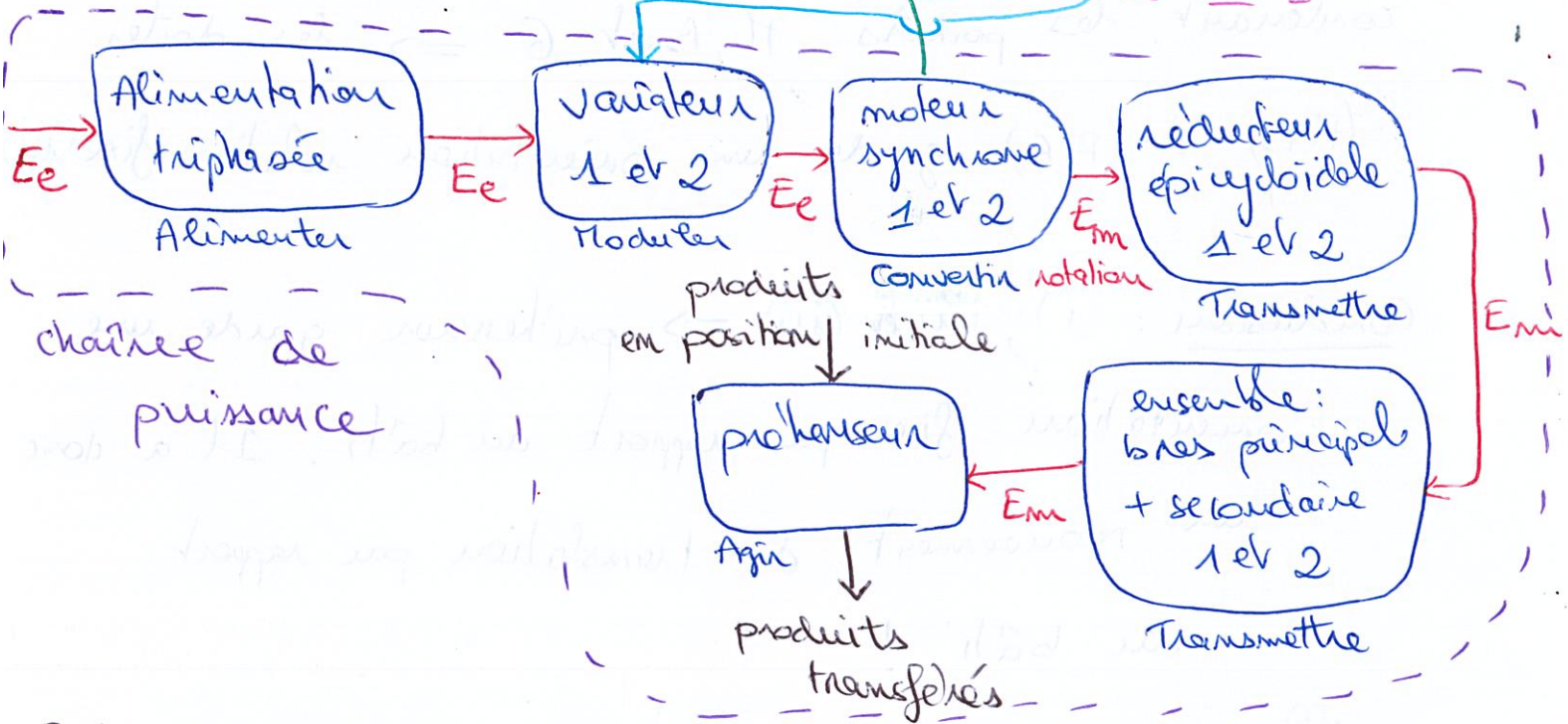
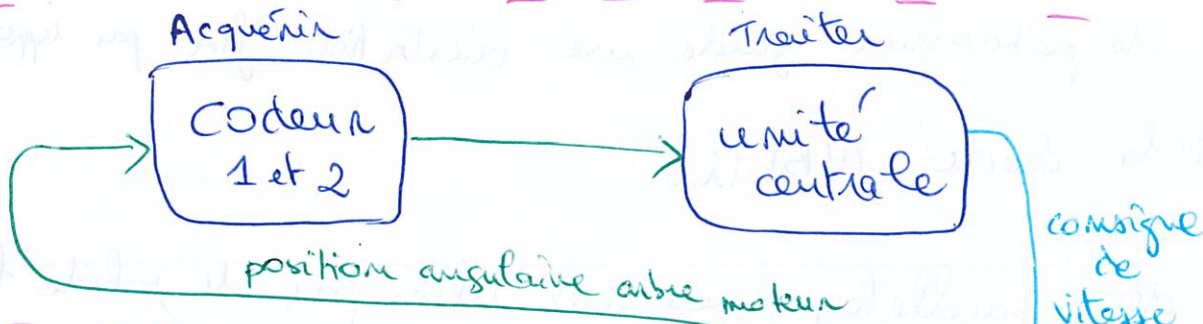


