

Robot « Delta » de transfert de produits emballés

1 Présentation du système

L'étude concerne un robot de type « Delta 2 axes » utilisé dans une usine de conditionnement de produits agroalimentaires. Ce robot est destiné à remplacer un robot de type cartésien (mouvement vertical et horizontal) utilisé pour un transfert rapide de produits emballés entre deux tapis roulants.

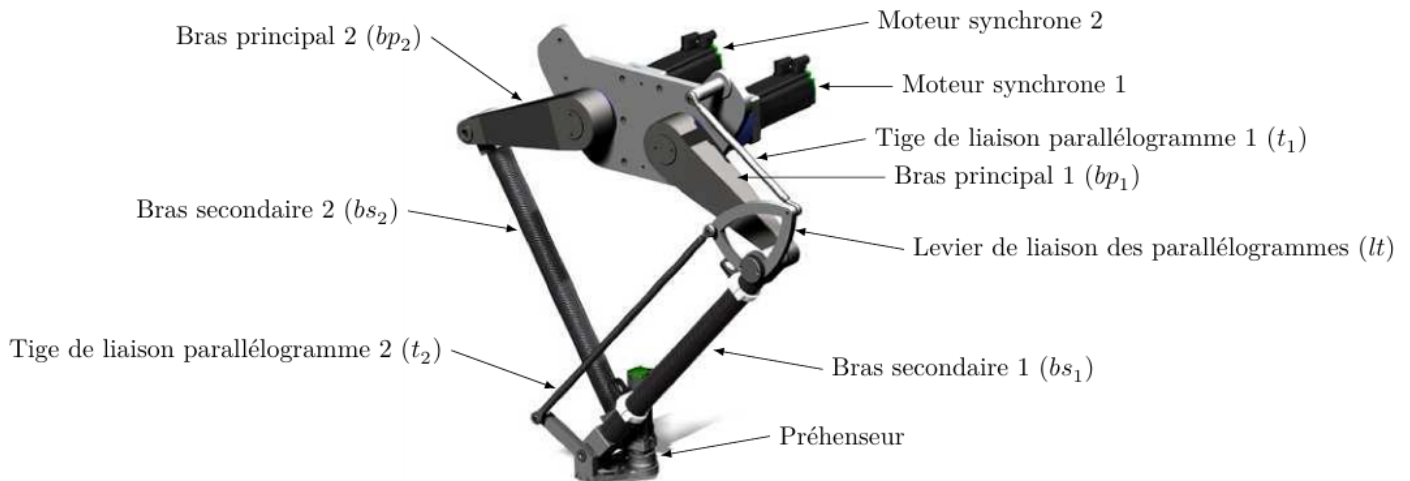


FIGURE 1 – Robot Delta 2 axes étudié dans ce sujet

Description succincte des principaux constituants de la chaîne de puissance :

Le robot est mis en mouvement par deux moteurs synchrones à aimants permanents (FIGURES 1 et 5). Chaque moteur entraîne un bras principal par l'intermédiaire d'un réducteur à train épicycloïdal. Les deux bras principaux bp_1 et bp_2 sont en liaison pivot avec deux bras secondaires bs_1 et bs_2 . Les deux bras secondaires (FIGURE 3) sont en liaison pivot avec le préhenseur. Les moteurs sont alimentés par des variateurs de vitesse dont les consignes de vitesse sont issues d'une unité centrale de traitement.

Description succincte des principaux constituants de la chaîne d'information :

Un codeur de position solidaire de l'axe moteur est utilisé pour le fonctionnement en mode synchrone autopiloté. La position angulaire de chaque axe moteur est transmise à l'unité centrale par les variateurs.

Q 1. En vous aidant de la description ci-dessus et du diagramme de blocs internes partiel du robot fourni en **Annexe**, proposez une chaîne d'information et de puissance du système. Vous préciserez le nom des constituants et la fonction générique qu'il réalise.

