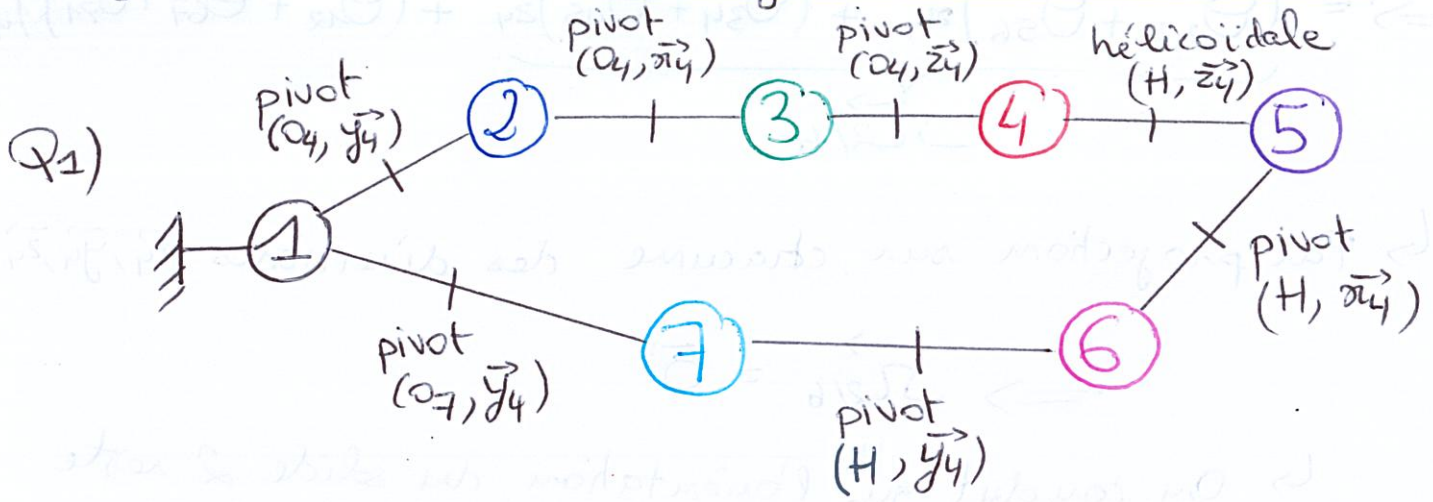


D_{S5}: Plan horizontal réglable d'un Airbus A330 (1)



Q2) D'après les liaisons :

$$V_{1/2} = \begin{cases} \dot{\theta}_{12} \vec{y}_4 \\ \vec{0} \end{cases} \quad \text{et}$$

↳ Ainsi, par composition des torseurs pour les solides 1-2-3 en série

$$V_{2/3} = \begin{cases} \dot{\theta}_{23} \vec{x}_4 \\ \vec{0} \end{cases}$$

$$V_{1/3} = V_{1/2} + V_{2/3}$$

$$\Leftrightarrow V_{1/3} = \begin{cases} \dot{\theta}_{23} & 0 \\ \dot{\theta}_{12} & 0 \\ 0 & 0 \end{cases} (\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$$

⇒ On reconnaît une liaison sphérique à doigt de centre O_4 bloquée selon \vec{z}_4 .

Q3) Puisque la vis a une hélice à droite, alors :

$$V_{5/4} = \begin{cases} \dot{\theta}_{54} \vec{z}_4 \\ \frac{P}{2\pi} \dot{\theta}_{54} \vec{z}_4 \end{cases}$$

Remarque : on appelle que la forme est la même en tout point de l'axe (H, \vec{z}_4)

Q4) Par fermeture cinématique des vitesses de rotation :

$$\vec{0} = \vec{\Omega}_{1/2} + \vec{\Omega}_{2/3} + \vec{\Omega}_{3/4} + \vec{\Omega}_{4/5} + \vec{\Omega}_{5/6} + \vec{\Omega}_{6/7} + \vec{\Omega}_{7/1}$$

⇒ Pour ceux n'ayant écrit en $O_4 \in (H, \vec{z}_4)$, c'est tout aussi juste !

$$\Leftrightarrow \vec{0} = \underbrace{(\dot{\Theta}_{23} + \dot{\Theta}_{56})}_{\vec{\Omega}_{2/6}} \vec{x}_4 + (\dot{\Theta}_{34} + \dot{\Theta}_{45}) \vec{z}_4 + (\dot{\Theta}_{12} + \dot{\Theta}_{67} + \dot{\Theta}_{71}) \vec{y}_4$$

↳ Par projection sur chacune des directions $\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4$

$$\Rightarrow \vec{\Omega}_{2/6} = \vec{0}$$

↳ On conclut que l'orientation du solide 2 reste fixe au cours du temps par rapport à celle de 6.