D_{S5} : Robot "Delta" de transfert de produits emballés (1)

Q1)

chaîne d'information



Q2) Le préhenseur est relié au bâti par l'intermédiaire de deux parallélogrammes déformables :

↳ $\{ t_1 + b_{p1} \}$ forment le parallélogramme AFGH

↳ $\{ t_2 + b_{p2} \}$ forment le parallélogramme HBEI.

• Or, A et F sont fixes par rapport au bâti $\Rightarrow (BG) // (AF)$ garde une orientation fixe par rapport au bâti (i)

• De même, les points I et E appartiennent au préhenseur et au deuxième parallélogramme HBIE

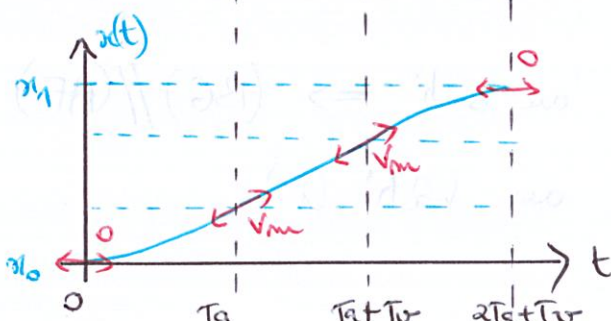
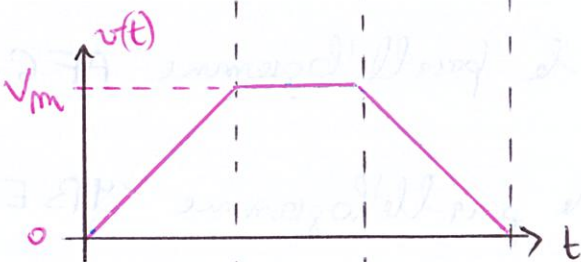
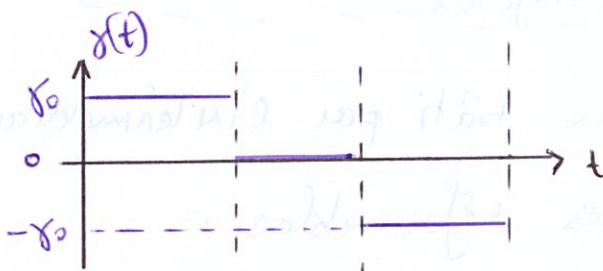
⇒ le préhenseur garde une orientation fixe par rapport à la droite (HB) (ii)

• Et, les deux parallélogrammes sont reliés par le solide Ht contenant les points H, B et G ⇒ les droites (HB) et (BG) garde une orientation relative fixe (iii)

Conclusion: (i), (ii) et (iii) ⇒ préhenseur garde une orientation fixe par rapport au bâti. Il a donc un mouvement de translation par rapport au bâti!

Remarque: On a montré $\vec{\Sigma} p_{/0} = \vec{0}$!