L'objectif de cette étude est de déterminer les lois de commande des moteurs en fonction des mouvements souhaités du préhenseur puis d'optimiser les performances de l'asservissement en position angulaire de ces moteurs.

2 Exigence fonctionnelle « garantir le mouvement de translation »

2.1 Propriétés du mouvement

Q 2. Justifier, à partir de l'architecture du robot, représentée sur le schéma cinématique FIGURE 2 à gauche, que le préhenseur a un mouvement de *translation* par rapport au bâti.

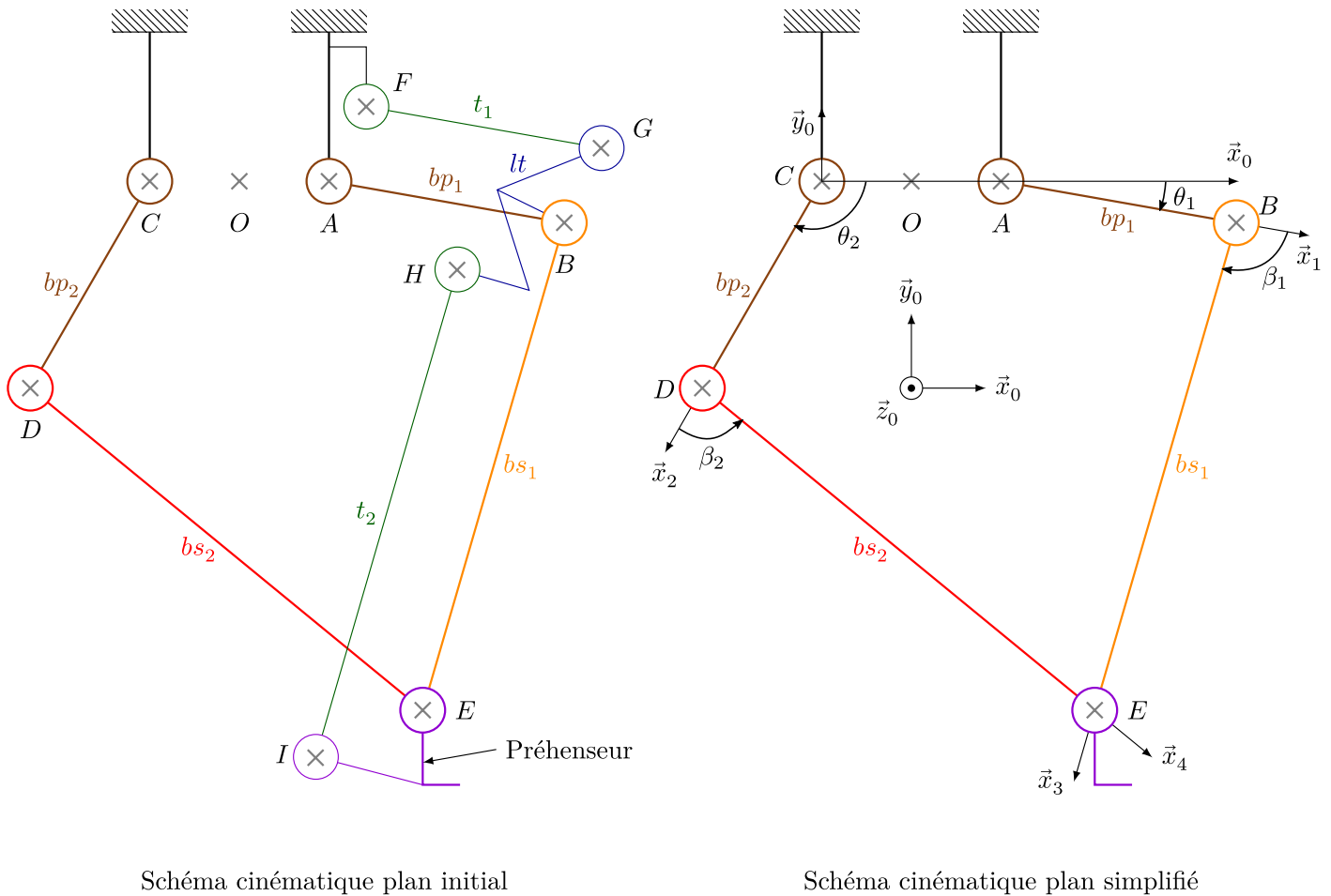


FIGURE 2 – Schémas cinématiques

Le robot est utilisé dans une opération de « pick and place », c'est-à-dire qu'il prend un objet de masse m à une position d'abscisse x_0 , le soulève de quelques millimètres et le translate à une abscisse x_1 , puis le repose. On propose de piloter la translation du point E de l'abscisse x_0 à x_1 , par une loi « trapèze » de vitesse **symétrique**.

Q 3. Tracer, sans justification, en fonction du temps l'allure de l'évolution de la vitesse, de l'accélération et de la position.

Pour minimiser les effets inertiels dus au déplacement de la masse m , les rampes d'accélération et de décélération sont imposées à $\gamma_0 = 5 \text{ m.s}^{-2}$ et la vitesse maximale est de $V_m = 20 \text{ m.s}^{-1}$.

Q 4. Déterminer le temps T_a d'accélération (et de décélération) ainsi que le temps T_v de vitesse constante en fonction de γ_0 , V_m , x_0 et x_1 .

On cherche à implanter cette loi de consigne dans un simulateur comme Scilab.

Q 5. Donner l'expression d'une rampe de pente unitaire à l'aide de la fonction échelon $u(t)$. En déduire une expression $v(t)$ de la consigne de vitesse en trapèze à l'aide de la fonction échelon ainsi que sa transformée de Laplace $V(p)$.

2.2 Mesure du mouvement

