(t) & \text{la consigne de position de l'extrémité de l'outil.} \end{cases}$

Alors, erreur dynamique de moins de 1% signifie :

$$\forall t > 0, \varepsilon(t) = \frac{x_c(t) - x(t)}{x_c(\infty) - x_c(0)} < \frac{1}{100}$$

amplitude de variation demandée par la consigne afin d'exprimer en %.

0.75 pts

\hookrightarrow c'est bien évidemment plus stricte que d'imposer une erreur statique de moins de 1% puisque :

0.25 pts

$$\text{erreur statique } \varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t)$$

Q9) Rappel : $\Theta_1(t) = \int_0^t \dot{\Theta}_1(\tau) d\tau \rightarrow \Theta_{1,\max} = \Theta_1(t_3)$
 est l'aire sous la courbe de $\dot{\Theta}_1(t)$ entre 0 et t_3

Par lecture de l'aire sous la courbe de $\dot{\Theta}_1$ entre 0 et t_3 : **1 pt**

$$\Theta_{1,\max} = \frac{1}{2} \dot{\Theta}_{1,\max} t_1 + \dot{\Theta}_{1,\max} (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \dot{\Theta}_{1,\max} (t_3 - t_2)$$

Q10) Par symétrie du profil de trapèze de vitesse :

\Rightarrow Phase 1 a la même durée que la phase 3
 (Remarque : Et donc, accélération / décélération sont les "même" pendant ces phases)

$$\Rightarrow t_3 - t_2 = t_1 \quad \text{0.5 pts}$$

De même, accélération pendant la phase 1 :
 (constante car $\dot{\Theta}_1(t)$ affine)

$$\ddot{\Theta}_1 = \frac{\dot{\Theta}_{1,\max}}{t_1} \quad \text{0.5 pts}$$

Q11) On déduit de la relation précédente que : $t_1 = \frac{\dot{\Theta}_{1,\max}}{\ddot{\Theta}_1}$

$$\begin{aligned} \text{On, d'après Q9) } \Theta_{1,\max} &= \dot{\Theta}_{1,\max} (t_3 - t_1) \\ &= \dot{\Theta}_{1,\max} t_3 - \frac{\dot{\Theta}_{1,\max}^2}{\ddot{\Theta}_1} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\Theta}_1 = - \frac{\dot{\Theta}_{1,\max}^2}{\Theta_{1,\max} - \dot{\Theta}_{1,\max} t_3} \quad \text{1 pt}$$

Q12) Pour faire demi-tour : $\Theta_{1,\max} = \pi \text{ rad}$ en $t_3 = 1 \text{ s}$ **1 pt**

$$\text{avec } \dot{\Theta}_{1,\max} = 2\pi \text{ rad/s} \Rightarrow \ddot{\Theta}_1 = 4\pi \approx 12,56 \text{ rad/s}^2$$

Q13) Roulement sans glissement en L entre m et j (3)

$$\sqrt{L} e_{m/j} = \vec{0} = \sqrt{L} e_{m/o} - \sqrt{L} e_{j/o} \quad 0.5 \text{ pts}$$

composition des vitesses

On $\sqrt{L} e_{m/o} = \sqrt{0} e_{m/o} + \vec{L} \dot{\theta}_m \vec{z}_0 = -R_m \vec{n}_0 \wedge \dot{\theta}_m \vec{z}_0$
 $\vec{0} \in \text{axe de rotation } (0, \vec{z}_0)$ 0.25 pts $R_m \dot{\theta}_m \vec{y}_0$

Et, $\sqrt{L} e_{j/o} = \sqrt{c} e_{j/o} + \vec{L} \dot{\theta}_j \vec{z}_0 = -R_j \dot{\theta}_j \vec{y}_0$ 0.25 pts

D'où $R_m \dot{\theta}_m = -R_j \dot{\theta}_j$ ce qui démontre la formule demandée

Remarque: c'est la démonstration de la relation fondamentale des engrenages extérieurs

Q14) Roulement sans glissement au point K entre 1 et j

$$\sqrt{K} e_{1/j} = \vec{0} = \sqrt{K} e_{1/o} - \sqrt{K} e_{j/o} \quad 0.5 \text{ pts}$$

0.25 pts avec $\vec{K} \vec{c} = -R_j \vec{n}_0$ et $\vec{K} \vec{O} = -R_1 \vec{n}_0$ 0.25 pts

\Rightarrow comme précédemment $-R_1 \dot{\theta}_1 = -R_j \dot{\theta}_j$ ce qui démontre la formule demandée

Remarque: Pareil, c'est la demo de la relation fondamentale des engrenages intérieurs

