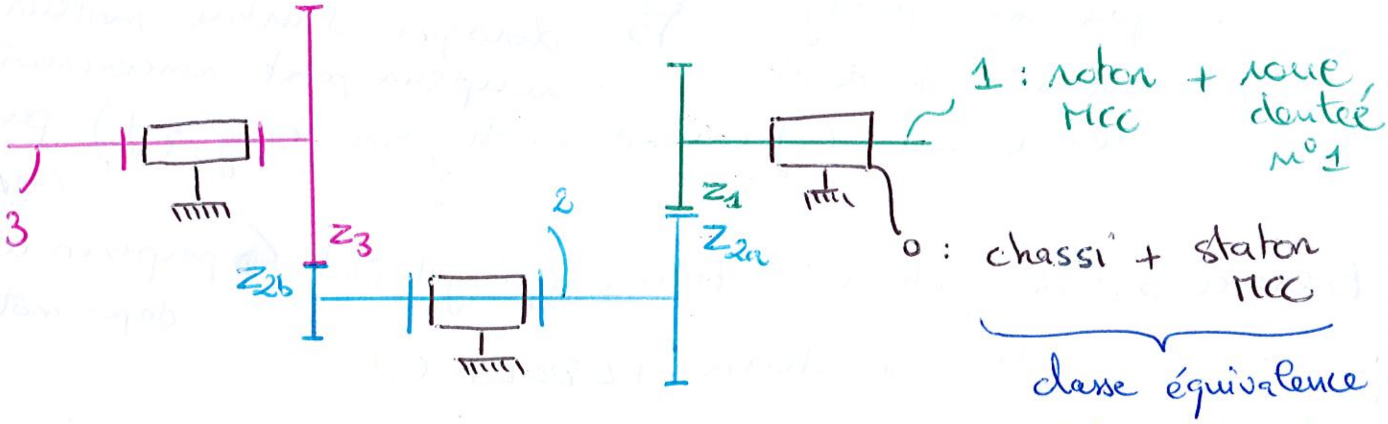
TD 9 : Transmetteurs de puissance

Exercice 1 : Moto-réducteur à train d'engrenages simple

Q1)



classe équivalence cinématique du bâti "S_0"

Q2) 2 contacts extérieurs pour ce train simple

$$\Rightarrow r = \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{2/0}} \times \frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = (-1)^2 \frac{Z_{2b}}{Z_3} \times \frac{Z_1}{Z_{2a}}$$

Q3) Puisque la roue dentée n° 1 est solidaire du rotor de la MCC → Rq : c'est la même classe d'équivalence cinématique, représentée par "S_1"

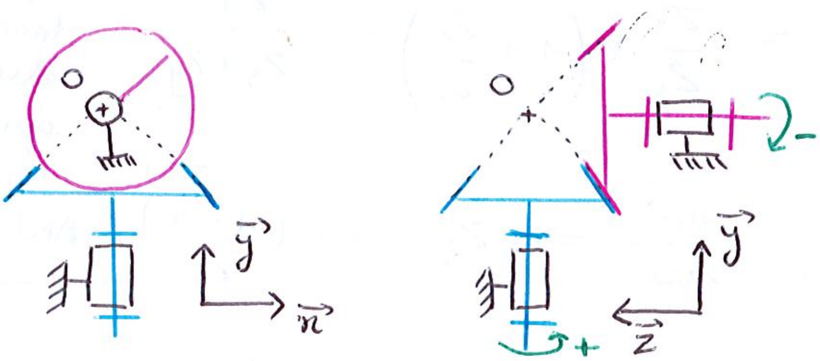
alors $\omega_{1/0} = \omega_m = 1000$ tr/min $= 1000 \times \frac{2\pi}{60}$ rad/s

$$\Rightarrow \omega_{3/0} = r\,\omega_{1/0} = \frac{14}{42} \times \frac{16}{64} \times 1000 \times \frac{2\pi}{60} \text{ rad/s}$$

$$\simeq 8,7 \text{ rad/s}$$

Exercice 2 : Engrenage conique

Q1)



Q2) Photographie de l'engrenage montre deux roues ayant le même nombre de dents

$\Rightarrow r = \ominus 1$, c'est un engrenage inverseur

sens négatif de rotation de la roue — lorsque sens positif d'entraînement de la roue —

Rq : comme m̂ diamètre primitif en + du même nombre de dents $\Rightarrow$ même module aussi $m = \frac{\phi}{z}$

Q3) lorsque l'arbre moteur et récepteur sont concourants mais pas coaxial (cf vue dans le plan $(O, \vec{y}, \vec{z})$) $\hookrightarrow$ perpendiculaire dans notre cas