Les moteurs sont asservis pour suivre ce type de consigne. Chaque moteur est équipé d'un **codeur incrémental** permettant de mesurer la position à tout instant. Le constructeur indique 1024 impulsions par tours sur deux voies. La vitesse de rotation du moteur entraîne le bras principal par l'intermédiaire d'un réducteur de rapport de réduction $r = 30$. À chaque remise sous tension du robot, une procédure de prise d'origine est réalisée avant de pouvoir utiliser le robot.

Q 6. Expliquer pourquoi la prise d'origine est nécessaire pour cette technologie de mesure de position. Donner une autre technologie de mesure d'angle ne nécessitant pas de prise d'origine.

Q 7. Pourquoi est-il nécessaire d'avoir 2 voies sur le codeur incrémental ?

2.3 Lois de commande géométriques

On recherche dans un premier temps les lois géométriques liant la position x et y du point E du préhenseur aux angles θ_1 et θ_2 des bras principaux. On se réfère par la suite au schéma cinématique simplifié FIGURE 2 à droite. On note $R = AB = CD$ les longueurs des bras principaux bp_1 et bp_2 , $L = DE = BE$ les longueurs des bras secondaires bs_1 et bs_2 et $d = CO = OA$ les distances des axes des moteurs à l'origine.

On considère que les positions cibles x et y sont connues et imposées, et on cherche les angles θ_1 et θ_2 des bras principaux à assurer pour positionner correctement le préhenseur. On s'intéresse plus particulièrement par la suite à θ_1 (sachant que pour le bras 2, le raisonnement est identique).

Q 8. Sur le **document réponse**, rechercher la position du bras bp_1 permettant de déplacer le préhenseur de 3 cm vers la droite en faisant les tracés utiles. Montrer graphiquement qu'il y a deux solutions théorique pour la position du bras.

On recherche l'expression analytique de θ_1 en fonction de x et y .

Q 9. Écrire une équation de fermeture vectorielle et en déduire deux équations scalaires liant θ_1 , β_1 , x et y .

