

# Robot de chirurgie mini-invasive avec retour de force

## 1 Contexte et Présentation du système

La chirurgie mini-invasive consiste à réaliser les actes chirurgicaux en réalisant de toutes fines incisions permettant juste de faire glisser au travers les instruments et une caméra. Le chirurgien peut alors procéder à l'opération grâce au retour visuel de la caméra qui lui permet de visionner la position de ses instruments dans la zone d'intervention médicale.

Cette méthode chirurgicale permet de diminuer les traumatismes post-opératoires et donc le temps d'hospitalisation. Les risques de contamination de l'organisme sont aussi fortement diminués.

La dextérité du chirurgien doit par contre être accrue par rapport à une intervention avec une incision plus grande car les instruments de chirurgie mini-invasive sont fins et allongés, très sensibles au moindre défaut de mouvement.

Pour faciliter le travail du chirurgien et améliorer la qualité des opérations, la robotisation du mouvement des instruments chirurgicaux est désormais possible. Celui-ci utilise un « joystick » (robot maître) qui permet de générer les commandes du robot esclave qui exécute les mouvements. Ce type de système téléopéré « maître-esclave » permet d'accroître la dextérité du chirurgien.

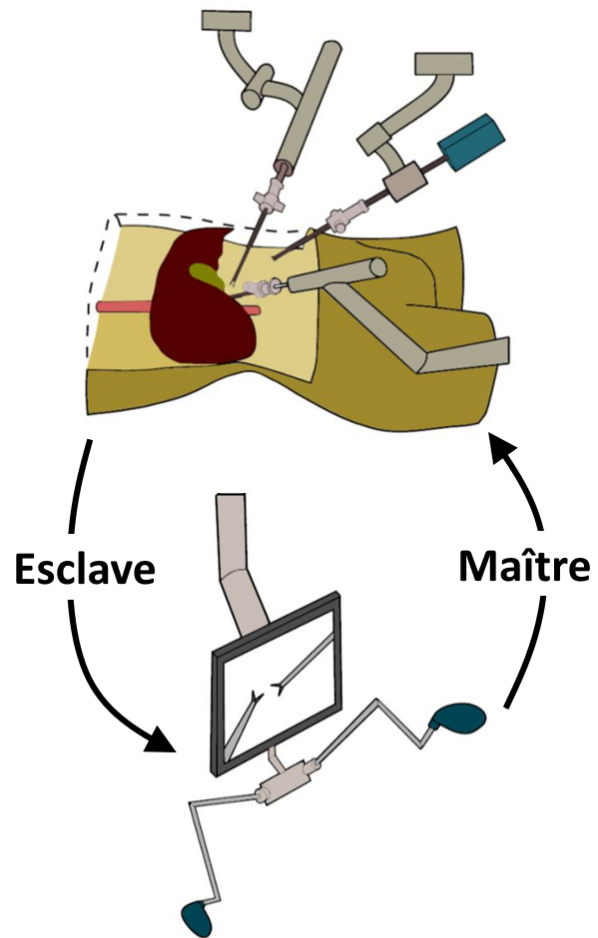


FIGURE 1 – Système de téléopération de chirurgie.

*Dans ce sujet, on se propose d'étudier un robot de chirurgie mini-invasive conçu et réalisé par l'équipe **RobioSS** (Robotique, Biomécanique, Sport, Santé) de l'institut de recherche **CNRS Pprime** de l'Université de Poitiers.*

Le CdCf de ce robot a été partiellement traduit sous-forme de diagramme des exigences tel que fourni en **Annexes**.

*Notre objectif est de valider plusieurs aspects de l'exigence fonctionnelle n°1 : « Reproduire le mouvement du chirurgien ».*

## 2 Validation de l'exigence « 1.2 » de mobilité de l'instrument chirurgical

### 2.1 Paramétrage du mouvement à reproduire par le robot.

Lors d'une intervention mini-invasive classique, les instruments (cf FIGURE 2) sont insérés dans le corps du patient par l'intermédiaire d'un trocart qui permet d'assurer la liberté de mouvement, tout en garantissant l'étanchéité avec le milieu extérieur.

On définit les repères attachés à chacun des solides comme suit :

- Repère lié au patient  $\mathbf{p}$  :  $(A, \vec{x}_p, \vec{y}_p, \vec{z}_p)$ , le point  $A$  étant le point d'insertion du trocart  $\mathbf{4}$  à la surface du corps du patient et  $\vec{z}_p$  le vecteur directeur de la normale extérieure.

- Repère lié au trocart **4** :  $(A, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ , le point  $A$  étant le point d'insertion du trocart **4** à la surface du corps du patient et  $\vec{z}_4$  le vecteur directeur de l'axe du trocart **4**.
- Repère lié à l'outil **3** :  $(A, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ , le point  $A$  étant le point d'insertion du trocart **4** à la surface du corps du patient et  $\vec{z}_3$  le vecteur directeur de l'axe l'outil **3**.