Q15) On voit sur le schéma cinématique $R_1 = R_m + 2 R_j$ 0.5 pts

$\Rightarrow \frac{\dot{\theta}_1}{\dot{\theta}_m} = \frac{\dot{\theta}_1}{\dot{\theta}_j} \times \frac{\dot{\theta}_j}{\dot{\theta}_m} = -\frac{R_m}{R_1} = -\frac{R_m}{R_m + 2R_j} = -\frac{Z_m}{Z_m + 2Z_j}$ 0.5 pts

Q16) Puisque l'on veut $\dot{\theta}_{1,max} = 2\pi \text{ rad/s}$

$$\Rightarrow |\dot{\theta}_{m,max}| = \left(1 + 2 \frac{Z_j}{Z_m}\right) \dot{\theta}_{1,max}$$

$$= 10\pi \text{ rad/s}$$

$$= 10\pi \times \frac{60}{2\pi} \text{ tr/min}$$

$$= \boxed{300 \text{ tr/min}} \quad \begin{matrix} 0.3 \text{ pts} & 0.5 \text{ pts} \end{matrix}$$

ce qui est inférieur à la vitesse nominale du

moteur \Rightarrow choix pertinent quant au demi-tour FHA-14C 0.2 pts que l'on souhaite réaliser.

Q17) On lit sur le graphique: $E_{max} \approx 0,4 \text{ rad/s}$ 0.25 pts

pour une conique $\dot{\theta}_{1c}(t) = \frac{\dot{\theta}_{1,max}}{t_1} t$ en rampe

\Rightarrow variation d'amplitude demandée lors de cette 1^{ère} phase

$$\text{est } \dot{\theta}_{1c}(t_1) - \dot{\theta}_{1c}(0) = \dot{\theta}_{1,max}$$

\Rightarrow En pourcentage, l'erreur dynamique 0.6 pts

maximale vaut: $E_{max, \%} \approx \frac{0,4}{2\pi} \approx \frac{9,1}{1,57} > \frac{1}{100}$

\Rightarrow l'exigence "1.3" n'est donc pas vérifiée!

Q18) de remplacement du moteur réducteur M_1 lourd par 0.15 pts des solutions plus légères permet de diminuer la masse totale à déplacer en rotation par M_1 . cela revient

0.15 pts

donc à **diminuer l'inertie** équivalente "Jeq" ramené à **4**

0.2 pts

Double moteur de M_1 et donc, **diminuer T_m** , sa constante de temps mécanique, qui représente la dynamique "bute" du moteur (en comparaison à sa dynamique électrique)

Conclusion : $\dot{\theta}_1(t)$ suivra **0.25 pts** mieux

la consigne $\dot{\theta}_{1c}(t)$ diminuant

par conséquent E_{max} ! \rightarrow \int réponse ordre 1 $\frac{K}{1+T_m p}$ à une rampe

\hookrightarrow \int notion de pôle dominant

\hookrightarrow Bien évidemment, comme le stator du moteur M_1 est **fixe** lors du demi-tour, il n'influence pas T_m et donc pas non plus élément dynamique !

0.25 pts

Q19) D'après le schéma bloc, la vitesse de translation a le même signe que le pas de la vis **0.5 pts**

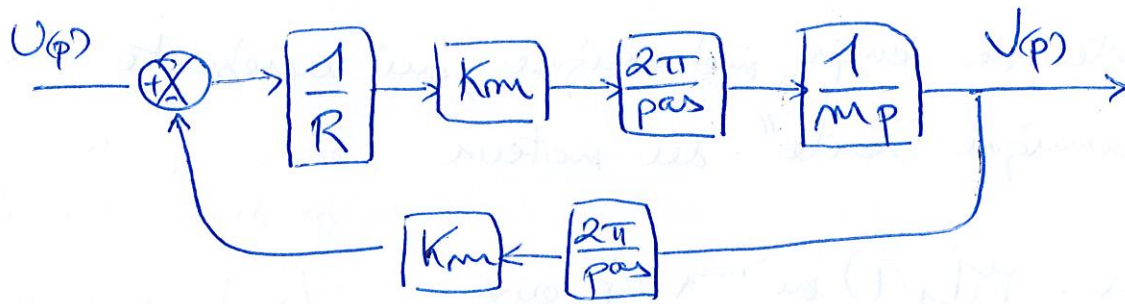
\Rightarrow elle a donc **une hélice à droite** **0.5 pts**

Q20) Le schéma-blocs où $F_n(p)$ intervient comme perturbation représente l'asservissement de la position $Z_{32}(t)$ tel que définit précédemment. Elle correspond à la position de l'outil translatant au sein du trocart 4, sous la paroi cutanée du patient.