Q 10. Déduire une unique équation liant θ_1 , x et y , sans faire intervenir β_1 et l'exprimer sous la forme :

$$A \cos \theta_1 + B \sin \theta_1 = C \quad \text{où } A, B \text{ et } C \text{ dépendent de } R, L, d, x \text{ et } y$$

En divisant par $\sqrt{A^2 + B^2}$, cette équation peut se mettre sous la forme :

$$\cos \phi \cos \theta_1 + \sin \phi \sin \theta_1 = C' \quad \text{avec } \cos \phi = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \quad \sin \phi = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \text{ et } C' = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Q 11. En déduire une expression analytique de θ_1 en fonction de ϕ et C' et montrer qu'il y a bien deux solutions.

2.4 Lois de commande cinématiques

On note $\overrightarrow{V_{E \in P/0}} = v_x \vec{x}_0 + v_y \vec{y}_0$, $\omega_1 = \dot{\theta}_1$ et $\omega_2 = \dot{\theta}_2$. On recherche maintenant les lois cinématiques liant les composantes v_x et v_y de la vitesse du point E dans la base 0 aux vitesses angulaires ω_1 et ω_2 des bras principaux.

Q 12. Par une relation de fermeture cinématique, déterminer une relation vectorielle liant v_x , v_y , ω_1 et $\dot{\beta}_1$ (en fonction des paramètres géométriques).

Q 13. En déduire une relation scalaire liant v_x , v_y et ω_1 , sans faire intervenir $\dot{\beta}_1$. La relation s'exprimera en fonction de R , θ_1 et β_1 .

Q 14. Déterminer par analogie une relation entre v_x , v_y et ω_2 puis en déduire une expression matricielle sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$$

en exprimant la matrice M en fonction de R , θ_1 , β_1 , θ_2 et β_2 .

Cette relation, ainsi que la relation géométrique reliant les paramètres articulaires à la position souhaitée de l'extrémité du préhenseur correspondent au modèle cinématique inverse du robot. Pour un mouvement donné, on peut donc élaborer la commande des moteurs permettant de réaliser ce mouvement.

3 Exigence fonctionnelle « assurer une pose précise »

Maintenant que l'on sait élaborer les commandes de chacun des deux moteurs, il est nécessaire de les asservir en position afin de pouvoir suivre précisément une trajectoire souhaitée. On donne le CdCF partiel décrivant les performances attendues de ces asservissements.

Exigence	Critères d'appréciation	Niveau
Gérer le mouvement de chaque moteur	Précision en régime permanent de la boucle d'asservissement de position	
	Erreur de position	< 0,1 %
	Erreur de trainage	< 0,1 %
	Marge de phase φ_M	$40^\circ < \varphi_M < 50^\circ$

FIGURE 3 – Extrait du cahier des charges associé à l'exigence « Gérer le mouvement »

3.1 Modélisation des composants

Le variateur pilote le moteur en adoptant un algorithme de type commande vectorielle. De manière globale, le constructeur présente le motovariateur (ensemble composé du variateur et du moteur) comme un système du premier ordre avec une bande passante de 2000 Hz. Le modèle défini FIGURE 4 est adopté pour chaque moteur.