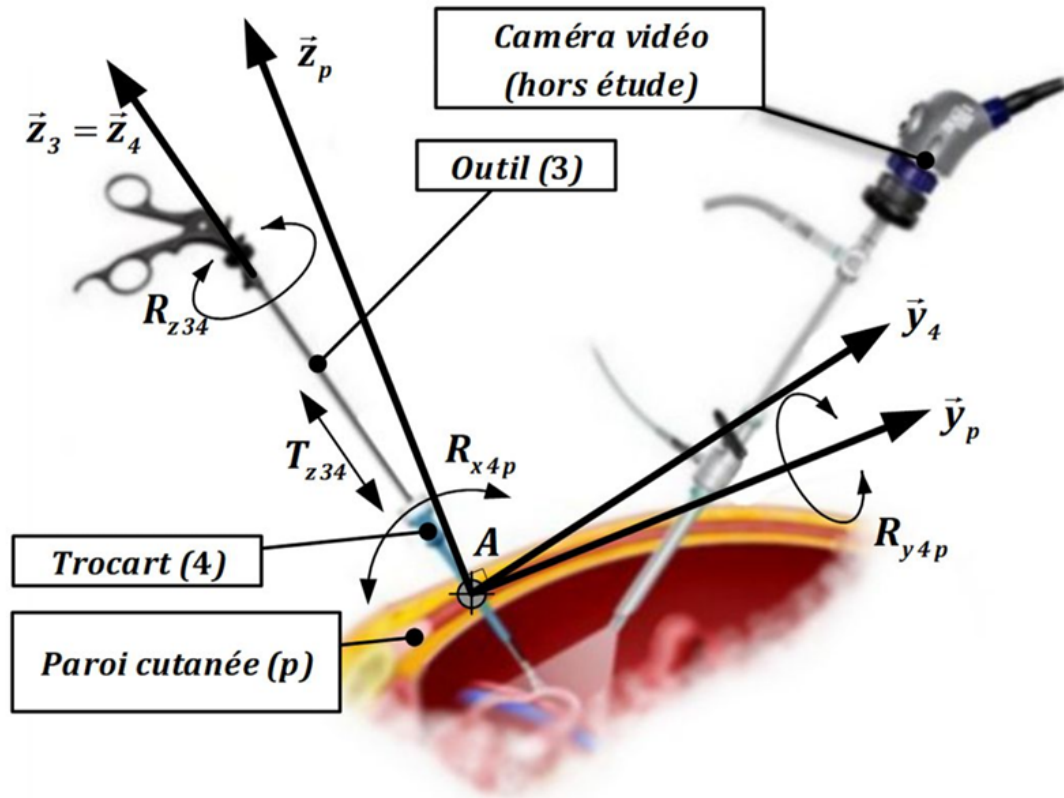


FIGURE 2 – Implantation de l'outil chirurgical et du trocart dans la paroi cutanée du patient.

Du fait de l'élasticité de la paroi cutanée, différentes rotations  $R$  et translations  $T$ , sont possibles entre ces différents solides. Elles sont représentées sur la FIGURE 2 par les mobilités  $R_{x4p}$ ,  $R_{y4p}$ ,  $R_{z34}$  et  $T_{z34}$ . En particulier :

- le trocart **4** peut s'incliner autour du point  $A$ , fixe par rapport au patient  $p$ , autour des axes  $(A, \vec{x}_p)$  et  $(A, \vec{y}_p)$ .
- L'outil **3** peut tourner dans le trocart **4** autour de l'axe  $(A, \vec{z}_3)$  et translater dans la direction  $\vec{z}_3$ .

**Q 1.** À partir de la description des mobilités, écrire les torseurs cinématiques  $\mathcal{V}_{4/p}$  et  $\mathcal{V}_{3/4}$ . Les deux torseurs seront écrits au point de liaison  $A$  et dans la base liée au trocart **4**. Donner le nom de chacune des deux liaisons  $\mathcal{L}_{4/p}$  et  $\mathcal{L}_{3/4}$ .

**Q 2.** En déduire le torseur cinématique  $\mathcal{V}_{3/p}$  qui caractérisera les mouvements que le robot devra pouvoir transmettre à l'outil de chirurgie **3**. Donner le nom de la liaison équivalente qui remplacerait l'ensemble des deux liaisons en série  $\mathcal{L}_{4/p}$  et  $\mathcal{L}_{3/4}$ .

## 2.2 Proposition d'une architecture pour le Robot de chirurgie.

Afin de transmettre les mouvements du chirurgien à l'outil télé-opéré, la solution d'architecture proposée par l'équipe **RobioSS** repose trois liaisons élémentaires (deux liaisons « pivot » et une liaison « pivot-glissant », non parallèles. Un schéma cinématique 3D est donné en FIGURE 3 :

**Q 3.** Écrire les torseurs cinématiques de chacune des liaisons, au point  $A$ . On fera apparaître dans l'écriture de ces torseurs les vitesses  $\dot{\theta}_1$ ,  $\dot{\theta}_2$ ,  $\dot{\theta}_3$  et  $\dot{z}_{32}$  paramétrant chacun des mouvements élémentaires.

