# DS 7 : Conception d'un voilier monocoque



Q1) Pour une allure $\theta_a = 40°$ et angle de la voile par rapport au bateau $\theta_v = 25°$

$\Rightarrow$ angle d'incidence du vent sur la voile : $\alpha = \theta_a - \theta_v = 15°$

↳ On lit alors :

0.5 pts

$$\begin{cases} \boxed{C_L(\alpha) \simeq 1{,}1} \rightarrow 1{,}1 \leq C_L \leq 1{,}15 \text{ accepté} \\ \boxed{C_D(\alpha) \simeq 0{,}085} \rightarrow 0{,}08 \leq C_D \leq 0{,}09 \text{ accepté} \end{cases}$$

0.5 pts

Q2) Pour une surface totale de voile $S = 180 + 140 = 320 \text{ m}^2$

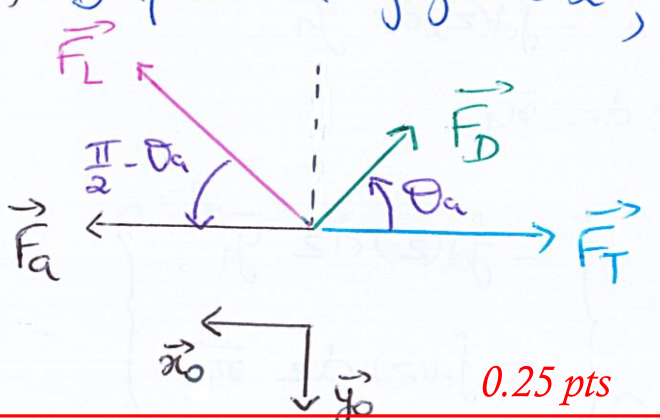
Toute AN sans unité vaut 0 pt !

0.5 pts

$$\Rightarrow \begin{cases} F_L = \|\vec{F_L}\| = \boxed{84{,}5 \text{ kN}} \rightarrow 84{,}5 \leq F_L \leq 88{,}3 \text{ kN accepté} \\ F_D = \|\vec{F_D}\| = \boxed{6{,}53 \text{ kN}} \rightarrow 6{,}14 \leq F_D \leq 6{,}91 \text{ kN accepté} \end{cases}$$

0.5 pts

Q3) D'après la figure 2, on a seulement $\vec{F_a}$ et $\vec{F_T}$ s'appliquant au voilier selon la direction $\vec{x_0}$.




$\Rightarrow$ $\boxed{\text{en régime permanent } \left(\frac{d\vec{V_v}}{dt} = \vec{0}\right) \text{ ↳ ces deux forces se compensent !}}$ 0.25 pts

0.25 pts

↳ $\boxed{\vec{F_a} = \left[F_L \sin(\theta_a) - F_D \cos(\theta_a)\right]\vec{x_0}}$

AN : $F_a \simeq 49{,}3 \text{ kN}$

Donc, en régime permanent :

0.25 pts

$/\vec{x_0}$ : $F_a - F_T = 0 \Leftrightarrow \boxed{V_v = \sqrt{\dfrac{2F_a}{\rho_{eau} C_t}}}$

0.25 pts

$\hookrightarrow \approx 10^3$ kg/m³ à connaître

AN : $\boxed{V_v \approx 14 \text{ m/s}}$

$\hookrightarrow$ Rq : $V_v < V_a$ (check-up cohérence)

Q4) Pour une densité linéique d'effort $fd(z)$ :

$$d\vec{R}_{vent \to voile} = -fd(z)\,dz\,\vec{y_1} \quad \text{au point } P$$

$\Rightarrow$ torseur d'action locale : $\boxed{dT_{vent \to voile} = \left\{ \begin{array}{c} -fd(z)\,dz\,\vec{y_1} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_P}$

1 pt

Q5) Par changement de point :

$$\begin{aligned} d\vec{M}_{O, vent \to voile} &= d\vec{M}_{P, vent \to voile} + \vec{OP} \wedge d\vec{R}_{vent \to voile} \\ &= z\,\vec{z_1} \wedge -fd(z)\,dz\,\vec{y_1} \\ &= z\,fd(z)\,dz\,\vec{x_1} \end{aligned}$$

d'où $\boxed{dT_{vent \to voile} = \left\{ \begin{array}{c} -fd(z)\,dz\,\vec{y_1} \\ z\,fd(z)\,dz\,\vec{x_1} \end{array} \right\}_O}$

