TD10 : Étude cinématique d'un différentiel

Q1) En notant $O_k \in \{A, B, C, D\}$ le centre de la roue k

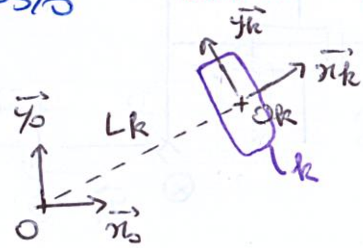
(formule B.A.B.A.R)

$$\overrightarrow{V}_{O_k \in 5/0} = \overrightarrow{V}_{O \in 5/0} + \overrightarrow{O_k O} \wedge \overrightarrow{\Omega}_{5/0}$$

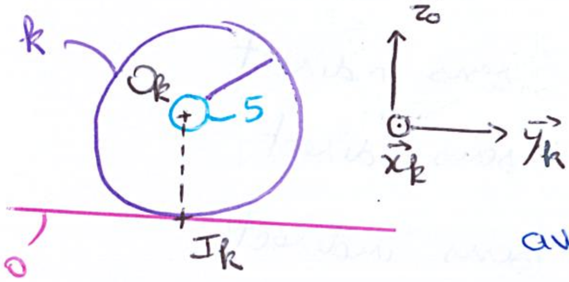
$$= \vec{0} - L_k \overrightarrow{x_k} \wedge \omega_0 \overrightarrow{z_0}$$

5/0 = rotation axe $(O, \vec{z_0})$

$$= \boxed{L_k \omega_0 \overrightarrow{y_k}}$$



Q2) RSG en I_k entre k et 0 : $\overrightarrow{V}_{I_k \in k/0} = \vec{0}$



$$\Leftrightarrow \overrightarrow{V}_{I_k \in k/5} + \overrightarrow{V}_{I_k \in 5/0} = \vec{0}$$

avec $\overrightarrow{V}_{I_k \in k/5} = \vec{0} + \overrightarrow{I_k O_k} \wedge \omega_k \overrightarrow{x_k}$

$$= R \omega_k \overrightarrow{y_k}$$

$\Rightarrow /\overrightarrow{y_k}$: $\boxed{R\omega_k = -L_k \omega_0}$ condition de RSG de la roue k sur le sol en I_k

Q3) En liant les deux roues motrices à un même arbre moteur $\Rightarrow$ $R \underbrace{K_R \omega_m}_{\text{vitesse rotation roue motrice "}m_1\text{" et "}m_2\text{"}} = -L_{m_1} \omega_0 = -L_{m_2} \omega_0$

pour qu'il y ait RSG !

<u>Conclusion</u> : Impossibilité à vérifier en virage ($\omega_0 \neq 0$)

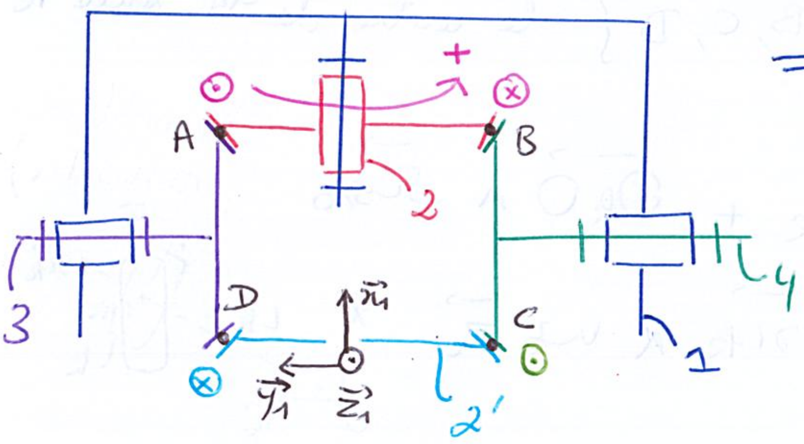
$\Rightarrow$ Forcément une des deux roues motrices va glisser sur le sol $\Rightarrow$ usure prématurée des pneumatiques !

Q4) Porte-satellite 1 entraîné en rotation par engrenage de rapport de réduction K_e

$\Rightarrow$ $\boxed{\omega_{1/0} = K_R K_e \omega_m}$

boite de vitesse liée à arbre A_R

Q5) Pour une rotation de $\vec{y_1}$ vers $\vec{z_1}$ (sens direct) de 2/1



$\Rightarrow$ engrènement en A, les dents "translatent localement" selon $\odot\ \vec{z_1}$ et selon $\otimes\ -\vec{z_1}$ en B

↳ de même $\begin{cases} \odot\ \vec{z_1} \text{ en C} \\ \otimes\ -\vec{z_1} \text{ en D} \end{cases}$

↳ Tjs cette méthodologie avec engrenages coniques !