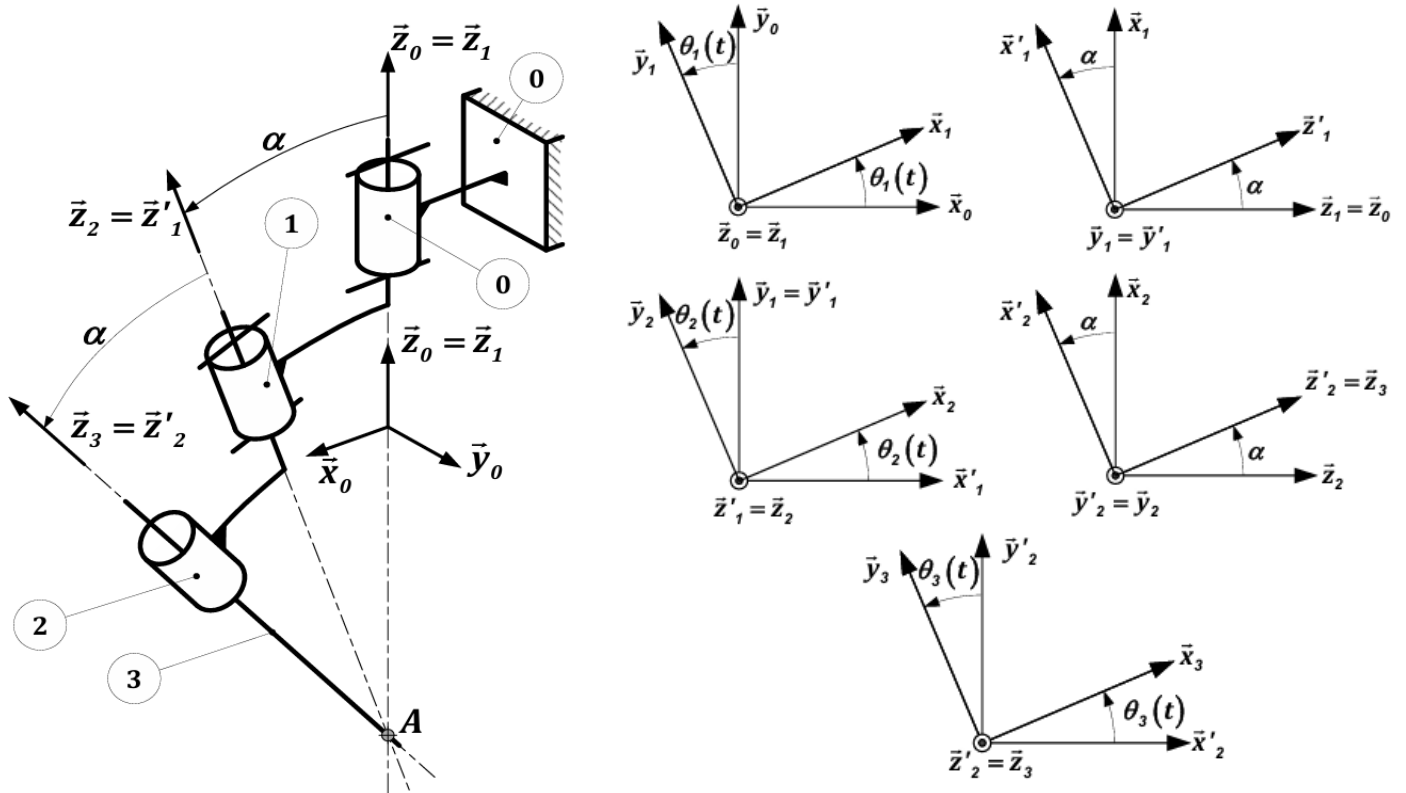


FIGURE 3 – Schéma cinématique 3D du robot et figures de projections planes associées aux différents mouvements élémentaires. Le schéma est proposé pour une configuration particulière :  $\theta_1 = 0$ ,  $\theta_2 = 0$  et  $\theta_3 = 0$ .

**Q 4.** En déduire le torseur cinématique  $\mathcal{V}_{3/0}$ , exprimé au point A, dans son expression la plus condensée et en fonction des vitesses  $\dot{\theta}_1$ ,  $\dot{\theta}_2$ ,  $\dot{\theta}_3$  et  $\dot{z}_{32}$ .

**Q 5.** En faisant les projections nécessaires, exprimer les vecteurs  $\bar{z}'_1$  et  $\bar{z}'_2$  dans la base  $B_3 = (\bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z}_3)$ .

On peut alors montrer que le torseur cinématique du mouvement 3/0 s'écrit au sein de la base  $B_3$  :

$$\mathcal{V}_{3/0} = \left. \begin{matrix} \sin(\alpha) (\sin(\theta_2) \sin(\theta_3) - \cos(\alpha) \cos(\theta_3)(1 + \cos(\theta_2))) \dot{\theta}_1 - \sin(\alpha) \cos(\theta_3) \dot{\theta}_2 & 0 \\ \sin(\alpha) (\sin(\theta_2) \cos(\theta_3) + \cos(\alpha) \sin(\theta_3)(1 + \cos(\theta_2))) \dot{\theta}_1 + \sin(\alpha) \sin(\theta_3) \dot{\theta}_2 & 0 \\ (\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) \cos(\theta_2)) \dot{\theta}_1 + \cos(\alpha) \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 & \dot{z}_{32} \end{matrix} \right\}_{A, (\bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z}_3)}$$

### 2.3 Vérification de l'architecture du robot de chirurgie proposée.

On veut montrer que le robot est capable de reproduire les mouvements du chirurgien. Cela signifie qu'à chaque instant discrétisé  $t_k$ , on peut trouver la loi de commande des quatres axes du robot : les trois rotations et la translation, paramétrées par les vitesses  $\dot{\theta}_1$ ,  $\dot{\theta}_2$ ,  $\dot{\theta}_3$  et  $\dot{z}_{32}$ .

On suppose qu'à l'instant initial  $t_0 = 0$  s, la position de référence du robot est telle que :  $\theta_1(t_0) = -\frac{\pi}{4}$ ,  $\theta_2(t_0) = \frac{\pi}{4}$  et  $\theta_3(t_0) = 0$ . À cet instant initial, en faisant l'application numérique pour  $\alpha = 30^\circ$ , qui est un choix des concepteurs, le torseur cinématique du mouvement 3/0 est donc :

$$\mathcal{V}_{3/0} = \left. \begin{matrix} -0.739 \times \dot{\theta}_1 - 0.500 \times \dot{\theta}_2 & 0 \\ 0.354 \times \dot{\theta}_1 & 0 \\ 0.573 \times \dot{\theta}_1 + 0.866 \times \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 & \dot{z}_{32} \end{matrix} \right\}_{A, (\bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z}_3)}$$

À partir de cette position initiale, le chirurgien ordonne un déplacement tel que le torseur cinématique est :

$$\mathcal{V}_{3/0} =_{A, (\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)} \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \psi & 0 \\ 0 & \lambda \end{Bmatrix} \quad \text{où } \psi \text{ et } \dot{\lambda} \text{ sont connus.}$$

**Q 6.** Montrer qu’il existe une et une seule solution pour les commandes des quatre axes, à l’instant  $t_0$  considéré, pour reproduire le mouvement désiré par le chirurgien.

*On pourrait ainsi passer à l’instant discrétisé suivant  $t_1$  et déterminer la loi de commande nécessaire pour continuer à suivre le mouvement désiré par le chirurgien à partir de la nouvelle position atteinte  $\theta_1(t_1)$ ,  $\theta_2(t_1)$  et  $\theta_3(t_1)$ . Si l’on arrive à calculer les lois de commandes à chaque instant  $t_k$ , on peut conclure que le robot est commandable.*

**Q 7.** Pour le même ordre de déplacement précédent, que peut-on dire de la commandabilité du robot si l’on part d’une configuration telle que :  $\theta_2 = \pi$  et  $\theta_3 = 0$ ?