Q3)



Q4) Par lecture de l'aire sous la courbe de $v(t)$ entre 0 et Ta :

$$V_m = y_0 T_a$$

$$\Leftrightarrow T_a = V_m / y_0$$

et sous la courbe de $v(t)$ entre 0 et $2Ta + Tc$:

$$x_1 - x_0 = V_m (T_a + T_c)$$

$$\Rightarrow T_c = \frac{x_1 - x_0}{V_m} - \frac{V_m}{y_0} T_a$$

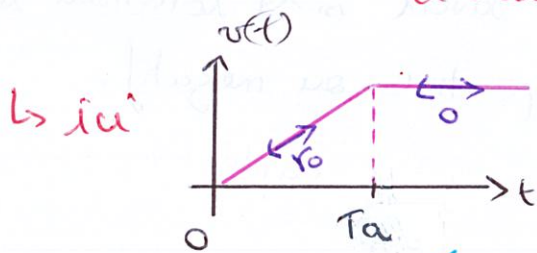
Q5) rampe unitaire $r(t) = t \times u(t) = \int_0^t u(\tau) d\tau$ (2)

$\Rightarrow R(p) = \mathcal{L}(r(t)) = \frac{\mathcal{L}(u(t))}{p} = \frac{1}{p^2}$

↑ dans les conditions d'Heaviside

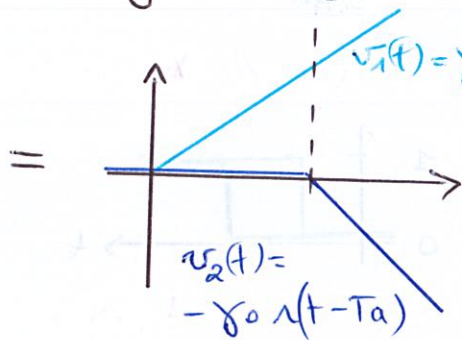
On $v(t) = \gamma_0 r(t) - \gamma_0 r(t - T_a) - \gamma_0 r(t - (T_a + T_r)) + \gamma_0 r(t - (2T_a + T_r))$
 consigne trapèze de vitesse

Rappel méthodologie: Pour décomposer un signal "complexe" en Σ de signaux usuels, on regarde les cassures de pente (Σ de rampe) ou les sauts d'ordonnées (Σ d'échelon)



donc entre $[0, T_a]$ et $[T_a, T_a + T_r]$

↳ $-\gamma_0$ de pente



↳ puis on applique juste le retard qui va bien!

ici: $r(t - T_a)$

$\Rightarrow v(t) = v_1(t) + v_2(t) + \dots$

D'après le théorème du retard: $\mathcal{L}(r(t - T)) = R(p) e^{-pT}$

$\Rightarrow V(p) = \mathcal{L}(v(t)) = \frac{\gamma_0}{p^2} \left[1 - e^{-pT_a} - e^{-p(T_a + T_r)} + e^{-p(2T_a + T_r)} \right]$

Q6) Prise d'origine est nécessaire car le codeur incrémental ne mesure pas sa position angulaire absolue mais seulement

de combien il a tourné sur un interval de temps donné, c'est-à-dire, sa position relative.

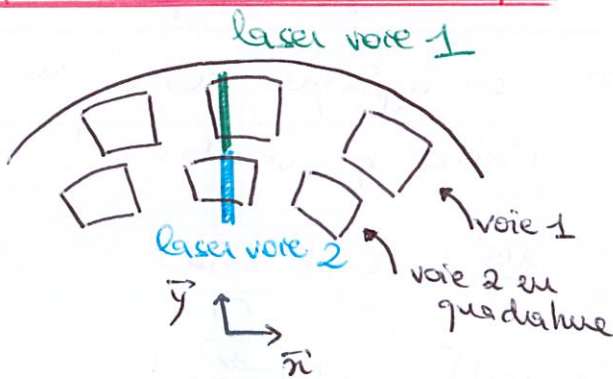
⇒ Il faut donc définir une position de référence ! cela correspond à la prise d'origine.

↳ À l'inverse, le potentiomètre angulaire mesure directement une position absolue et ne nécessite donc pas de prise d'origine.

Rq: Par contre, il ne peut mesurer qu'un angle entre 0 et $\theta_{max} < 360^\circ$ en pratique là où le codeur incrémental peut faire autant de tours que nécessaire !

Q7) Les deux voies permettent de savoir si la rotation relative a été effectuée dans le sens positive ou négatif.

Rappel culture technologique (lire la fiche "capteurs")



• si rotation  sens négatif



↳ voie 1 détectée en première

↳ le codeur incrémental est un capteur de position angulaire numérique

↳ position relative ± 1 à chaque détection d'un laser

⇒ une fente a été passée, ou a tourné de θ

• si rotation  sens positif



↳ voie 2 détectée en première

↳ seul le codeur tourne, les lasers sont fixes.