Q5) Par fermeture géométrique dans le triangle $O_4 H O_7$:

$$\vec{O}_4 H + H \vec{O}_7 + \vec{O}_7 O_4 = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \lambda \vec{z}_4 = a \vec{x}_7 - a \vec{x}_1 + b \vec{z}_1$$

$$\Leftrightarrow \lambda^2 = 2a^2 + b^2 - 2ab \sin(\beta) - 2a^2 \cos(\beta)$$

carre scalaire

Q6) Pour $\beta \ll 1$ alors $\begin{cases} \sin(\beta) \approx \beta \text{ et } \cos(\beta) \approx 1 \\ \lambda(t) = b + \Delta\lambda(t) \end{cases}$

$$\Rightarrow (b + \Delta\lambda)^2 = b^2 - 2ab\beta$$

$$\text{Or } (b + \Delta\lambda)^2 = b^2 \left(1 + \frac{\Delta\lambda}{b}\right)^2 \approx b^2 \left(1 + 2 \frac{\Delta\lambda}{b}\right)$$

$\frac{\Delta\lambda}{b} \ll 1$

Finalement, $\Delta\lambda = -a\beta$

Q7) L'amplitude angulaire du PHR

(2)

$$\Delta\beta = 4 - (-12) = 16^\circ = \frac{16 \times \pi}{180} \text{ radians}$$

\Rightarrow la course de l'écau vaut : $L = a \Delta\beta$

AN: $L = 0,56 \text{ m} < \underline{1,13 \text{ m}}$

\hookrightarrow la vis est compatible

course théorique possible

Q8) L'écau doit donc translater à la vitesse

minimale $v_e = \frac{L}{\Delta t} = \frac{P}{2\pi} \omega_v$

\uparrow liaison hélicoïdale

$$\Leftrightarrow \omega_v = \frac{2\pi L}{P \Delta t} = 2,5 \text{ rad/s}$$

Q9) cf document réponse

Q10) D'après le schéma-blocs de l'asservissement, le réducteur 7 est dans la chaîne de retour.

\Rightarrow Il permet de "mesurer" Θ_v

\Rightarrow Il réalise la fonction générique "acquies"

De même, la comparaison de la consigne et de la

rotation mesurée de la vis vaut Θ_{PS} au

niveau du sommateur Θ_{PS1}



\Rightarrow c'est le train épicycloïdal qui réalise Θ_{PS2} cette comparaison!

Q11) Dans les conditions d'Heaviside, on pose les équations de la MCC dans le domaine de Laplace :

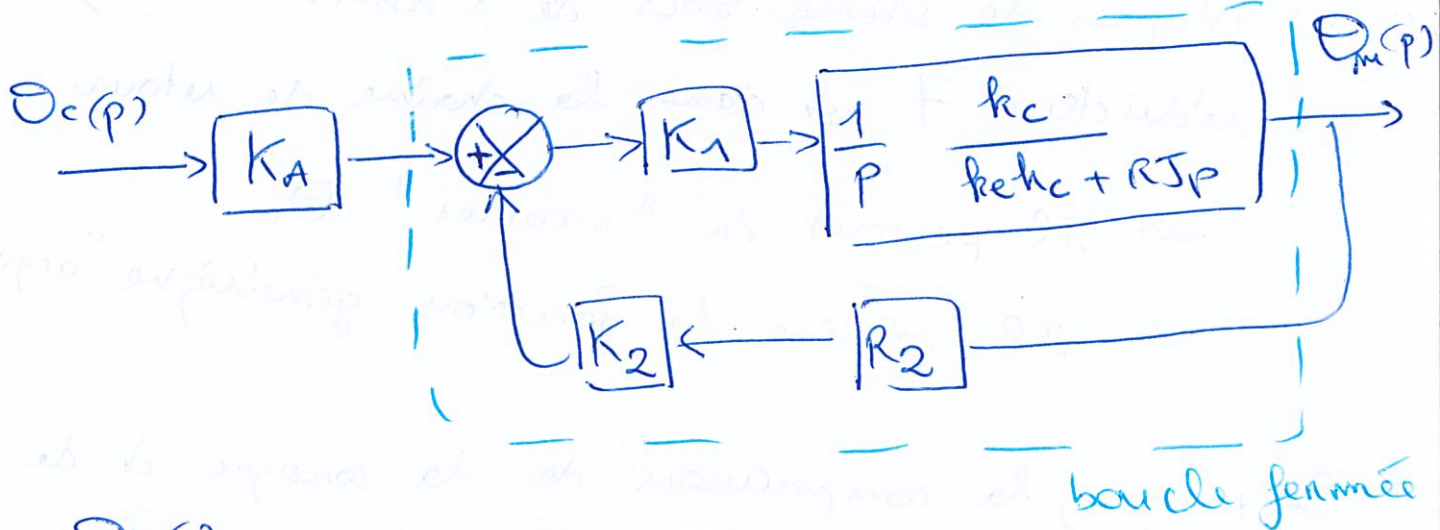
$$\Rightarrow \begin{cases} U(p) = E(p) + R I(p) & C_m(p) = k_c I(p) \\ E(p) = k_e \Omega(p) & J p \Omega(p) = C_m(p) \end{cases}$$

De plus, $\Omega(p) = p \Theta_m(p)$ puisque $\frac{d\Theta_m(t)}{dt} = \omega(t)$

$$\Rightarrow \Theta_m(p) = \frac{\Omega(p)}{p} \quad \text{et} \quad U(p) = k_e \Omega(p) + R \frac{C_m(p)}{k_c} \\ = \left(k_e + \frac{R J p}{k_c} \right) \Omega(p)$$

$$\Rightarrow \frac{\Theta_m(p)}{U(p)} = \frac{1}{p} \frac{1}{k_e + \frac{R J p}{k_c}}$$

↳ on a donc le schéma-blocs suivant :



$$\Rightarrow \frac{\Theta_m(p)}{O_c(p)} = \frac{K_A K_1 k_c}{K_1 k_c K_2 R_2 + (k_e k_c + R J p) p}$$

H(BF(p))

H(BF(p))