*La position précédente est appelée **position singulière**. Un algorithme de commande permet alors de les identifier et de prendre en compte ce type d’évènement pour néanmoins générer une commande satisfaisante.*

### 3 Vérification de l’exigence « 1.3 » sur le choix des actionneurs

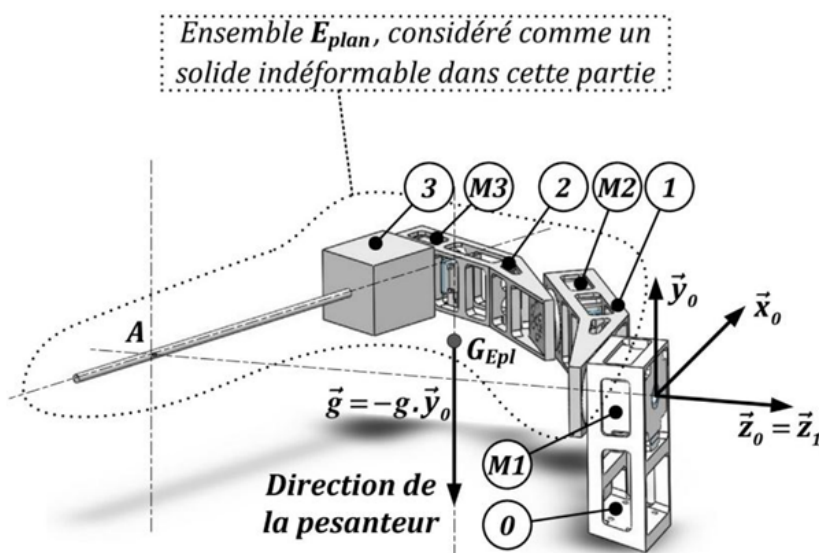
**Q 8.** Que signifie que l’extrémité de l’outil de chirurgie doit suivre le mouvement commandé avec une erreur dynamique de moins de 1%? Cette exigence est-elle plus ou moins stricte que d’imposer une erreur statique de moins de 1%?

#### 3.1 Estimation de l’accélération à imposer dans le motoréducteur $M_1$ de l’axe 1

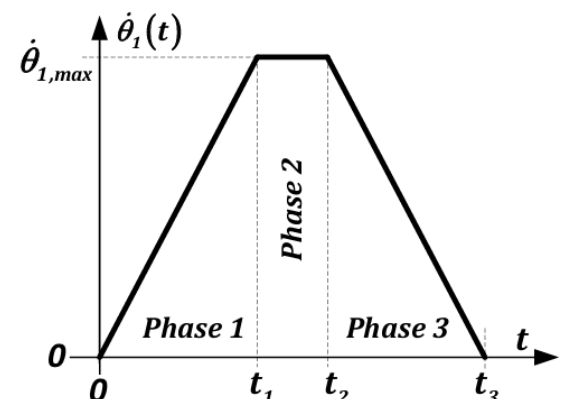
Le cahier des charges précisent que le robot doit être capable de réaliser un demi-tour, autour de chacun de ses axes, en moins de 1 s.

Il apparaît que, une des situations critiques envisageables est lorsque les bras du robot restent dans une configuration plane, complètement déployée, et que ce plan est, en position initiale, le plan horizontal. À partir de cette configuration initiale, on commande l’axe du bras **1** pour que l’ensemble décrive un demi-tour.

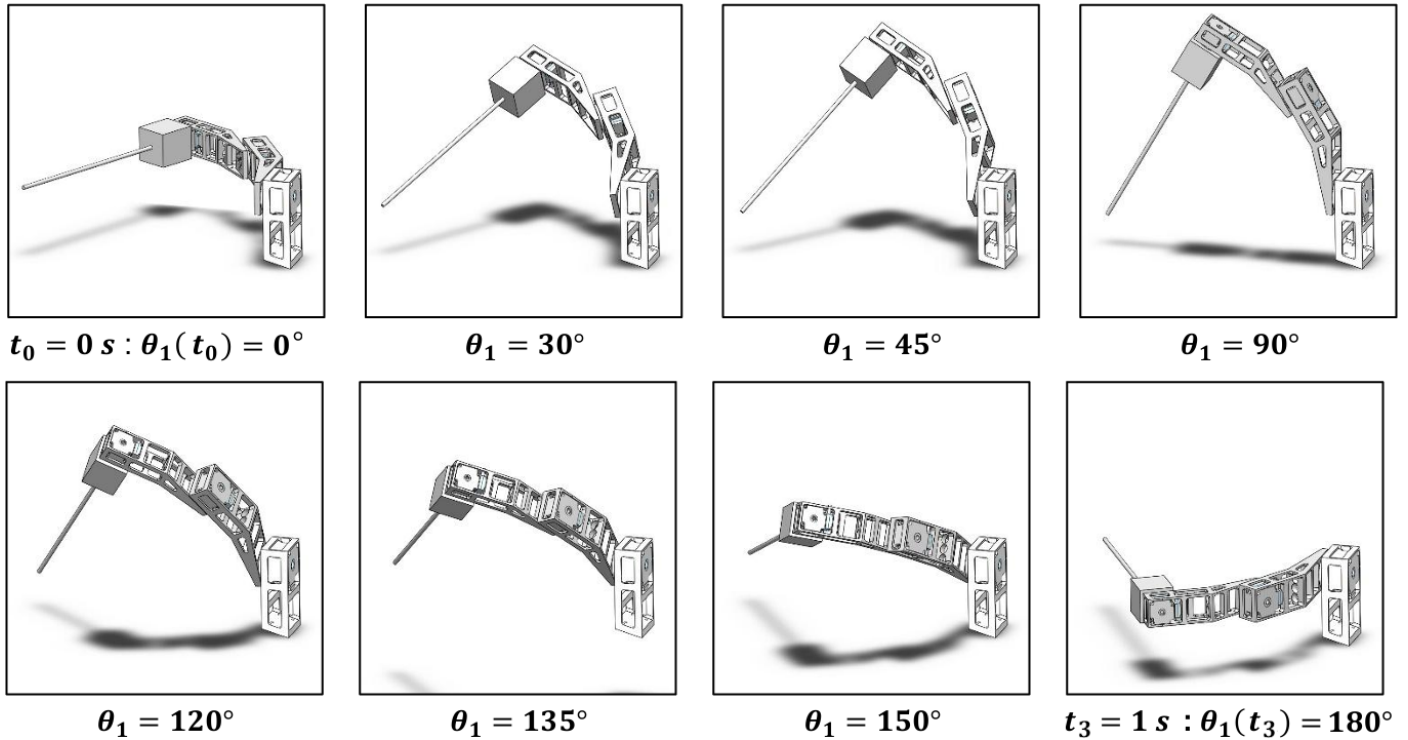
Cela signifie que le motoréducteur  $M_1$  doit être capable d’engendrer ce demi-tour à l’ensemble constitué des solides : **1**,  $M_2$ , **2**,  $M_3$  et **3**, que l’on modélise par un même solide indéformable noté  $E_{plan}$ .