⇒ on connaît le sens de rotation !

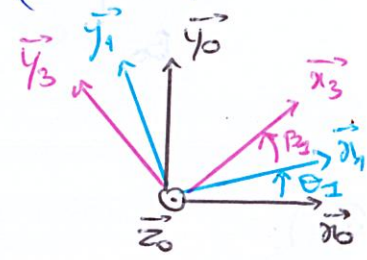
Q8) cf document réponse pour les tracés

Q9) $\vec{OE} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix}_{B_0} = \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BE} = d \vec{x}_0 + R \vec{x}_1 + L \vec{x}_3$

Par projections sur B_0 , on en déduit deux équations scalaires :

\vec{r}_0 : $x = d + R \cos(\theta_1) + L \cos(\theta_1 + \beta_1)$

\vec{y}_0 : $y = R \sin(\theta_1) + L \sin(\theta_1 + \beta_1)$



Q10) On isole l'inconnue intermédiaire β_1 :

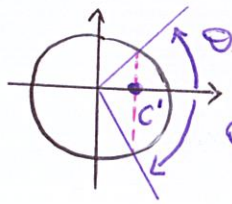
$$\begin{cases} [x - d - R \cos(\theta_1)]^2 = [L \cos(\theta_1 + \beta_1)]^2 & (i) \\ [y - R \sin(\theta_1)]^2 = [L \sin(\theta_1 + \beta_1)]^2 & (ii) \end{cases}$$

\Rightarrow (i)+(ii) $\underbrace{(x-d)^2 + y^2 + R^2 - L^2}_{C} = \underbrace{2R(x-d) \cos(\theta_1)}_A + \underbrace{2Ry \sin(\theta_1)}_B$

Q11) En divisant par $\sqrt{A^2 + B^2}$:

$\Rightarrow \cos(\phi) \cos(\theta_1) + \sin(\phi) \sin(\theta_1) = C' \Leftrightarrow \cos(\theta_1 - \phi) = C'$

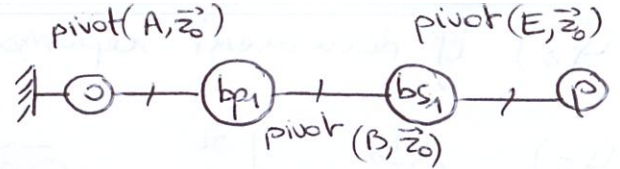
↳ Par suite de la fonction cos, il y a bien deux solutions théoriques



soit tous deux solutions!

$\Rightarrow \theta_1 = \phi + \arccos(C')$ et $\tilde{\theta}_1 = \phi - \arccos(C')$

Remarque : De même que seul Bsol est atteignable en pratique, une seule solution est valable ici. L'autre \Rightarrow bases AB et BE ne sont voisines!

Q12) Par composition des vitesses : 

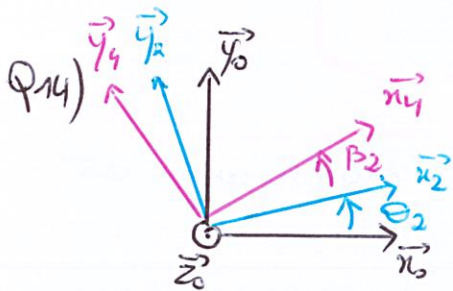
$$\begin{aligned} \vec{V}_{E \in p / o} &= \vec{V}_{E \in p / bs_1} + \vec{V}_{E \in bs_1 / bp_1} + \vec{V}_{E \in bp_1 / o} \\ &= \vec{0} + \vec{EB} \wedge \dot{\beta}_1 \vec{z}_0 + \vec{EA} \wedge \omega_1 \vec{z}_0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} v_x \\ v_y \\ 0 \end{cases} = -L \vec{n}_3 \wedge \dot{\beta}_1 \vec{z}_0 - (L \vec{n}_3 + R \vec{n}_1) \wedge \omega_1 \vec{z}_0$$

$$= L \dot{\beta}_1 \vec{y}_3 + L \omega_1 \vec{y}_3 + R \omega_1 \vec{y}_1$$

Q13) En projetant sur \vec{x}_3 pour supprimer l'inconnue $\dot{\beta}_1$:

$$v_x \cos(\theta_1 + \beta_1) + v_y \sin(\theta_1 + \beta_1) = R \omega_1 \sin(\beta_1)$$