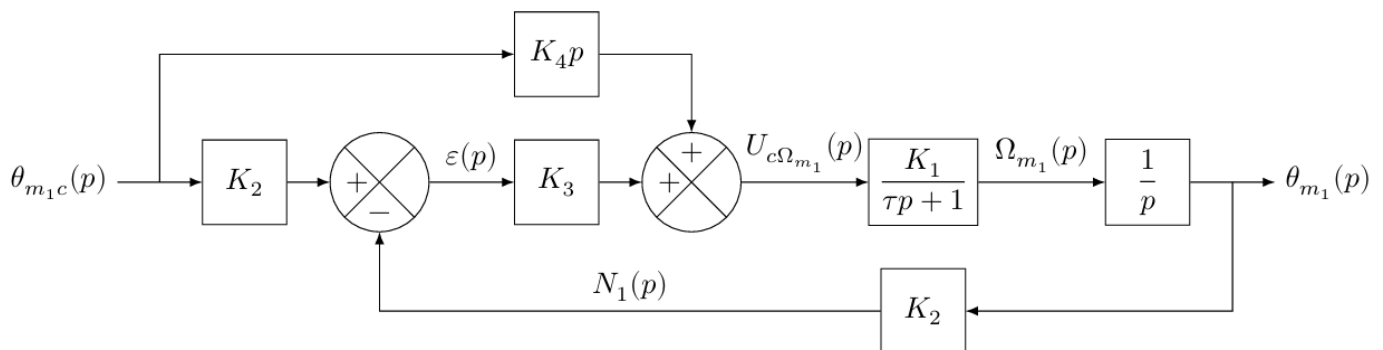


FIGURE 4 – Structure de commande du moteur n°1

Notations

- $\theta_{m_1c}(p)$ consigne de position de l'axe moteur (variable temporelle $\theta_{m_1c}(t)$ en rad)
- $\theta_{m_1}(p)$ position de l'axe moteur (variable temporelle $\theta_{m_1}(t)$ en rad)
- $\varepsilon(p)$ valeur numérique de l'écart de position (variable temporelle $\varepsilon(t)$)
- $U_{c\Omega_{m_1}}(p)$ tension de commande du motovariateur 1 (variable temporelle $U_{c\Omega_{m_1}}(t)$ en V)
- $\Omega_{m_1}(p)$ vitesse angulaire du moteur 1 (variable temporelle $\omega_{m_1}(t)$ en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$)
- $N_1(p)$ valeur numérique délivrée par le codeur 1 (variable temporelle $N_1(t)$)
- K_1 gain de l'ensemble motovariateur (en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{V}^{-1}$)
- τ constante de temps de l'ensemble motovariateur (en s)
- K_2 gain du codeur de position (en rad^{-1})
- K_3 gain proportionnel de la boucle de position (en V)
- K_4 gain de l'anticipation de vitesse (en $\text{V}\cdot\text{rad}^{-1}\cdot\text{s}$)

Q 15. À partir de la description du modèle retenu pour le motovariateur, en déduire la valeur numérique de la constante de temps τ .

Q 16. Pour un échelon de tension de commande de 10 Volts appliqué aux bornes du motovariateur, on mesure en régime permanent $\omega_{m_1} = 629$ rad/s. En déduire la valeur numérique pour K_1 .

Q 17. Le constructeur du motovariateur a choisit de mesurer sa position angulaire avec un codeur incrémental associé à une unité de comptage, délivrant 2^{17} points par tour. En déduire la valeur numérique pour K_2 .

3.2 Réglage des correcteurs

La stabilité de l'asservissement de position, en ne tenant pas compte du bloc d'anticipation $K_4.p$, conduit à l'analyse fréquentielle de la fonction de transfert en boucle ouverte :

$$H_{BO}(j\omega) = \frac{K_1 K_2 K_3}{j\omega (1 + j\omega/\omega_0)} \quad \text{où } \omega_0 = 2\pi \times 2000 \text{ rad/s}$$

Q 18. Donner l'expression analytique du gain $G_{dB}(\omega)$ de cette fonction de transfert harmonique $H_{BO}(j\omega)$

Q 19. Tracer l'allure, sans justification, mais en précisant les points remarquables, du diagramme de bode en phase $\varphi(\omega)$ de cette fonction de transfert harmonique $H_{BO}(j\omega)$.

Q 20. En déduire l'expression du gain K_3 en fonction de K_1 , K_2 et ω_0 permettant d'obtenir une marge de phase de 45° .

La valeur du gain K_3 déterminée précédemment conduit à des dépassements plus importants quand le bloc d'anticipation est présent.

Q 21. Justifier le sens dans lequel on doit ajuster la valeur du gain K_3 afin d'assurer le critère de stabilité.