↳ On en déduit une rotation, par rapport à 1 de :

→ 3 de $\vec{x_1}$ vers $\vec{z_1}$ ie. $\boxed{\text{sens indirect}}$

→ 4 de $\vec{z_1}$ vers $\vec{x_1}$ ie. $\boxed{\text{sens direct}}$

→ 2' de $\vec{z_1}$ vers $\vec{y_1}$ ie. $\boxed{\text{sens indirect}}$

Q6) On garde les deux satellites 2 et 2' afin de répartir les efforts de l'arbre moteur sur les deux satellites $\Rightarrow$ durée de vie plus longue du differentiel

Q7) train 1-2-3-4 épicycloïdal avec 1 = porte-satellite

$\Rightarrow$ du point de vue de 1, train 3-2-4 se comporte comme un train simple.

$$\Rightarrow \frac{\omega_{3/1}}{\omega_{4/1}} = \underbrace{\frac{\omega_{3/1}}{\omega_{2/1}}}_{\substack{\text{sens rot.} \\ \text{opposé} \\ \text{d'après Q4}}} \times \underbrace{\frac{\omega_{2/1}}{\omega_{4/1}}}_{\substack{\text{même sens} \\ \text{rotation} \\ \text{d'après Q4}}} = -\overset{\lambda}{\frac{Z_2}{Z_3}} \times \overset{1/\lambda}{\frac{Z_4}{Z_2}} = -1 \ (*)$$

(2)

↳ Pour l'engrenage 3-2 :

composition des vitesses

$$\frac{\omega_{3/1}}{\omega_{2/1}} = -\lambda = \frac{\omega_{3/0} - \omega_{1/0}}{\omega_{2/1}}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \omega_{3/0} - \omega_{1/0} = -\lambda\, \omega_{2/1} \quad (i)$$

↳ De même, pour l'engrenage 2-4 :

$$\omega_{4/0} - \omega_{1/0} = \lambda\, \omega_{2/1} \quad (ii)$$

$$(ii)-(i) \Longrightarrow \boxed{2\lambda\, \omega_{2/1} = \underbrace{\omega_{4/0} - \omega_{3/0}}_{\text{différence de vitesse des deux roues par rapport au chassis}}}$$

Q8) • En ligne droite, pour une translation à vitesse v :

↳ RSG entre 3 et le sol ainsi qu'entre 4 et le sol

implique $\underbrace{\omega_{3/0} = \omega_{4/0} = \frac{v}{R}}$ $\Longrightarrow \boxed{\omega_{2/1} = 0}$

Rq : Tjs RSG $\Rightarrow v = R\omega$! J'espère que c'est su maintenant !

• En virage, $\omega_{3/0} \neq \omega_{4/0} \Longrightarrow \boxed{\omega_{2/1} \neq 0}$

↳ On en déduit que c'est les satellites 2 (et 2') qui permettent aux deux roues motrices d'avoir des vitesses différentes lors des virages (et donc de respecter leur condition de RSG : $\omega_{k/0} = -\frac{L_k}{R}\omega_0$) afin d'éviter leur glissement sur le sol !

Q9) À partir de la relation (*) Q7)

$$\omega_{3/0} - \omega_{1/0} = -\left(\omega_{4/0} - \omega_{1/0}\right)$$

Q10) $\iff \omega_{3/0} + \omega_{4/0} = 2\,\omega_{1/0}$ (iii)

$\iff -(L_3 + L_4)\dfrac{\omega_0}{R} = 2 K_R K_e \omega_m$

cond. RSG Q2) Q4)

$\iff \boxed{\dfrac{\omega_0}{\omega_m} = -\dfrac{2 R K_R K_e}{L_3 + L_4}}$

Q11) Dans le cas hypothétique d'un braquage extrême

où $O = C \Rightarrow L_3 = 0 \Rightarrow \omega_{3/0} = 0$

(iii) $\Rightarrow \boxed{\omega_{4/0} = 2 K_R K_e \omega_m}$

Q12) Par rapport à la ligne droite où $\omega_{3/0} = \omega_{4/0}$

(iii) $\Rightarrow \omega_{4/0} = K_R K_e \omega_m$

la roue 4 tourne 2 fois plus vite lors de ce braquage extrême.

↳ $P_m = C_m \omega_m$ la puissance moteur

qui se répartie entre les deux roues

$\Rightarrow$ sans perte, P_m est constante et vaut $P_3 + P_4$

Dans le cas du braquage extrême, toute la puissance est transmise à la roue 4 $\Rightarrow$ tourne 2 fois qu'en ligne où P_m est équitablement entre les roues 3 et 4.