Par analogie $\vec{n}_1 \rightarrow \vec{n}_2$; $\theta_1 \rightarrow \theta_2$
et $\vec{n}_3 \rightarrow \vec{x}_4$; $\beta_1 \rightarrow \beta_2$

↳ On a directement : $v_x \cos(\theta_2 + \beta_2) + v_y \sin(\theta_2 + \beta_2) = R \omega_2 \sin(\beta_2)$

Ce qui peut s'écrire sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} \text{ avec } M = \begin{pmatrix} \frac{\cos(\beta_1 + \theta_1)}{R \sin(\omega_1)} & \frac{\sin(\beta_1 + \theta_1)}{R \sin(\omega_1)} \\ \frac{\cos(\beta_2 + \theta_2)}{R \sin(\omega_2)} & \frac{\sin(\beta_2 + \theta_2)}{R \sin(\omega_2)} \end{pmatrix}$$

Q15) $\frac{\Omega_{mk}(p)}{U_c \sin k(p)} = \frac{K_1}{1 + \tau p}$ 1^{er} ordre ayant une bande passante $\omega_0 = 1/\tau = 2\pi \times 200 \text{ rad/s}$

$$\Rightarrow \tau = \frac{1}{\omega_0} \approx 7,9 \times 10^{-5} \text{ s}$$

Q16) Pour $U_{cm1}(p) = \frac{10}{p}$, d'après le théorème de la valeur finale:

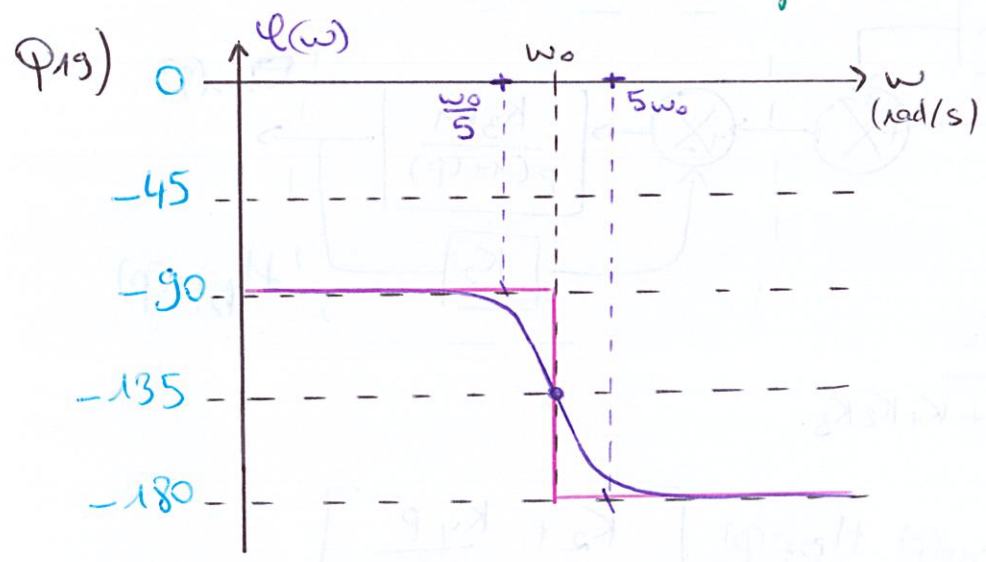
$$\omega_{m1} = \lim_{t \rightarrow \infty} \omega_{m1}(t) = \lim_{p \rightarrow 0^+} p \Omega_{m1}(p) = \lim_{p \rightarrow 0^+} p \frac{10}{p} \frac{K_1}{1+Tp}$$

$$\Rightarrow K_1 = \frac{\omega_{m1}}{10} = 62,9 \text{ rad/s/Volt.}$$

Q17) D'après le schéma-blocs : le gain du codeur $K_2 = \frac{N_1(p)}{D_{m1}(p)}$ en points/rad précisé dans les "Notations".