Pour réaliser ce demi-tour tout en limitant les effets dynamiques, on impose que  $M_1$  suive le profil de trapèze de vitesse **symétrique** suivant, avec  $\dot{\theta}_{1,max} = 2\pi \text{ rad/s}$  :



On obtient alors le mouvement suivant de l'ensemble  $E_{plan}$  lors de la commande de  $M_1$  selon le trapèze de vitesse.



**Q 9.** Établir l'expression littérale donnant  $\theta_{1,max} = \theta_1(t_3)$  en fonction de  $\dot{\theta}_{1,max}$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  et  $t_3$ .

**Q 10.** Donner une relation simple donnant  $t_2$  en fonction de  $t_1$  et  $t_3$  et une relation simple entre  $t_1$ ,  $\dot{\theta}_{1,max}$  et  $\ddot{\theta}_1$ .

**Q 11.** En déduire l'expression littérale de  $\ddot{\theta}_1$ , l'accélération durant la phase 1, en fonction de  $\dot{\theta}_{1,max}$ ,  $\theta_{1,max}$  et  $t_3$ .

**Q 12.** Faire l'application numérique de  $\ddot{\theta}_1$ , l'accélération qu'il faudra imposer au motoréducteur  $M_1$  pour réaliser le demi-tour dans le temps imparti.

### 3.2 Vérification du choix du motoréducteur $M_1$ de l'axe 1

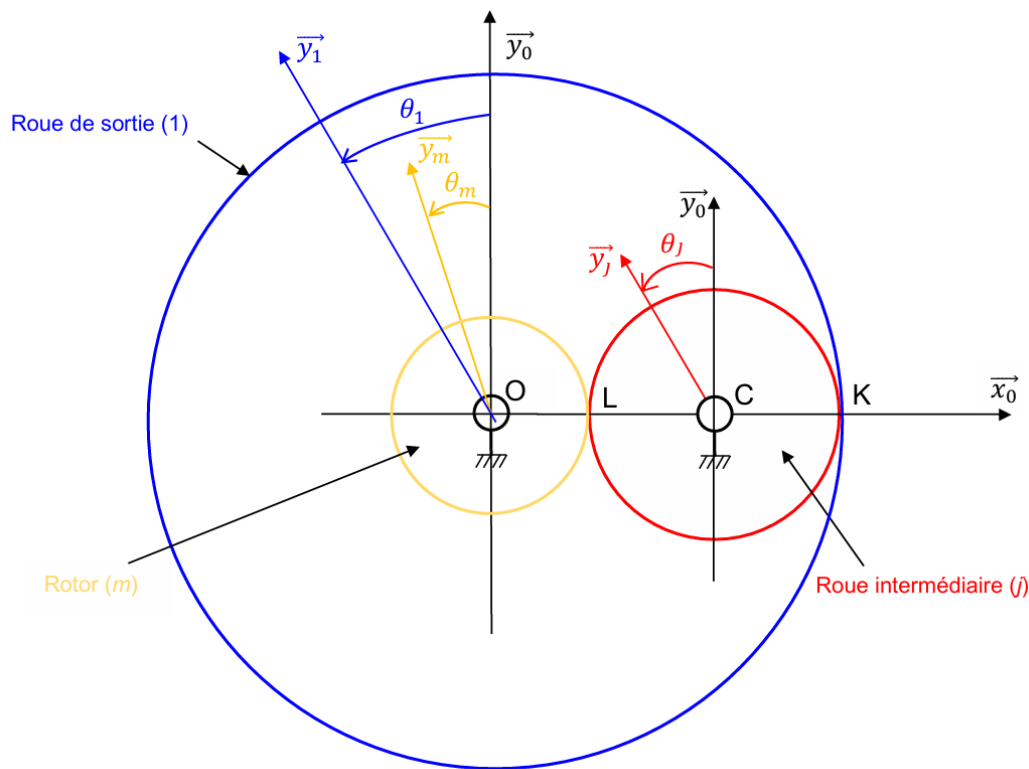
Afin de motoriser l'axe 1, l'équipe RobioSS a choisi le moteur référencé *FHA – 14C* dont les caractéristiques principales sont données en **Annexe**.

Pour adapter et transmettre le mouvement du rotor **m** du moteur à la roue de l'axe 1, un réducteur à engrenage à deux étages est utilisé. Son schéma cinématique est donné en **FIGURE 4**.

Ce réducteur est constitué d'une roue dentée **m**, solidaire du rotor, qui transmet son mouvement de rotation à la roue de sortie de l'axe 1 par l'intermédiaire d'une roue intermédiaire **j**. On considère qu'il y a roulement sans glissement (*RSG*) au point *L* entre **m** et **j** puis au point *K* entre **j** et 1.

Paramétrage cinématique :

- La roue motrice **m** de rayon  $R_m$  est en liaison pivot avec le bâti **0** suivant l'axe  $(O, \vec{z}_0)$ , paramétré par l'angle  $\theta_m = (\vec{x}_0, \vec{x}_m) = (\vec{y}_0, \vec{y}_m)$ .
- La roue intermédiaire **j** de rayon  $R_j$  est en liaison pivot avec le bâti **0** suivant l'axe  $(C, \vec{z}_0)$ , paramétré par l'angle  $\theta_j = (\vec{x}_0, \vec{x}_j) = (\vec{y}_0, \vec{y}_j)$ .
- La roue de sortie **1** de rayon  $R_1$  est en liaison pivot avec le bâti **0** suivant l'axe  $(O, \vec{z}_0)$ , paramétré par l'angle  $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ .



Pour permettre l'engrènement des roues dentées entre elles, la relation de proportionnalité suivante entre les rayons  $R_k$  et le nombre de dents  $Z_k$  des engrenages est vérifiée :

$$m = \frac{R_m}{Z_m} = \frac{R_j}{Z_j} = \frac{R_1}{Z_1}$$

Pour ce réducteur :

- $Z_m = 10$
- $Z_j = 20$

FIGURE 4 – Schéma cinématique du réducteur à engrenage à deux étages.

Q 13. En écrivant la condition de RSG au point approprié, démontrer que :  $\dot{\theta}_j = -\frac{R_m}{R_j}\dot{\theta}_m$

Q 14. En appliquant une démarche similaire, démontrer que :  $\dot{\theta}_1 = \frac{R_j}{R_1}\dot{\theta}_j$

Q 15. Donner une relation géométrique entre  $R_1$ ,  $R_j$  et  $R_m$  et en déduire une relation entre  $\dot{\theta}_1$ ,  $\dot{\theta}_m$ ,  $Z_j$  et  $Z_m$ .

Q 16. Conclure sur la pertinence du choix du motoréducteur  $M_1$  proposé (moteur *FHA – 14C* associé à ce réducteur) au regard de leur capacité à réaliser le demi-tour souhaité.

### 3.3 Détermination expérimentale de l'erreur dynamique pour ce trapèze de vitesse

Au vu des résultats précédents, lors de la construction de leur premier prototype, l'équipe **RobioSS** a aussi utilisé ce motoréducteur pour  $M_2$  et  $M_3$ . Bien que performant, ce motoréducteur a le désavantage d'avoir un stator assez lourd.

On donne en FIGURE 5 les premiers instants de l'essai expérimental où le trapèze de vitesse a été mis en consigne de  $M_1$ . On détermine ainsi expérimentalement la capacité de ce premier prototype du robot esclave à respecter, ou non, l'exigence d'erreur dynamique de moins de 1% lors de son demi-tour.

Q 17. Déterminer graphiquement l'erreur dynamique en pourcentage de ce premier prototype. L'exigence « 1.3 » est-elle vérifiée ?

Q 18. Justifier alors pourquoi, à la suite de cet essai, l'équipe **RobioSS** a remplacé les motoréducteurs  $M_2$  et  $M_3$  par des solutions plus légères. Pourquoi la masse importante du stator de  $M_1$  n'a pas d'influence sur l'erreur dynamique lors de ce demi-tour ?

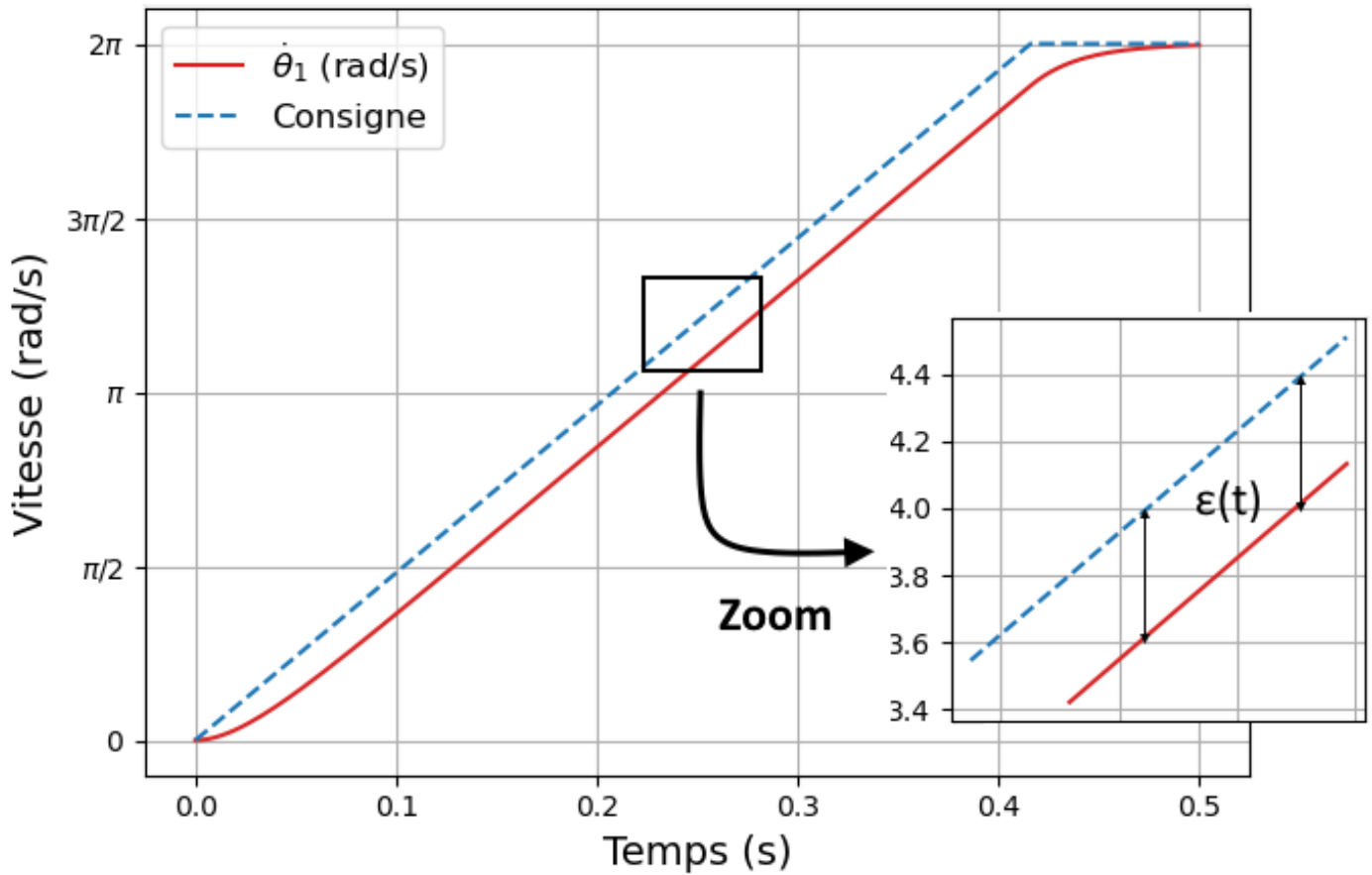
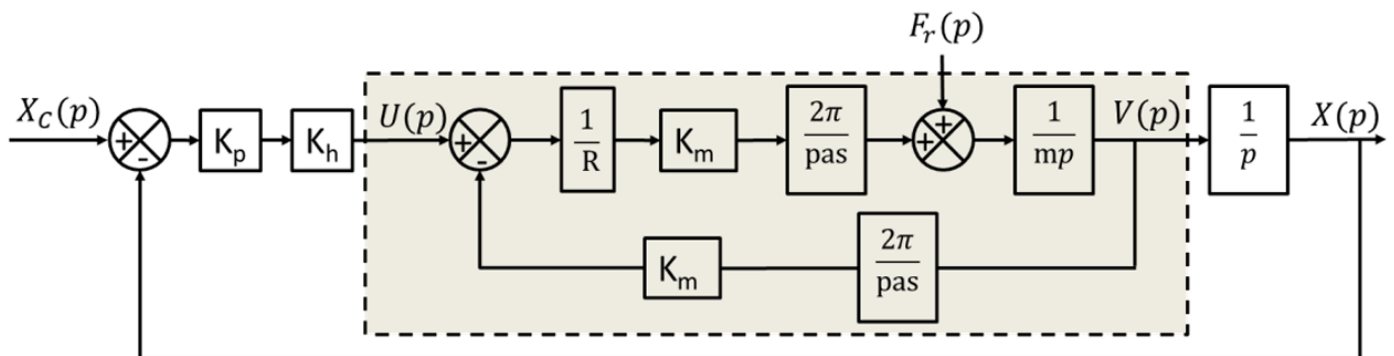