Exercice 3 : Réducteur à train épicycloïdal du sécateur PELLENC

Q1) Du point de vue du porte-satellites 4, le train d'engrenages 1 – 2 – 3 se comporte comme un train simple :

$$\frac{\omega_{3/4}}{\omega_{1/4}} = \left(-\frac{Z_1}{Z_2}\right) \times \left(\frac{Z_2}{Z_3}\right)$$

contact extérieur $\frac{\omega_{2/4}}{\omega_{1/4}}$; $\frac{\omega_{3/4}}{\omega_{2/4}}$ contact intérieur

composition mvt 3/4

$$\Rightarrow \frac{\omega_{3/0} - \omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = -\frac{Z_1}{Z_3}$$

relation fondamentale de ce train épicycloïdal

Q2) Avec couronne 3 solidaire du bâti ie : $\omega_{3/0} = 0$

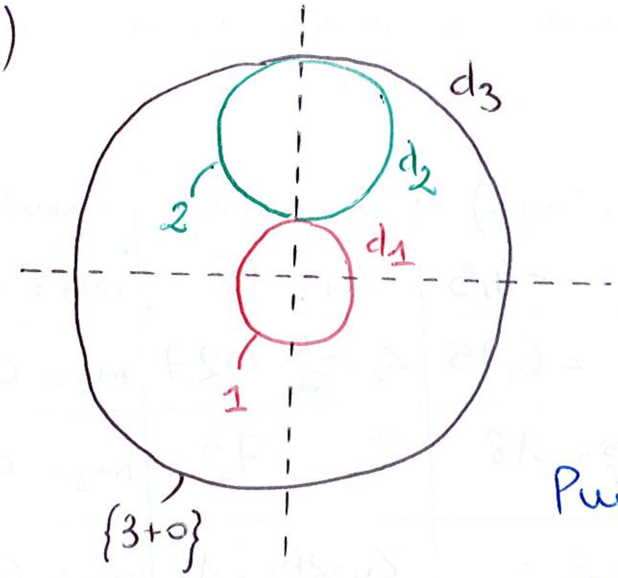
$$\Rightarrow \frac{-\omega_{4/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{4/0}} = -\frac{Z_1}{Z_3} \quad \text{or} \begin{cases} \omega_e = \omega_{1/0} \\ \omega_s = \omega_{4/0} \end{cases}$$

$$\Rightarrow r = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{Z_1}{Z_3} \times \frac{1}{1 + \frac{Z_1}{Z_3}} = \frac{Z_1}{Z_3 + Z_1}$$

rapport de transmission du train épicycloïdal

Q3) Pour $r = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{N_4}{N_1} = \frac{340}{1500} \Rightarrow Z_3 = Z_1 \times \frac{(1-r)}{r}$ AN : $Z_3 \approx 65$ dents

Q4) (2)



Pour que les diamètres primitifs soient en contact

↳ Il faut : $\frac{d_3}{2} = d_2 + \frac{d_1}{2}$

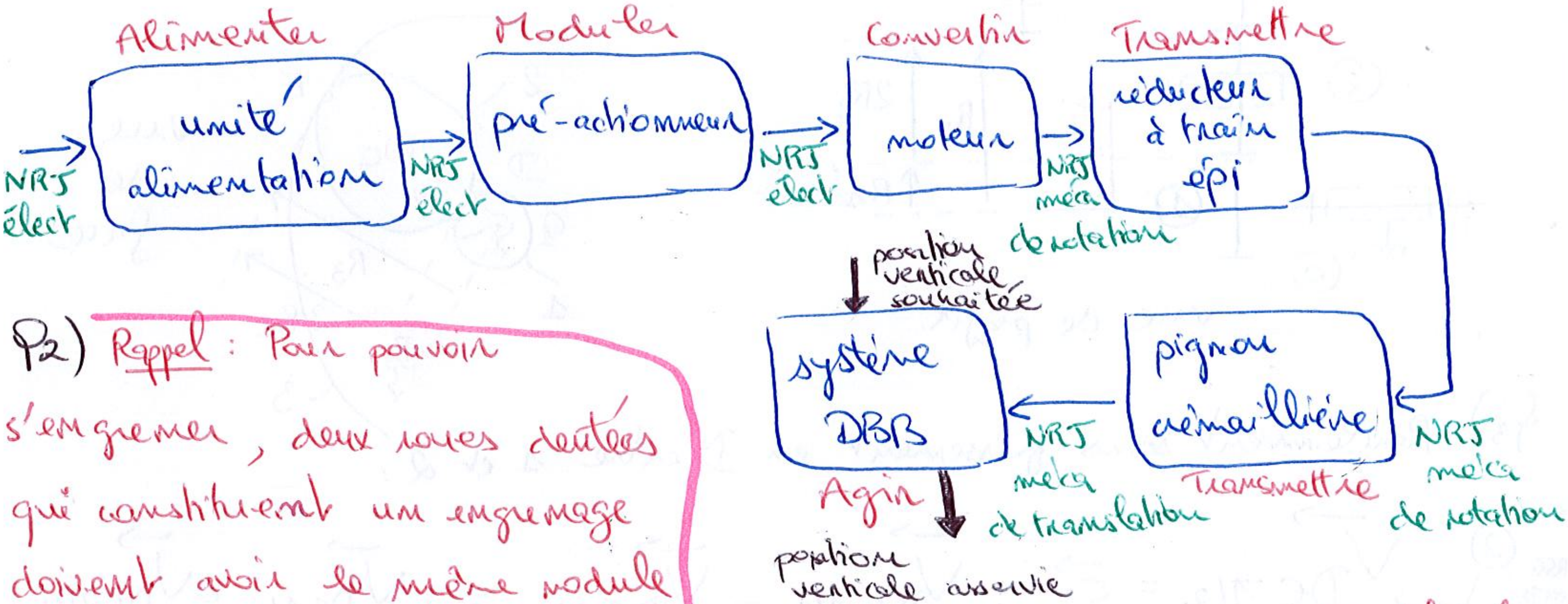
Puisque ces roues dentées ont le même module $m = \frac{d_k}{Z_k}$