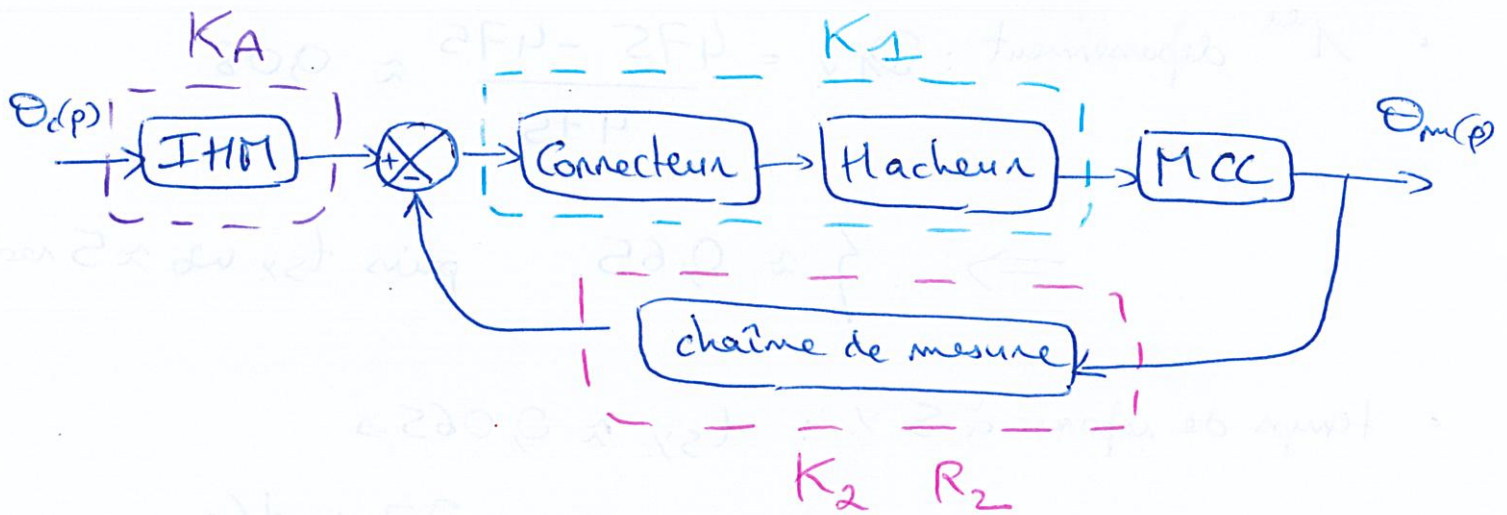
↳ on met cette fonction de transfert sous forme

(3)

canonique :

$$\Rightarrow M(p) = \frac{\overbrace{K_A / R_2 K_2} = K}{1 + \underbrace{\frac{k_e}{K_1 k_c K_2 R_2}}_{= \frac{2\zeta}{\omega_0}} p + \underbrace{\frac{R J}{K_1 k_c K_2 R_2}}_{= 1/\omega_0^2} p^2}$$

Q12) la structure classique de l'asservissement d'une MCC est :



⇒ K_1 gain du {connecteur + hacheur} et $K_2 R_2$ celui de la chaîne de mesure.

Mais, au vu des unités K_2 en V/rad et $R_2 = 1/180$, on

peut préciser : $R_2 \rightarrow$ réducteur

$K_2 \rightarrow$ capteur de position

Enfin, puisque $E(p) = K_A \Theta_c(p) - K_2 R_2 \Theta_m(p)$

lorsque $\Theta_c(p) = \Theta_m(p)$, il faut $K_A = K_2 R_2$ pour

avoir une erreur nulle.

Remarque : c'est ce qui permet de mettre le schéma-blocs sous forme d'un retour unitaire $\Leftrightarrow K=1$ "bon asserv"

Q13) À la précision des tracés près, on mesure :

$$\bullet \lim_{t \rightarrow +\infty} \theta_m(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{M(p)}{K_A} U(p) = \frac{K}{K_A} \times 1 \text{ Volt} \approx 475 \text{ rad}$$

Th. valeur finale

$$\hookrightarrow \text{Pour } K_A = K_2 R_2 \Rightarrow K \approx 1 = 21,2 \times 10^{-2} \text{ V/rad}$$

$$\bullet 1^{\text{er}} \text{ dépassement : } D_{1\%} \approx \frac{515 - 475}{475} \approx 0,08$$

$$\Rightarrow \zeta \approx 0,65 \quad \text{puis } t_{s\%} \omega_0 \approx 5 \text{ rad}$$

$$\bullet \text{ temps de réponse à 5 \% : } t_{s\%} \approx 0,065 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \omega_0 \approx 77 \text{ rad/s}$$

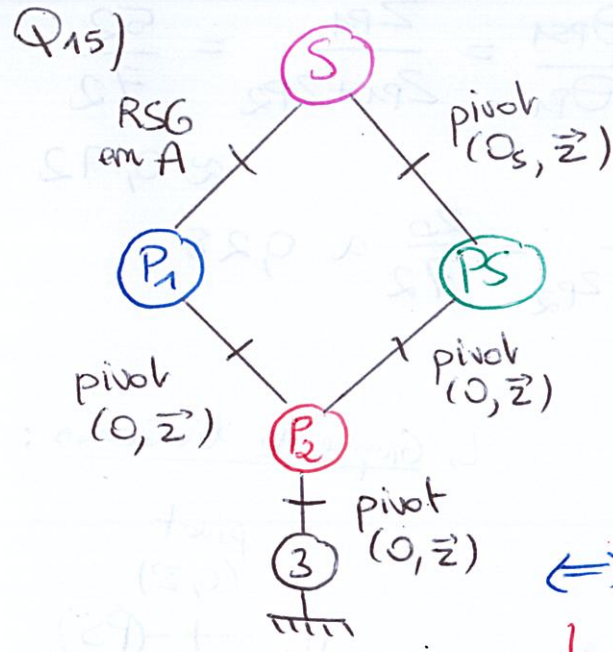
Q14) Toutes les roues dentées de ces engrenages ont un axe de rotation fixe par rapport au bâti