FIGURE 5 – Premiers instants de la réponse du motoréducteur  $M_1$  à l’entrée en trapèze de vitesse souhaitée.

## 4 Validation des exigences « 1.4 » et « 1.5 » sur l’architecture de commande du robot

### 4.1 Reproduction précise du mouvement du chirurgien

Le schéma blocs représentatif de l’architecture de commande de l’axe de translation de l’instrument chirurgical est présenté ci-dessous. Cet axe de commande est composé d’un moteur associé à un système vis-écrou à billes.



Une consigne de translation  $x_c(t)$  est issue de la manœuvre du joystick tenu en main par le chirurgien. Celle-ci est comparée à une mesure de la position de l’extrémité de l’instrument afin de générer une commande de tension aux bornes du motoréducteur  $M_3$ .

On note  $K_p$  le gain du correcteur proportionnel,  $K_h$  le gain du hacheur,  $R$  la résistance aux bornes du moteur,  $K_m$  la constante de conversion électromécanique du motoréducteur,  $pas$  le pas géométrique de la vis et  $m$  la masse équivalente des ensembles mis en mouvement.

**Q 19.** Au regard de la modélisation du système vis-écrou à bille, la vis a-t-elle une hélice à droite ou à gauche ?

**Q 20.** Que représente physiquement la perturbation  $F_r(p)$  ?

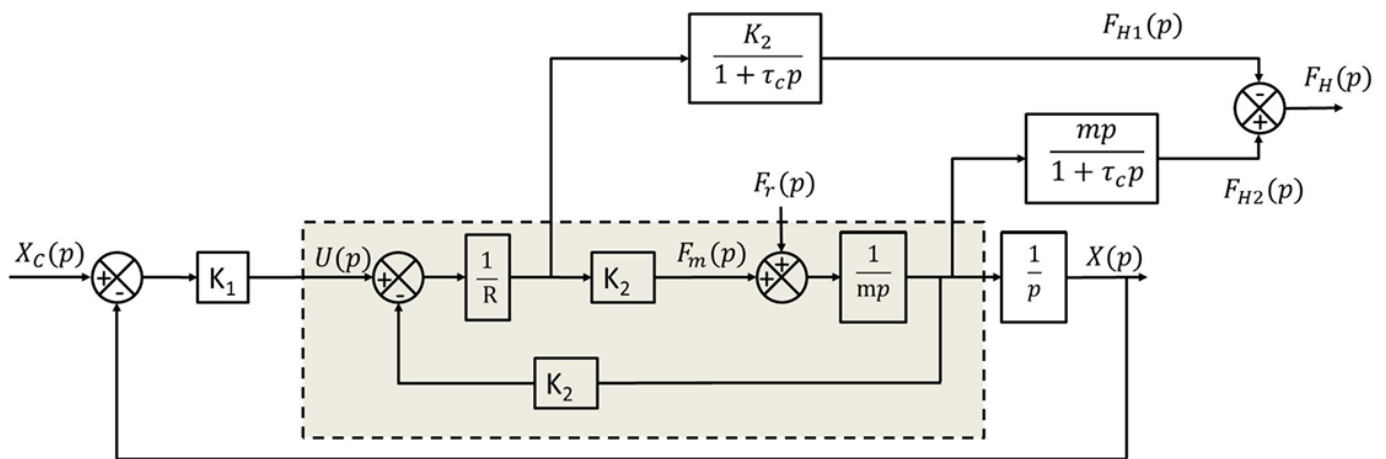
**Q 21.** Dans le cas où l'on considère la perturbation nulle, donner la fonction de transfert  $H_m(p) = \frac{V(p)}{U(p)}$  sous forme canonique. Quels composants du système sont modélisés par cette fonction de transfert ?

**Q 22.** Montrer que la FTBO du système peut s'écrire sous la forme  $H_{BO}(p) = \frac{K}{p(1 + \tau p)}$ . Donner l'expression de  $K$  et  $\tau$  en fonction des paramètres  $K_p$ ,  $K_h$ ,  $R$ ,  $K_m$ ,  $pas$  et  $m$ .