$\Rightarrow \frac{Z_3}{2} = Z_2 + \frac{Z_1}{2}$ $\Leftrightarrow Z_2 = \frac{Z_3 - Z_1}{2} \approx 23$ dents

condition d'entraxe

Exercice 4 : Réducteur à train épicycloïdal à double étage

Q1) chaîne de puissance de l'asservissement en élévation :



Q2) Rappel : Pour pouvoir s'engrener, deux roues dentées qui constituent un engrenage doivent avoir le même module

$m = \frac{\phi_1}{Z_1} = \frac{\phi_2}{Z_2}$

↳ "m" représente la taille des dents !

Méthode : Pour train épi ⇒ on identifie le porte-satellite en premier ! (pour chaque étage)

⇒ c'est la pièce la + importante

↳ les satellites sont ceux dont l'axe est porté par le porte-satellite puis...

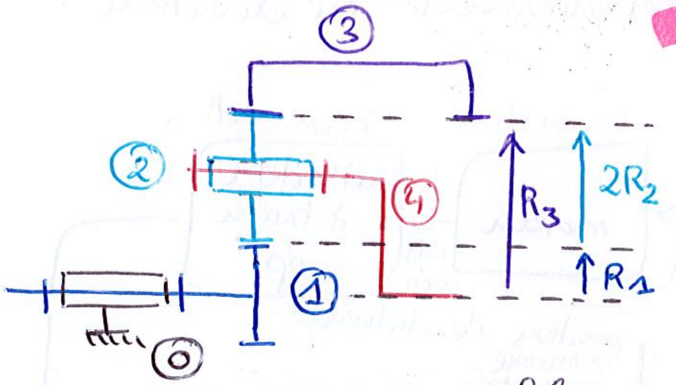
… les planétaires sont les deux roues extrêmes (avec couronne celle qui enveloppe tout le monde !)

	nom de la pièce	rayon (mm)	nb dents	module (mm)
1 :	planétaire (1er étage)	$R_1 = \frac{m_1 Z_1}{2} = 4{,}5$	$Z_1 = 18$	$m_1 = 0{,}5$
2 :	satellites (1er étage)	$R_2 \overset{(*)}{=} \frac{R_3 - R_1}{2} = 6{,}75$	$Z_2 = \frac{2R_2}{m_2} = 27$	$m_2 = 0{,}5$
3 :	couronne (1er et 2e étage)	$R_3 = \frac{m_3 Z_3}{2} = 18$	$Z_3 = 72$	$m_3 = 0{,}5$
4 :	porte-satellite (1er étage) (*)	$R_4 = 4{,}5$	$Z_4 = \frac{2R_4}{m_4} = 18$	$m_4 = 0{,}5$
5 :	satellites (2e étages)	$R_5 = \frac{R_3 - R_4}{2} = R_2$	$Z_5 = Z_2$	$m_5 = 0{,}5$
6 :	porte-satellite (2e étage)	—	—	—

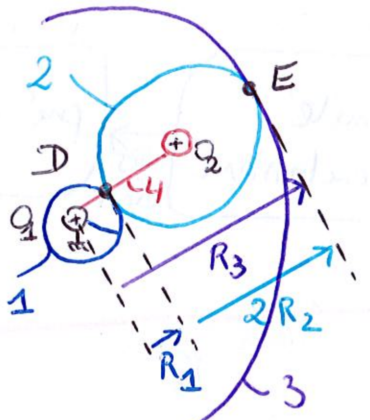
toutes ces roues dentées s'engrènent les unes avec les autres ⟹ même module

(*) sert aussi en tant que planétaire d'entrée du 2e étage !