1 pt

Q6) $\overrightarrow{R}_{vent\to voile} = \int_{z=\ell}^{L} \overrightarrow{dR}_{vent\to voile}$

$= -\int_{z=\ell}^{L} C\left(1-\left(\frac{z}{L}\right)^3\right)dz\ \vec{y_1} = -\left[C\left(z-\frac{z^4}{4L^3}\right)\right]_\ell^L \vec{y_1}$

0.5 pts

d'où $\boxed{\overrightarrow{R}_{vent\to voile} = -C\left[L-\ell-\frac{L^4-\ell^4}{4L^3}\right]\vec{y_1}}$

De même, $\overrightarrow{M}_{O,vent\to voile} = \int_{z=\ell}^{L} \overrightarrow{dM}_{O,vent\to voile}$

0.5 pts

$= \int_{z=\ell}^{L} C\left(z-\frac{z^4}{L^3}\right)dz\ \vec{x_1} = \boxed{C\left[\frac{L^2-\ell^2}{2}-\frac{L^5-\ell^5}{5L^3}\right]\vec{x_1}}$

et le torseur d'action mécanique du vent sur les voiles exprimé en O :

$\underbrace{\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{R}_{vent\to voile}\\ \overrightarrow{M}_{O,vent\to voile}\end{matrix}\right\}_O}_{T_{vent\to voile}}$

Q7) $\overrightarrow{R}_{vent\to voile} = -F_d\vec{y_1}$ puisque l'on s'est intéressé uniquement à la force de dérive ici

0.25 pts

$/\vec{y_1} \Rightarrow \boxed{C = F_d / L-\ell-\frac{L^4-\ell^4}{4L^3}} \approx \boxed{4{,}1\ kN/m}$

0.5 pts

0.25 pts

Et le moment de gîte dû au vent : $\boxed{M_g = \|\overrightarrow{M}_{O,vent\to voile}\| \approx 1000\ kNm.}$

Q8) Puisque le voilier flotte (c'est donc ne coule pas), il y a équilibre de la somme des résultantes extérieures selon la verticale $\vec{z_0}$ ie : $\vec{F_A} + \vec{P} = \vec{0}$ ici

0.25 pts — 0.5 pts — 0.25 pts

↳ la poussée d'Archimède compense le poids.

Q9) $T_{archimède \to voilier} = \left\{ \begin{matrix} Mg\vec{z_0} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_C$ — accélération de la pesanteur $g = 9{,}81\,m/s^2$

0.25 pts

0.25 pts

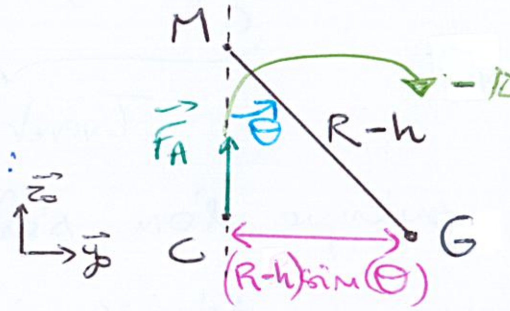
↳ torseur glisseur, d'axe central $(C, \vec{F_A})$ 0.25 pts

et de centre de poussée C 0.25 pts

voilier bascule autour de son centre gravité. 0.5 pts

Q10) $C_R = \|\vec{M}_{G,\,archimède \to voilier}\| = \underbrace{(R-h)\sin(\theta)}_{\text{bras de levier}} Mg$

En effet :




AN : $C_R \approx 58{,}7$ kNm

0.25 pts

0.25 pts

Ainsi $C_R \ll Mg$ et ne le compense pas.

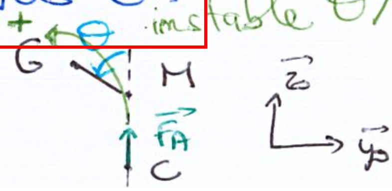
Q11) Ce couple a tendance à stabiliser le voilier s'il a pour effet de ramener $\theta$ vers 0.