**Q 23.** Dans le cas sans perturbation, quel est le déplacement en régime permanent en réponse à échelon unitaire ? Peut-on conclure que l'exigence « 1.4 » est vérifiée ?

**4.2 Retour de force haptique vers le robot maître**

Afin d'estimer l'effort de réaction des tissus sur l'outil chirurgical, on propose l'utilisation d'une mesure du courant associée à une mesure de vitesse. Le schéma-blocs suivant représente le principe de cette proposition.  $\tau_c$  représente la constante de temps des capteurs de vitesse et de courant qui sont supposés identiques.



**Q 24.** Que valent  $K_1$  et  $K_2$  en fonction des paramètres du schéma-blocs de l'asservissement en position de l'outil 3 ?

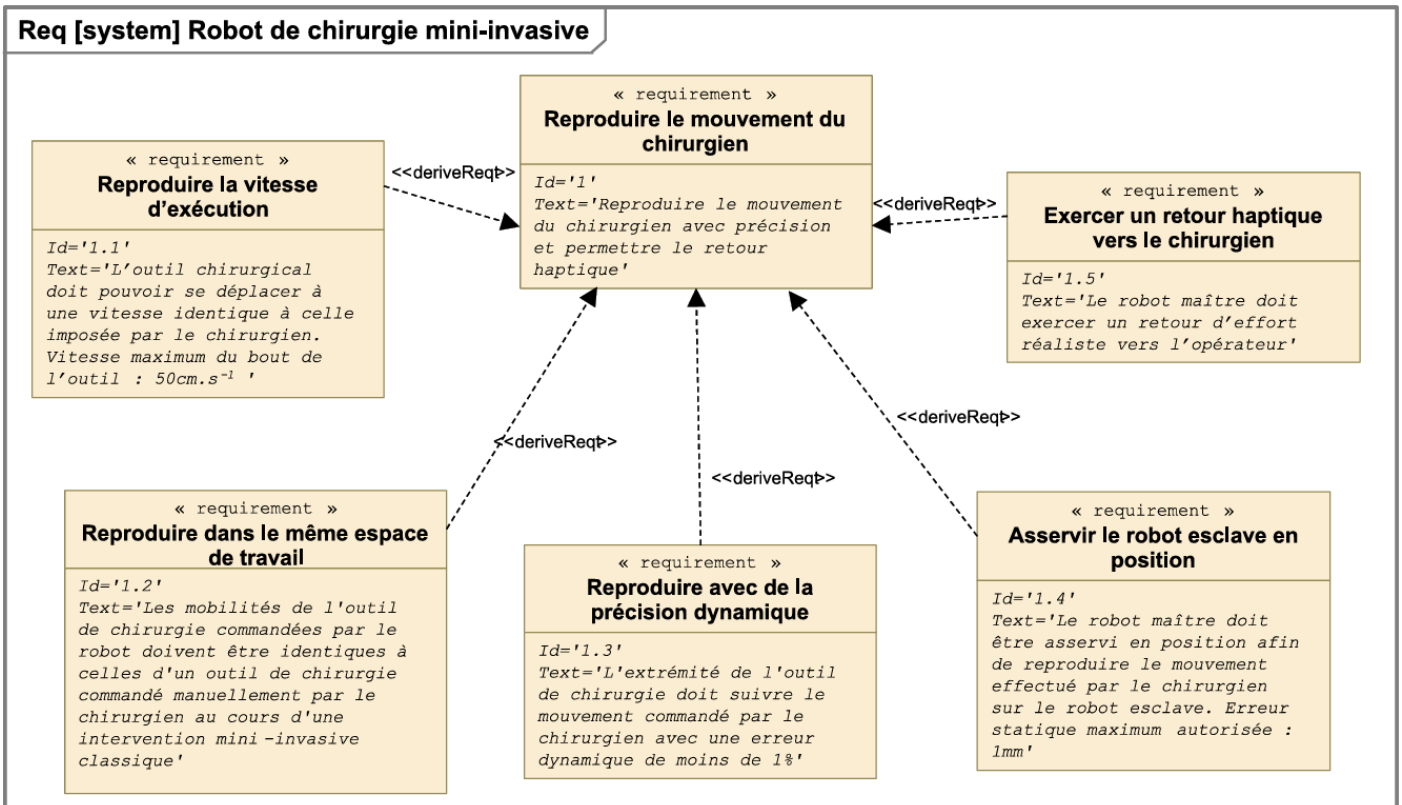
**Q 25.** Déterminer les expressions de  $F_{H1}(p)$  et  $F_{H2}(p)$  en fonction de l'effort moteur  $F_m(p)$  et de l'effort résistant  $F_r(p)$  et en déduire l'expression de l'effort estimé  $F_H(p)$ .


**Q 26.** Quelle est l'influence de la constante de temps  $\tau_c$  sur l'image mesurée  $F_H(p)$  de l'effort résistant réel  $F_r(p)$  ? En particulier, peut-on espérer reproduire fidèlement cet effort résistant si  $\tau_c$  est très grand devant la « constante de temps »  $\tau_r$  modélisant la dynamique de l'effort résistant ? Justifier.

**Q 27.** À partir des éléments constitutifs du robot maître, décrits en **Annexe**, proposer une solution technique afin de reproduire l'effort de contact estimé  $F_H(p)$  entre l'outil chirurgical 3 et le patient  $p$  sur la main du chirurgien qui téléopère.

— d'après CCINP 2019 —

# Annexe : Robot de chirurgie mini-invasive



Moteur FHA – 14 C	Caractéristiques	Valeur
	Vitesse maximale du moteur en charge	1 000 tr/min
	Vitesse nominale du moteur en charge	450 tr/min
	Accélération maximale du moteur à vide	200 rad/s <sup>2</sup>
	Couple moteur nominal	5 Nm
	Couple moteur maximal	$ C_m  = 18 Nm$
	Courant nominal	1,5 A
	Courant maximal	5 A