$$\Rightarrow K_2 = 2^{17} \text{ pts/turn} = \frac{2^{17}}{2\pi} \text{ rad}^{-1}$$

Q18) $G_{dB}(\omega) = 20 \log(|H_{00}(j\omega)|)$
 $= \underbrace{20 \log\left(\frac{K_1 K_2 K_3}{\omega}\right)}_{\text{terme intégrateur}} - \underbrace{20 \log\left(\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}\right)}_{\text{ordre 1}}$



- diagramme de bode asymptotique
- diagramme de bode en phase réel

Q20) Ainsi, pour avoir une marge de phase de 45°, il faut $\omega_{0dB} = \omega_0$

$$\Leftrightarrow \frac{K_1 K_2 K_3}{\omega_0 \sqrt{2}} = 1$$
$$\Rightarrow K_3 = \frac{\omega_0 \sqrt{2}}{K_1 K_2}$$

Q21) Déphasements trop importants $\Leftrightarrow M_{\varphi}$ trop petite

Remarque : on appelle que $M_{\varphi} = 0$ est la limite d'instabilité

↳ Comme $\varphi(\omega)$ est une fonction décroissante de la pulsation et $M\varphi = \varphi(\omega_{0dB}) + 180$, cela signifie que l'ajout de l'anticipation a augmenté ω_{0dB} par rapport à ω_0 sans anticipation.

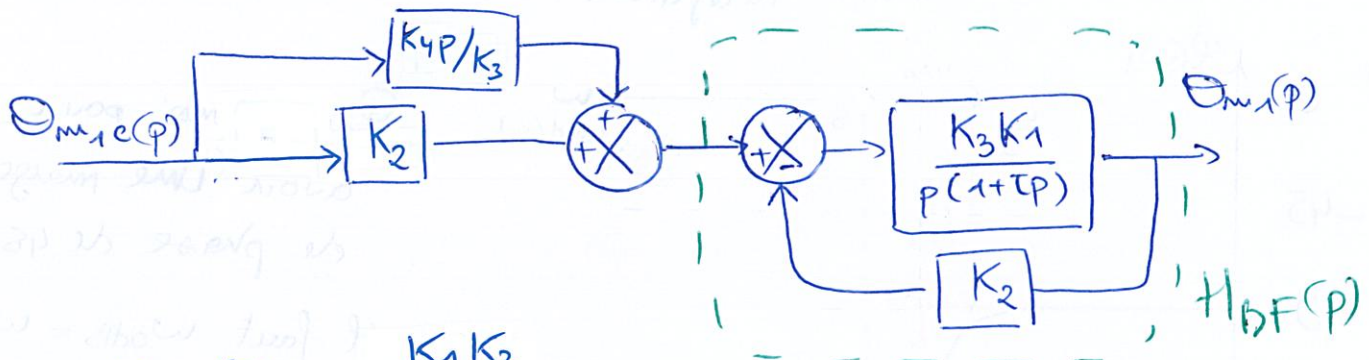
↳ On veut donc re-diminuer ω_{0dB}

⇔ diminuer K_3 !

Remarque : Pour vérifier que l'on ne dit pas n'importe quoi, on peut avoir en tête :

↳ gain \nearrow ⇒ système \oplus rapide mais \ominus amorti i.e qui se rapproche de l'instabilité

Q22) D'après le schéma - blocs, en (de + en + de déplacements) déplaçant le sommateur \oplus vers l'amont :



avec $H_{BF}(p) = \frac{K_1 K_3}{p(1+\tau p) + K_1 K_2 K_3}$

$$\Rightarrow \Theta_{m1}(p) = \Theta_{m1c}(p) H_{BF}(p) \left[K_2 + \frac{K_4 p}{K_3} \right]$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{U}(p) = \Theta_{m1c}(p) - \Theta_{m1}(p) = \Theta_{m1c}(p) \left[1 - H_{BF}(p) \left(K_2 + \frac{K_4 p}{K_3} \right) \right]$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{U}(p) = \frac{p(1+\tau p - K_1 K_4)}{\tau(1+\tau p) + K_1 K_2 K_3} \Theta_{m1c}(p)$$