\hookrightarrow on peut donc appliquer la relation fondamentale des trains d'engrenages simples, on trouve alors :

$$R_1 = \frac{\theta_{P1}}{\theta_m} = \frac{Z_1}{Z_{2a}} \times \frac{Z_{2b}}{Z_{3a}} \times \frac{Z_{3b}}{Z_4} \times \frac{Z_4}{Z_5} \times (-1)^4 = \frac{5}{26} \approx 0,192$$

$$R_6 = \frac{\theta_v}{\theta_d} = \frac{Z_6}{Z_7} \times \frac{Z_7}{Z_{8a}} \times \frac{Z_{8b}}{Z_{9a}} \times (-1)^3 = -\frac{1}{5} = -0,2$$

$$R_7 = \frac{\theta_{P2}}{\theta_v} = \frac{Z_{9b}}{Z_{10}} \times (-1)^1 = -\frac{1}{2}$$



Roulement sans glissement entre P_1 et S au point A :

$$\vec{V}_A \in P1/S = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{V}_A \in P1/PS = \vec{V}_A \in S/PS$$

↳ composition des vitesses par PS

$$\Leftrightarrow \vec{0} + \vec{AO} \wedge \omega_{P1/PS} \vec{z} = \vec{0} + \vec{AO}_S \wedge \omega_{S/PS} \vec{z}$$

↳ changement de point

$$\Leftrightarrow r_{P1} \omega_{P1/PS} = r_S \omega_{S/PS} \quad (i)$$

↳ projections sur \vec{y}

Q16) Par analogie, puisque le contact entre les roues P_2 et S est un contact extérieur, alors :

$$r_{P2} \omega_{P2/PS} = - r_S \omega_{S/PS} \quad (ii)$$

Q17) Pour que les roues dentées puissent engrener, il faut qu'elles aient le même module $m = \frac{r_i}{z_i} (*)$

$$\frac{(i)}{(ii)} \Leftrightarrow \frac{\omega_{P1/PS}}{\omega_{P2/PS}} = - \frac{r_{P2}}{r_{P1}} = - \frac{z_{P2}}{z_{P1}}$$

(*)

composition des vitesses ↗

$$\Leftrightarrow \frac{\omega_{P1/3} - \omega_{PS/3}}{\omega_{P2/3} - \omega_{PS/3}} = - \frac{z_{P2}}{z_{P1}}$$

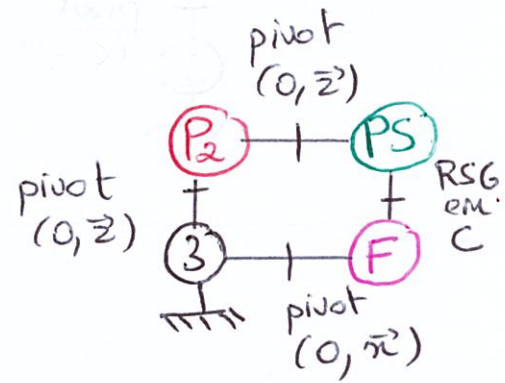
Q18) cette relation se réécrit :

$$\underbrace{\omega_{PS/3}}_{\text{sortie}} = \frac{1}{1 + \frac{z_{P2}}{z_{P1}}} \left(\underbrace{\omega_{P1/3}}_{\text{entrées}} + \frac{z_{P2}}{z_{P1}} \omega_{P2/3} \right)$$

On identifie alors : $R_3 = \frac{\Theta_{PS1}}{\Theta_{P1}} = \frac{Z_{P1}}{Z_{P1} + Z_{P2}} = \frac{52}{72} \approx 0,72$
 et $R_4 = \frac{\Theta_{PS2}}{\Theta_{P2}} = \frac{Z_{P2}}{Z_{P1} + Z_{P2}} = \frac{20}{72} \approx 0,28$.

Q19) Roulement sans glissement entre PS et F au point C :

↳ Graphes de liaisons :



$$\vec{V}_{C \in PS/F} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{V}_{C \in PS/3} = \vec{V}_{C \in F/3}$$

$$\Leftrightarrow \vec{0} + \vec{CO} \wedge \omega_{PS/3} \vec{z} = \vec{0} + \vec{CO} \wedge \omega_{F/3} \vec{z}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{(\rho_{PS} \vec{x} - \rho_F \vec{z})}_{\vec{CO}} \wedge \omega_{PS/3} \vec{z} = (\rho_{PS} \vec{x} - \rho_F \vec{z}) \omega_{F/3} \vec{z}$$

$$\Leftrightarrow -\rho_{PS} \omega_{PS/3} \vec{y} = -\rho_F \omega_{F/3} \vec{y} \quad \text{On les rayons sont égaux puisque } Z_{PS} = Z_F \text{ (roues de même module)}$$

$$\Rightarrow |\vec{y}| : \frac{\omega_{PS/3}}{\omega_{F/3}} = 1$$

Q20) Le différentiel permet aux deux planetaires D_1 et D_2 de tourner à des vitesses différentes. Ainsi, même en cas de panne de l'un d'eux, la vis peut toujours être entraînée en rotation.

↳ Le différentiel permet de diminuer la probabilité de défaillance / heure de vol.