0.25 pts

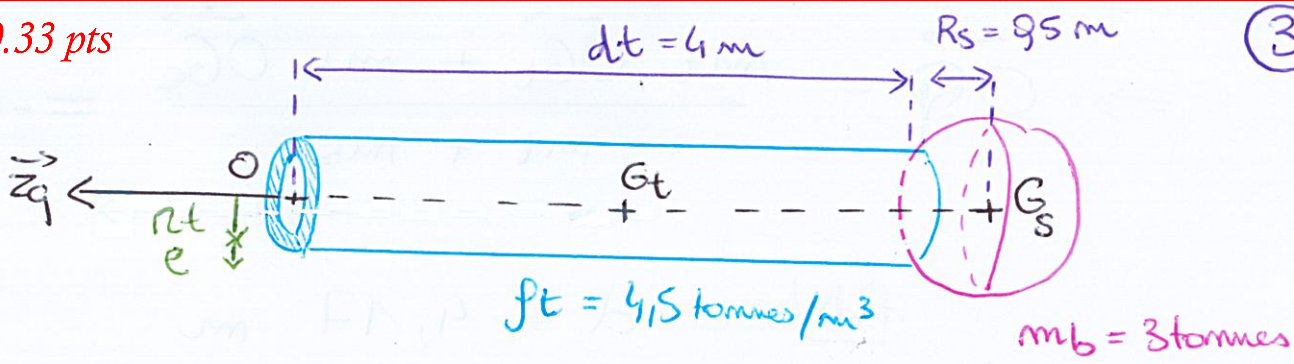
instable $\theta \nearrow$

c'est-à-dire : $R-h > 0$ sinon

0.75 pts



Q12) 0.33 pts




Par symétrie de la sphère modélisant le bulbe de quille, son centre de gravité $G_s$ tel que :

$$\boxed{\overrightarrow{OG_s} = -d_b\,\vec{z_q}}$$ 0.33 pts

Par symétrie de révolution du cylindre creux modélisant la quille $\Longrightarrow$ $\boxed{\overrightarrow{OG_t} = -\dfrac{d_t}{2}\,\vec{z_q}}$ 0.33 pts

Q13) En notant $m_t$ la masse de la quille, on a :

↳ masse totale quille pendulaire : $\boxed{m = m_t + m_b}$

$$m_t = \rho_t\Big[\underbrace{\pi (r_t+e)^2 d_t}_{\text{volume tige pleine}} - \underbrace{\pi r_t^2 d_t}_{\text{volume tige intérieure pleine}}\Big]$$

0.2 pts

$$= \rho_t \pi r_t^2 d_t \left[\left(1+\frac{e}{r_t}\right)^2 - 1\right]$$

DL1 car $\frac{e}{r_t} \ll 1$

$$\simeq \rho_t \pi r_t^2 d_t \left[1 + \frac{2e}{r_t} - 1\right]$$

accepté, de même que $m = 3450$ kg

$$= \boxed{2\rho_t \pi r_t d_t e}$$ 0.3 pts

AN : $\boxed{m_t \simeq 450 \text{ kg.}}$

Puis le centre de gravité G de la quille pendulaire est le barycentre des masses de la quille et du bulbe

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{OQ} = \frac{m_t \overrightarrow{OG_t} + m_b \overrightarrow{OG_s}}{m_t + m_b}} = -d\,\overrightarrow{z_q}$$

0.3 pts

<u>AN</u> : $\boxed{d \approx 4{,}17 \text{ m}}$ 0.2 pts

P14) On isole le voilier, supposé à l'équilibre dans le référentiel $(O, \vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$ galiléen.

<u>BAME</u> : $T_{vent \to voile}$, $T_{archimède \to voilier}$, $T_{pesanteur \to voilier}$, $T_{pesanteur \to quille}$, $T_{eau \to foils}$ et $T_{eau \to coque}$ 0.25 pts

↳ hors du plan (cf Q3) $(O, \vec{y_0}, \vec{z_0})$

Mais $\vec{F_T}$ compense $\vec{F_a}$

↳ Principe fondamental de la statique (PFS) :

TRS $/\vec{y_0}$ : $\boxed{-\cos(\theta) F_v + F_{ad} = 0}$ (i) 0.25 pts

$/\vec{z_0}$ : $\boxed{-\sin(\theta) F_v + F_p + \underbrace{F_A - P}_{=0 \text{ (cf Q8)}} - \underbrace{P_q}_{=mg} = 0}$ (ii) 0.25 pts

TMS en O $/\vec{x_0}$ : $\boxed{C_v - d\sin(\theta+\gamma) P_q + c F_{ad} - b F_p + h \sin(\theta) P - a F_A = 0}$ (iii) 0.25 pts

↳ seules inconnues sont $F_{ad}$, $F_p$ et $F_A$ pour trois équations → à priori, on peut résoudre et solution est unique !