Q23) Pour une consigne en échelon, l'erreur de position $\mu_p = \lim_{p \rightarrow 0^+} p \mu(p)$ où $\Theta_{mic}(p) = \frac{\Theta_{mo}}{p}$

$\Rightarrow \mu_p = 0 \text{ rad} \Rightarrow$ cahier des charges est valide
 puisque $\mu_p < \frac{0,1}{100} \Theta_{mo}$

Pour une consigne en rampe $\Theta_{mic}(p) = \frac{\omega_{mo}}{p^2}$, l'erreur de traçage $\mu_v = \lim_{p \rightarrow 0^+} p \mu(p)$

$\Rightarrow \mu_v = \frac{1 - K_1 K_4}{K_1 K_2 K_3} \omega_{mo}$

Q24) Pour minimiser μ_v il $\mu_v = 0 \Leftrightarrow K_4 = \frac{1}{K_1}$

Dans ce cas, $\mu_v < \frac{0,1}{100} \omega_{mo}$.

\Rightarrow le cahier des charges est valide.

Application numérique: $K_4 = \frac{1}{62,9} \approx 0,016 \text{ volt/(rad/s)}$

Annexe – Robot « Delta » de transfert de produits

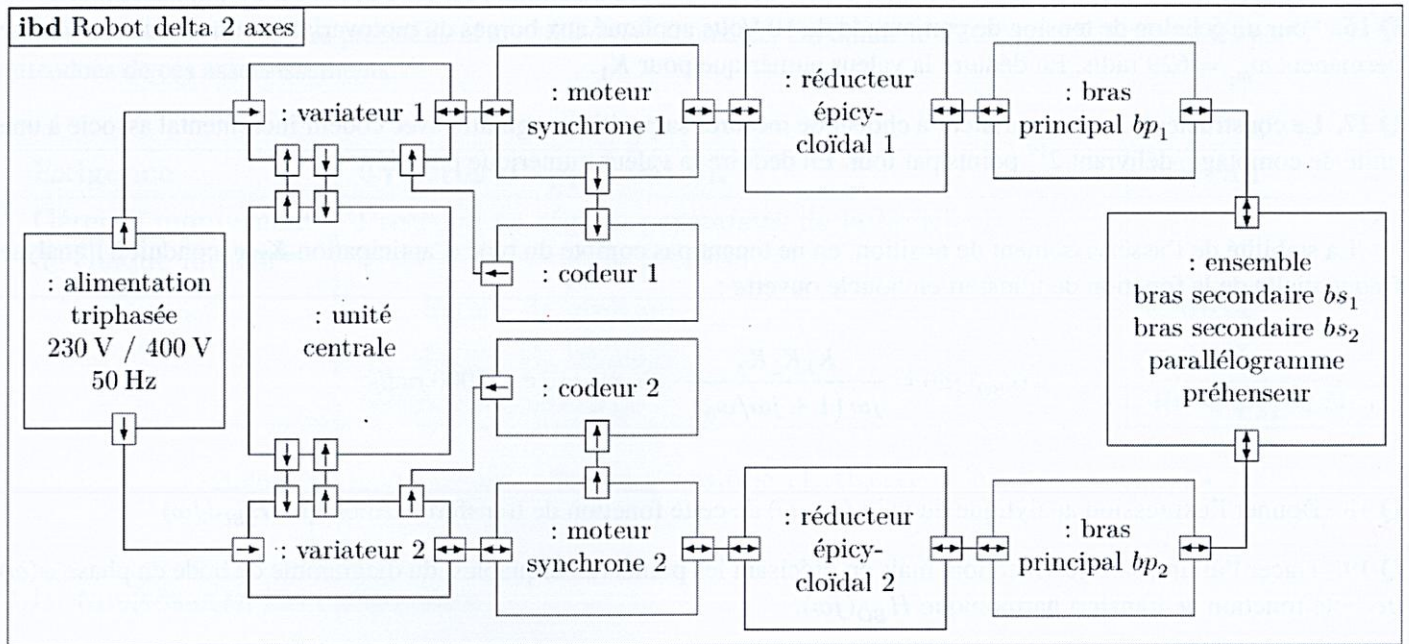


FIGURE 5 – Diagramme de blocs internes partiel du robot « Delta »

Document réponse – Question 8