(*) c'est la même condition d'entraxe qu'à l'exercice 3 !

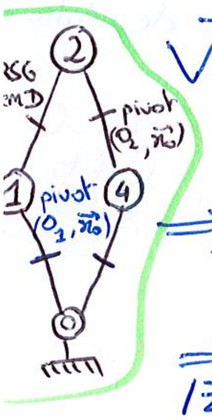


vue de profil



vue de face

Q3) Roulement sans glissement en D entre 1 et 2 :



$$\overrightarrow{V}_{D\in 1/2} = \vec{0} = \overrightarrow{V}_{D\in 1/4} - \overrightarrow{V}_{D\in 2/4} \Rightarrow \overrightarrow{V}_{D\in 1/4} = \overrightarrow{V}_{D\in 2/4}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\boxed{\vec{0}}}_{\overrightarrow{V}_{O_1\in 1/4} = \overrightarrow{V}_{O_1\in 1/0} - \overrightarrow{V}_{O_1\in 4/0} = \vec{0} - \vec{0}} + R_1 \vec{y_4} \wedge \omega_{1/4}\vec{x_0} = \overbrace{\boxed{\vec{0}}}^{\overrightarrow{V}_{O_2\in 2/4}} - R_2 \vec{y_4} \wedge \omega_{2/4}\vec{x_0}$$

$$\underset{\cdot\vec{z_4}}{\Longrightarrow} \quad -R_1\,\omega_{1/4} = R_2\,\omega_{2/4}$$

⟺ relation fondamentale engrenage ext. Mais par rapport au porte-satellite 4

Q4) RSG en E entre 2 et 3 $\overset{\text{engrenage int}}{\Longrightarrow} \quad R_2\,\omega_{2/4} = R_3\,\omega_{3/4}$

Q5) D'après les deux questions précédentes :

composition des vitesses

$$-R_1\,\omega_{1/4} = R_3\,\omega_{3/4} \iff \underbrace{\frac{\omega_{1/0}-\omega_{4/0}}{\omega_{3/0}-\omega_{4/0}} = -\frac{R_3}{R_1}}_{\text{formule Willis}}$$

Pour ce 1er étage, on a : $\omega_e = \omega_{1/0}$ et $\omega_s = \omega_{4/0}$

et la couronne 3 est fixe par rapport au bâti : $\omega_{3/0} = 0$

$$\Rightarrow \quad \frac{\omega_e - \omega_s}{-\omega_s} = -\frac{R_3}{R_1} \iff \frac{\omega_e}{\omega_s} = 1 + \frac{R_3}{R_1}$$

d'où rapport de réduction de ce 1er étage : $r_1 = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{R_1}{R_1+R_3}$

Q6) Formule de Willis pour le 2e étage :

$$\frac{\omega_{4/0}-\omega_{6/0}}{\omega_{3/0}-\omega_{6/0}} = -\frac{R_3}{R_4}$$

car
- 6 est le porte-satellite
- 4 est le planétaire
- 3 est la couronne

ici : $\tilde{\omega}_e = \omega_{4/0}$, $\hat{\omega}_s = \omega_{6/0}$ et tjs $\omega_{3/0} = 0$

$$\Rightarrow r_2 = \frac{\hat{\omega}_s}{\hat{\omega}_e} = \frac{R_4}{R_4+R_3}$$

Q7) Pour le train globale : $r = \frac{\tilde{\omega}_s}{\omega_e} = r_1 \times r_2 = \frac{z_1}{z_1+z_3} \times \frac{z_4}{z_4+z_3}$

$$= 0{,}04$$

Q8) Relation fondamentale du pignon-crémaillère : $V_{élévation} = R_{pignon}\,\omega_{pignon/0}$

$$= R_{pignon}\,\omega_{mot} \times r$$

(Une fois de +, c'est juste RSG au pt de contact) $\Rightarrow \omega_{mot} = \frac{V_{élévation}}{r\,R_{pignon}} = 150$ rad/s