Q21) On identifie : $\begin{cases} S_1 \text{ et } S_2 \text{ les satellites} \\ D \text{ le porte-satellites} \\ D_1 \text{ et } D_2 \text{ les planetaires} \end{cases}$

Q20) Par rapport au porte-satellite D, le train d'engrenages $D_1 - S_1 - D_2$ se comporte comme un train d'engrenages simples, donc: (5)

$$\frac{\omega_{D_1/D}}{\omega_{D_2/D}} = \frac{\omega_{D_1/D}}{\omega_{S_1/D}} \times \frac{\omega_{S_1/D}}{\omega_{D_2/D}} = \frac{Z_{S_1}}{Z_{D_1}} \times \left(-\frac{Z_{D_2}}{Z_{S_1}} \right)$$

↳ Par composition des vitesses de rotation:

$$\frac{\omega_{D_1/3} - \omega_{D/3}}{\omega_{D_2/3} - \omega_{D/3}} = -1 \Leftrightarrow \omega_{D/3} = \frac{1}{2} (\omega_{D_1/3} + \omega_{D_2/3})$$

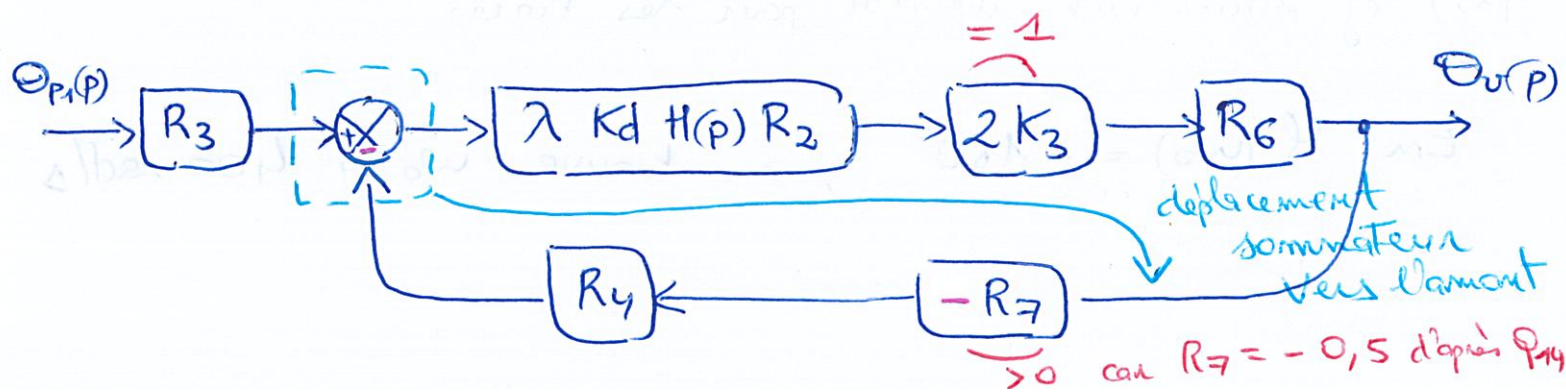
Or les entrées D_1 et D_2 sont elles-mêmes entraînées via les engrenages extérieurs $D_1 - H_1$ et $D_2 - H_2$:

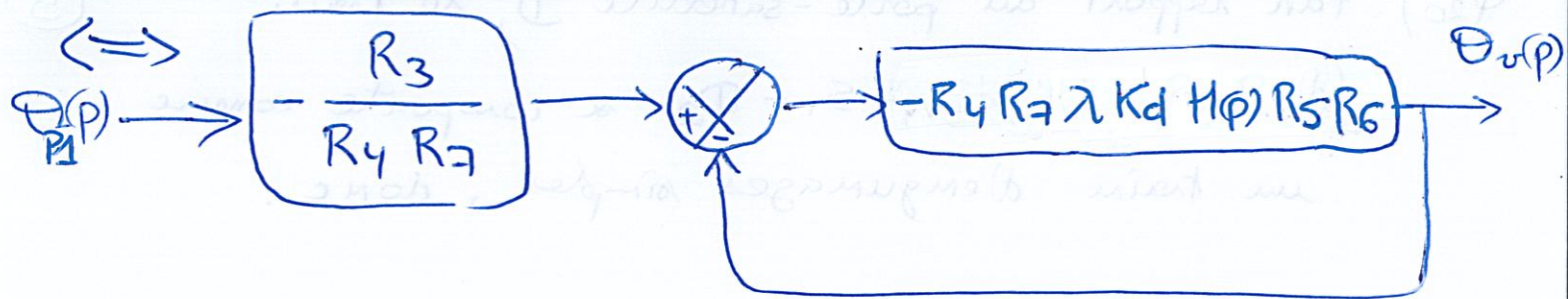
$$\Rightarrow \omega_{D_1/3} = -\frac{Z_{H_1}}{Z_{D_1}} \omega_{H_1/3} \quad R_5 = -\frac{2}{7} \approx -0,286 \quad \text{et} \quad \omega_{D_2/3} = -\frac{Z_{H_2}}{Z_{D_2}} \omega_{H_2/3} \quad R_5$$

Au final,
$$\omega_{D/3} = \frac{1}{2} (R_5 \omega_{H_1/3} + R_5 \omega_{H_2/3})$$

$$K_3$$

Q23) Puisque les deux moteurs hydrauliques sont identiques, on a le schéma-bloc équivalent:





↳ on identifie : $G_3(p) = -\frac{R_3}{R_4 R_7}$

et $T_h(p) = -\lambda K_d H(p) R_5 R_6 R_4 R_7$

Q24) cf document réponse pour les tracés

↳ On remarque que phase commence à -90°

↳ caractéristique d'un classe 1

Puis elle évolue de -90° à -270° ie -180°

↳ caractéristique d'un ordre 2

↳ ce qui est confirmé par la présence d'une résonance sur le diagramme de Bode en gain

↳ On propose : $T_h(p) = \frac{K}{p(1 + \frac{2\zeta}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2})}$

Q25) cf document réponse pour les tracés

En $\varphi(\omega_0) = -180^\circ$, on trouve $\omega_0 \approx 400 \text{ rad/s}$

$-90^\circ - 90^\circ$

due à l'intégration

Aux basses pulsations, $Th(p) \approx \frac{K}{P}$ (6)
($\omega \ll \omega_0$)

$$\Leftrightarrow G_{dB}(\omega) \approx 20 \log\left(\frac{K}{\omega}\right)$$

Pour $\omega = 100 \text{ rad/s}$, on mesure $G_{dB}(\omega) = -22,5 \text{ dB}$

$$\Rightarrow K = \omega 10^{\frac{G_{dB}(\omega)}{20}} \approx 7,5 \text{ s}^{-1}$$

Enfin, à ω_0 : $G_{dB}(\omega_0) = 20 \log\left(\frac{K}{2\zeta\omega_0}\right)$ ⚠ à

On mesure $G_{dB}(\omega_0) \approx -27 \text{ dB}$

$$\Rightarrow \zeta = \frac{K}{2\omega_0} 10^{-\frac{G_{dB}(\omega_0)}{20}} \approx 0,21$$

cohérent $< \frac{1}{\sqrt{2}}$ avec résonance

Q26) cf document réponse pour le tracé

↳ Avec la question précédente, $\omega_{-180^\circ} = \omega_0$

$$\Rightarrow M_G = -G_{dB}(\omega_0) = 27 \text{ dB} > 12 \text{ dB} \text{ du CdCF}$$

Q27) Aux basses pulsations, $Th(p) \approx \frac{K}{P}$
($\omega \ll \omega_0$)

$$\hookrightarrow \omega_{0dB} \text{ tel que } |Th(j\omega_{0dB})| = 1 = \frac{K}{\omega_{0dB}}$$

$$\Rightarrow \omega_{0dB} \approx 7,5 \text{ rad/s}$$

Alors: $M_\varphi = 180^\circ + \varphi(\omega_{0dB}) \approx 180 - 90^\circ \approx 90^\circ > 50^\circ$ du CdCF

Q28) D'après le critère du revers, puisque les marges de stabilité $M_G > 0$ et $M_Y > 0$ alors:

\Rightarrow l'assemblage des moteurs hydrauliques est stable.

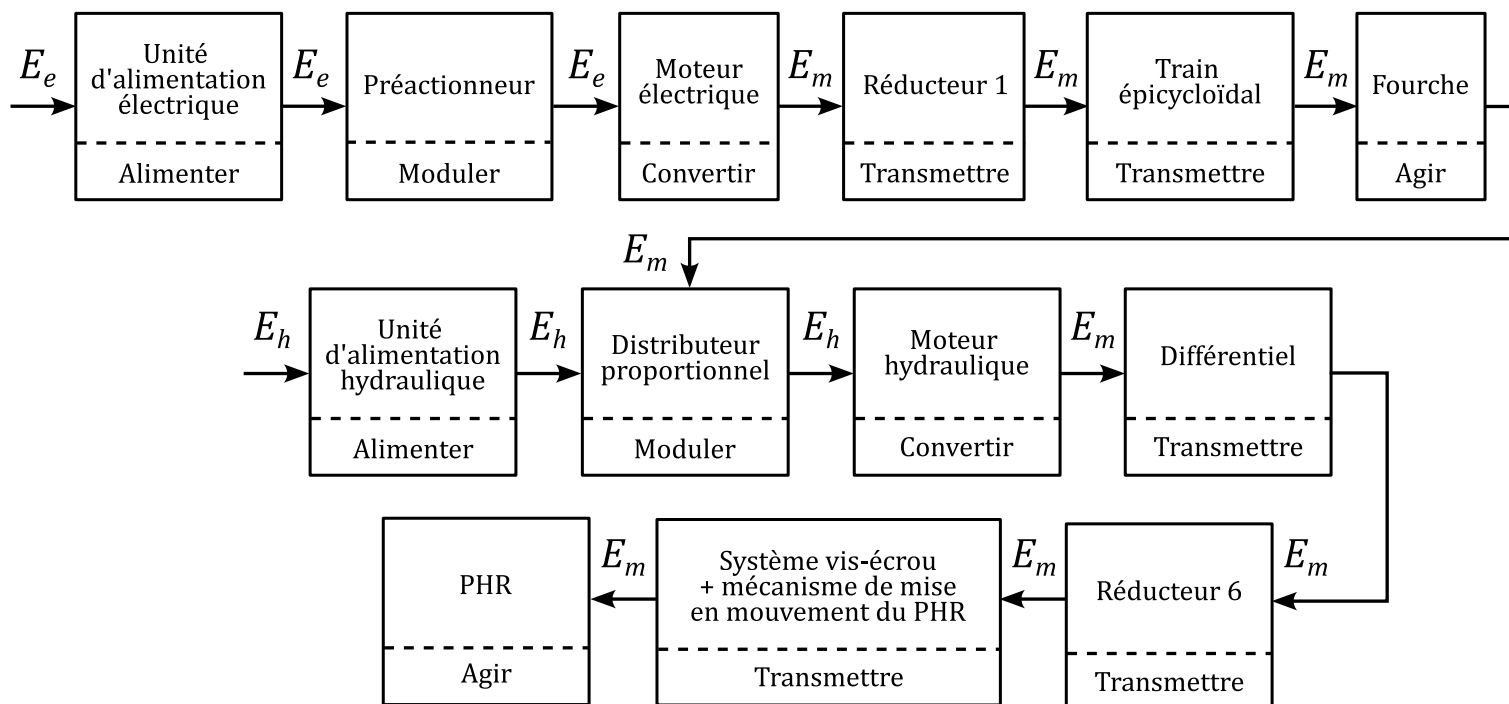
De même, la FTBO est de classe 1 et n'est pas perturbée. L'erreur de position est donc nulle.