1 pt

\Rightarrow cette perturbation $F_n(p)$ représente **l'effort résistif** des tissus, organes, ... sur l'outil lors de l'opération

Q21) Sans perturbation, le schéma-blocs se simplifie en une boucle fermée dessinée :



$$\Rightarrow H_m(p) = \frac{V(p)}{U(p)} = \frac{K_m 2\pi / R \text{ pas } m p}{1 + (K_m 2\pi)^2 / \text{pas}^2 R m p}$$

$$= \frac{K_m 2\pi}{R \text{ pas } m p + \frac{(K_m 2\pi)^2}{\text{pas}}} = \frac{\text{pas} / K_m 2\pi \quad K_{m \text{oe}}}{1 + \frac{R (\text{pas})^2 m}{(K_m 2\pi)^2} p}$$

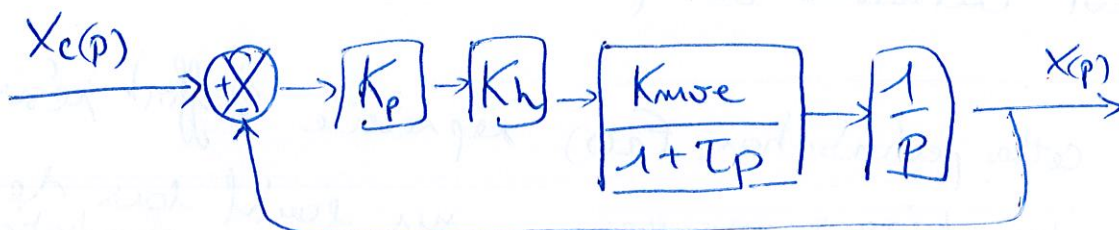
0.3 pts

0.3 pts

↳ On reconnaît un système double 1, qui modélise le { moteur + système vis-écrou } 0.4 pts

Rg: En effet moteur entraîne en rotation le wff (actionneur) le système vis-écrou (transmetteur) adaptant cette rotation en translation wff ou V(p) dans le domaine de déplacement

Q22) le schéma-blocs se simplifie donc en :



On identifie la FTBO : $H_{BO}(p) = \frac{K}{p(1+Tp)}$

5

avec $K = K_p K_h K_{mve} = \frac{K_p K_h pas}{2\pi K_m}$ 0.5 pts

et $T = \frac{R (pas)^2 m}{(2\pi K_m)^2}$ 0.5 pts

Q23) Pour un échelon unitaire, puisque la FTBO est de classe 1 \Rightarrow erreur statique est nulle, le déplacement sera donc lui-aussi unitaire en régime permanent. 0.25 pts

Mais, on ne peut pas conclure sur l'exigence 1.4 0.25 pts

↳ En effet, dans la pratique $F_r(p) \neq 0$, qui n'est d'ailleurs pas rejetée en régime permanent puisque l'intégrateur $\frac{1}{p}$ de la FTBO est en aval de la perturbation, va influencer l'erreur statique. 0.25 pts

Q24) On identifie : $K_1 = K_p K_h$ et $K_2 = \frac{K_m 2\pi pas}{pas}$ 0.5 pts

Q25) Par lecture du schéma-blocs : $F_{H1}(p) = \frac{1}{1+Tp} F_m(p)$ 0.33 pts

$$F_{H2}(p) = \frac{1}{1+Tp} (F_m(p) + F_r(p))$$
 0.33 pts

$$\Rightarrow F_H(p) = F_{H2}(p) - F_{H1}(p) = \frac{1}{1+Tp} F_r(p)$$
 0.33 pts

Q26) la constante de temps τ_c du capteur représente sa bande-passante, ^{0.5 pts} en effet, au delà de $\omega_c = \frac{1}{\tau_c}$ la puissance du signal mesuré est diminuée d'au moins un facteur 2. ^{0.25 pts}

Ainsi, si $F_n(t)$ est une somme d'harmonique $F_n \sin(\omega_n t)$
 \Rightarrow ceux pour $\omega_n > \omega_c$ seront fortement atténués et cela, d'autant plus que $\Delta\omega_n = \omega_n - \omega_c$ est grand

^{0.25 pts}
 \Rightarrow On ne peut espérer reproduire fidèlement cet effort résistant si $\tau_c \gg \tau_R \Leftrightarrow \omega_n \gg \omega_c$

Q27) Afin de réaliser un retour de force directement sur le joystick à l'aide duquel le chirurgien contrôle l'outil 3 (robot esclave), il faut

^{0.5 pts} asservir en force le "moteur de retour haptique"

pour qu'il applique un effort sur le joystick qui

suive $F_H(p)$ utilisée dans ce nouvel asservissement

comme consigne. ^{0.5 pts}