Exercice 5 : Réducteur à deux vitesses pour appareils de levage

↳ Pour le 1er étage : train épicycloïdal 17 - 37 - 25 - 19

↳ on identifie le porte-satellite 17

⟹ de son point de vue, le train d'engrenage 19-37-25 se comporte comme un train simple

$$\frac{\omega_{19/17}}{\omega_{25/17}} = -\underbrace{\frac{Z_{25}}{Z_{19}}}_{\lambda_1 = 4,37} \iff \frac{\omega_{19/8} - \omega_{17/8}}{\omega_{25/8} - \omega_{17/8}} = -\lambda_1 \quad (i)$$

le bâti

↳ la sortie de ce 1er étage est le porte-satellite 17

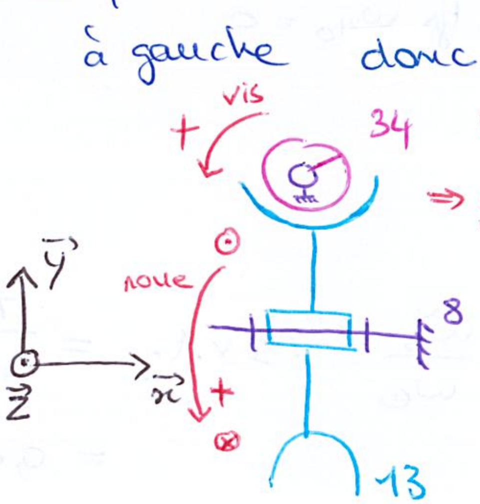
↳ qui sert d'entrée au 2e étage !

$$(i) \iff -\omega_{17/8}(1+\lambda_1) = -\lambda_1\,\omega_{25/8} - \omega_{19/8} \quad (ii)$$

OR, toutes ces roues en rotation autour de $\vec{x}$:

↳ entrée grande vitesse : $\underbrace{\omega_{GV}}_{\text{notation énoncé}}\vec{x} = \omega_{19/8}\,\vec{x}$

Et entrée petite vitesse avec roue et vis sans fin 34 ayant hélice à gauche donc :



hélice à gauche

⇒ dent translate "localement" selon $+\vec{z}$

⇒ roue tourne de $\vec{y}$ vers $\vec{z}$

$$\omega_{PV}\,\vec{z} = \omega_{34/8}\,\vec{z}$$

et $\omega_{13/8} = \dfrac{\omega_{34/8}}{Z_{13}}\,\vec{x}$

Rq : 25 et 13 sont la m̂ classe d'équivalence cinématique

$\Rightarrow \omega_{13/8} = \omega_{25/8}$

Finalement,

$$\omega_{17/8} = \frac{1}{1+\lambda_1}\left[\frac{\lambda_1}{Z_{13}}\,\omega_{PV} + \omega_{GV}\right] \quad (*)$$

↳ Pour le 2e etage : train épicycloïdal 17-36-8-28 (4)

↳ on identifie 28 le porte-satellite

formule Willis $\Longrightarrow$

$$\lambda_2 = 0{,}21$$

$$\frac{\omega_{8/28}}{\omega_{17/28}} = -\frac{Z_{17}}{Z_8} = -\frac{\omega_{28/8}}{\omega_{17/8}-\omega_{28/8}} \quad (iii)$$

Or la sortie est la pièce 28 et l'entrée est la pièce 17

$$(iii) \Longleftrightarrow \omega_S = \omega_{28/8} = \frac{\lambda_2}{1+\lambda_2}\,\omega_{17/8} \quad (**)$$

En combinant (*) et (**) :

$$\omega_S = \frac{\lambda_2}{(1+\lambda_2)(1+\lambda_1)}\left(\frac{\lambda_1}{Z_{13}}\,\omega_{PV} + \omega_{GV}\right)$$

Rq : On trouve bien qu'en mode GV $\longrightarrow$ ω_S est la somme de ω_{PV} et ω_{GV}

↳ permet de faire un "sanity check"

↳ Applications numériques :

- En mode PV : $\begin{cases} \omega_{GV} = 0 \\ \omega_{PV} = 1500 \text{ tr/min} \end{cases} \Longrightarrow \omega_S \approx 5{,}2$ tr/min

- En mode GV : $\omega_{GV} = \omega_{PV} = 1500$ tr/min

$$\Longrightarrow \omega_S \approx 53{,}6 \text{ tr/min}$$

Remarque : la sortie 28 tourne autour de $+\vec{x}$ pour les entrées décrites par l'énoncé i.e. $\omega_{GV}\vec{x}$ et $\omega_{PV}\vec{z}$

$\Longrightarrow$ Important d'avoir les vecteurs en tête lorsque les axes de rotation des roues non alignés !