Rappel: erreur de position est $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$ pour une entrée en échelon.

\Rightarrow critère de précision est vérifié.

Document Réponse : Plan horizontal réglable d'un A330

Question 9 :



Question 13 (début) :

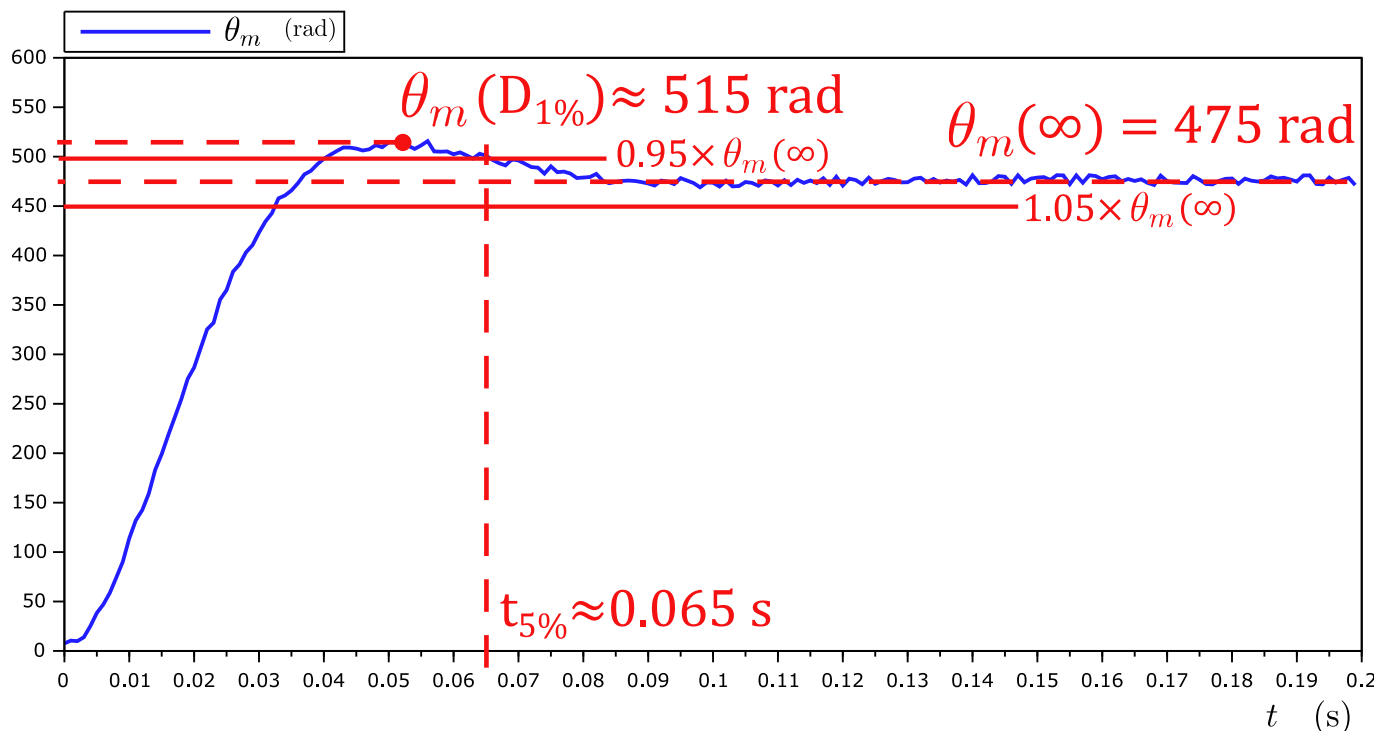
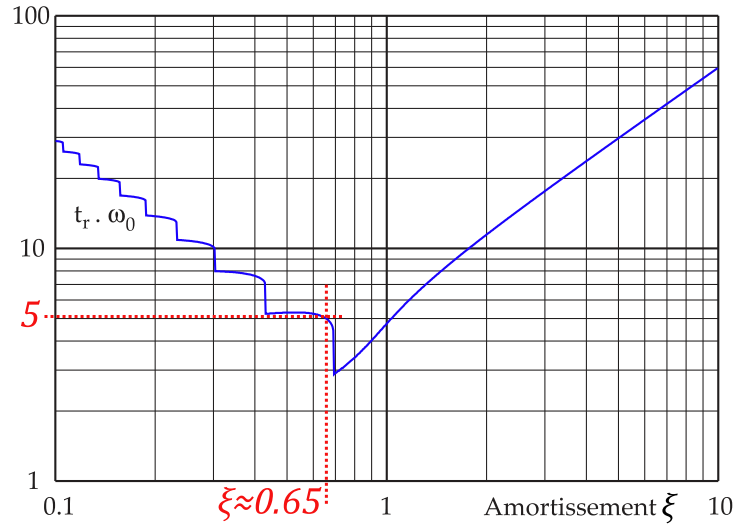
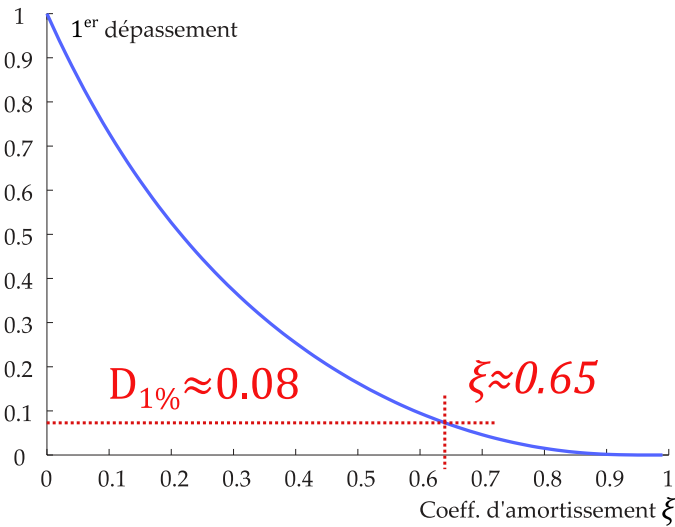