Q 22. Montrer que l'écart $\mu(p) = \theta_{m_1c}(p) - \theta_{m_1}(p) = \frac{p(\tau p + 1 - K_1 K_4)}{p(\tau p + 1) + K_1 K_2 K_3} \theta_{m_1c}(p)$

Q 23. Déterminer de façon littérale l'erreur de position μ_p puis l'erreur de trainage μ_v . Conclure sur l'erreur de position au regard du cahier des charges.

Q 24. D'après l'erreur de trainage μ_v déterminée à la question précédente, calculer la valeur de K_4 qui permet de minimiser cette erreur de trainage. Conclure sur cette erreur au regard du cahier des charges.

— d'après Centrale TSI 2020 —

Annexe – Robot « Delta » de transfert de produits

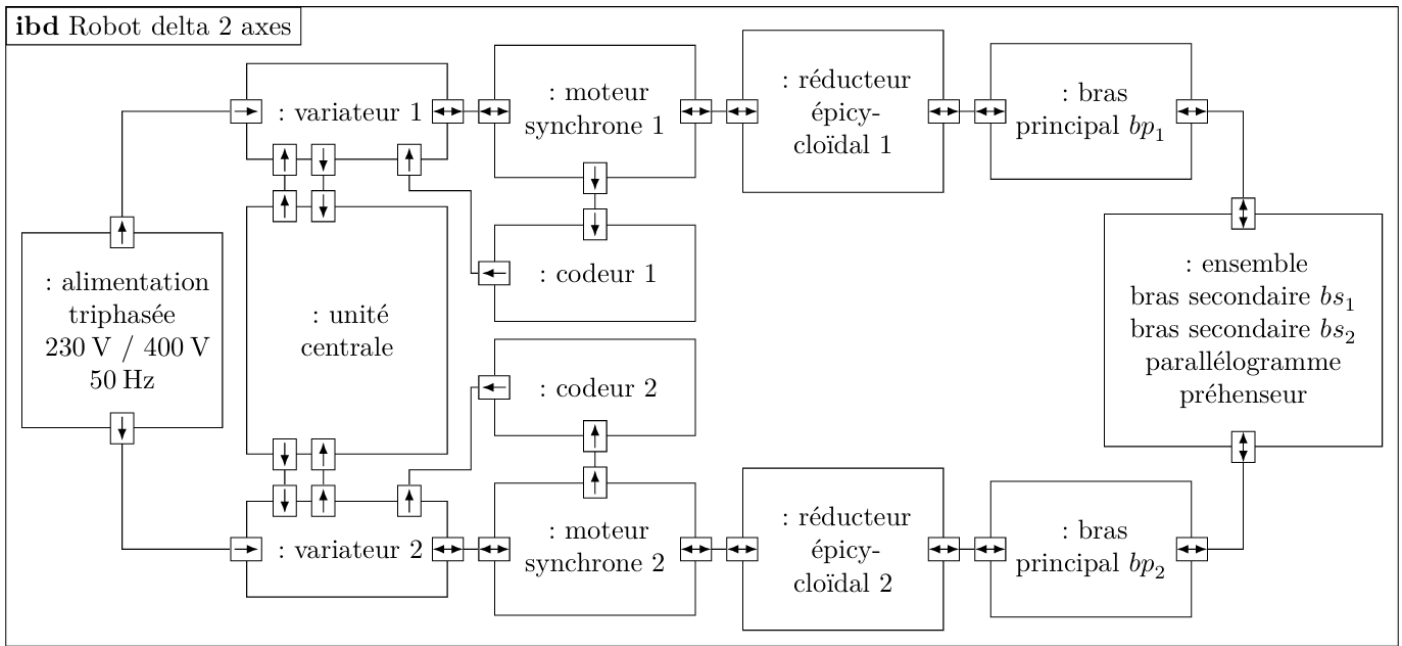


FIGURE 5 – Diagramme de blocs internes partiel du robot « Delta »

Document réponse – Question 8