FIGURE 6 – Réponse de l'asservissement de position de la MCC à un échelon de consigne de $u_e(t) = 1 \text{ Volt}$.

Document Réponse : Plan horizontal réglable d'un A330

Question 13 (suite) :



Question 24, 25 et 26 :

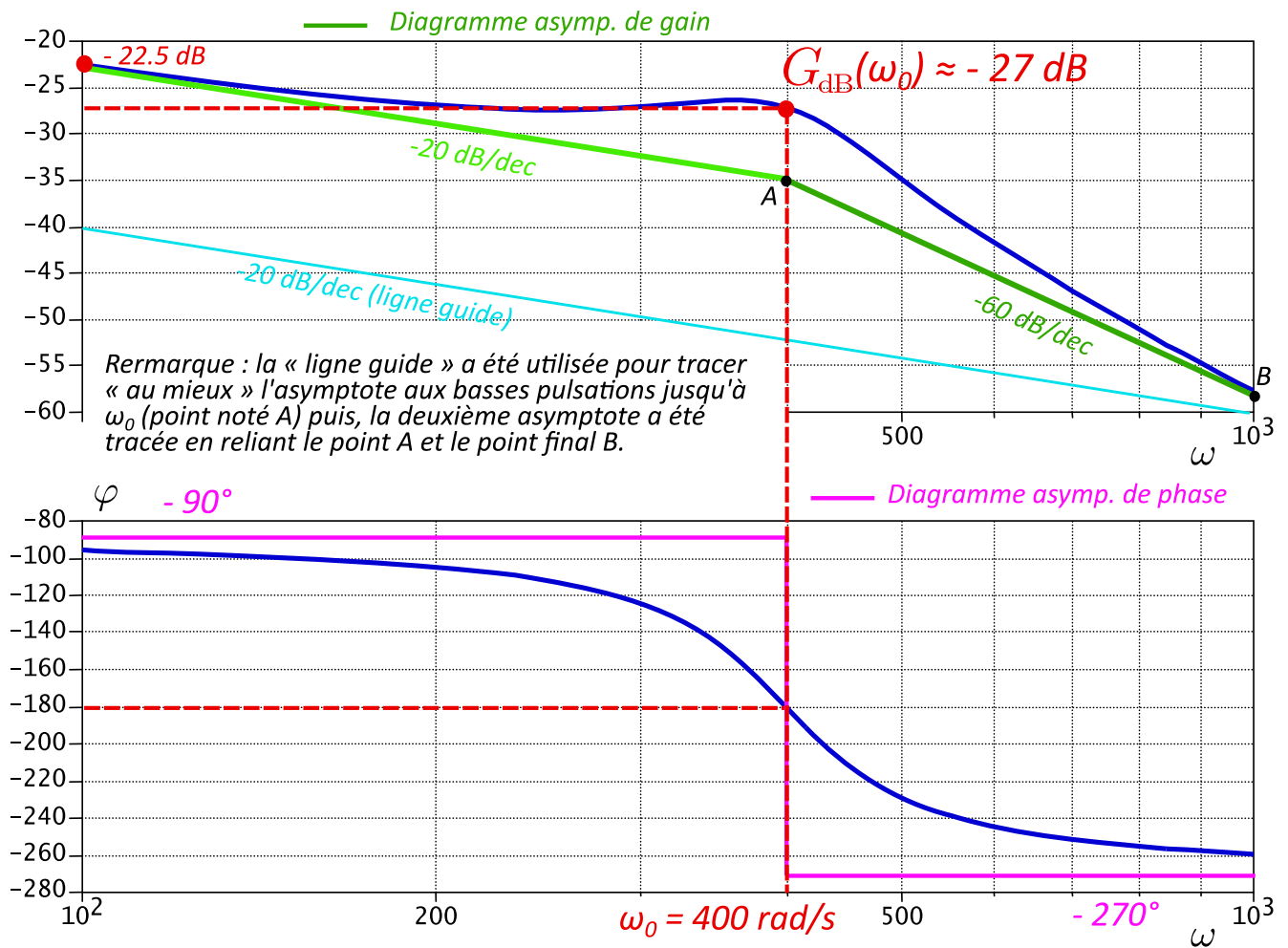


FIGURE 7 – Diagrammes de Bode de la fonction de transfert $T_h(p)$.