Q15) Afin de faire basculer la quille pendulaire, il faut que l'huile sous pression arrive dans la chambre du vérin {2+4}

↳ $\boxed{\text{Cela correspond à la position "b" puisque les "hautes" pressions proviennent de la pompe} \Longleftrightarrow \text{état de commande } (Y_a, Y_b) = (0, 1)}$

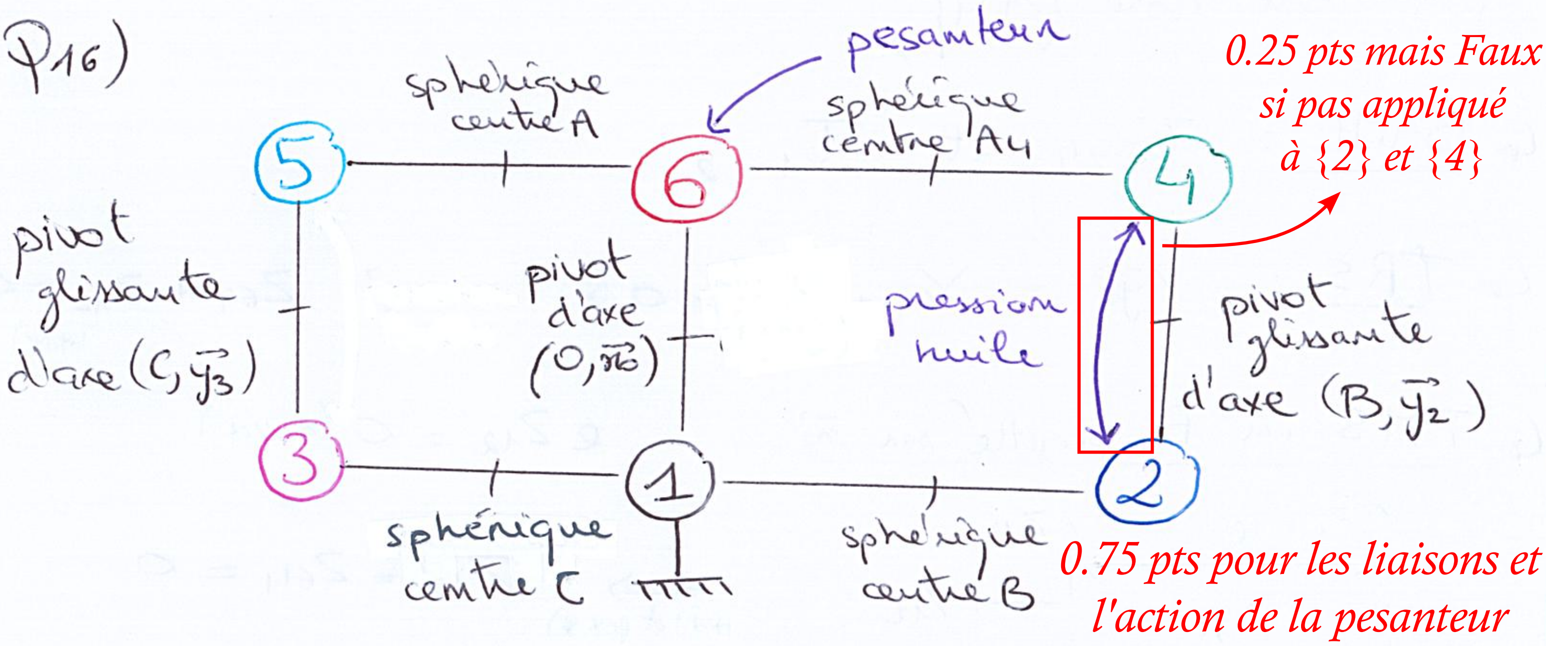
0.5 pts

Puis, pour vérouiller, il faut que les deux clapets soient fermés, ie aucune pression appliquée sur leur entrée de commande

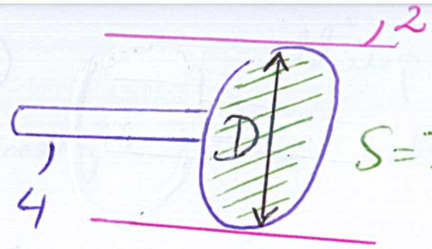
0.5 pts

↳ correspond à $\boxed{\text{position "m"} \Longleftrightarrow (Y_a, Y_b) = (0,0)}$

Q16)




Q17) Pour une pression uniforme (densité d'effort surfacique) sur le corps du vérin de surface $S = \frac{\pi D^2}{4}$




$S = \frac{\pi D^2}{4}$

alors $\boxed{F_n = pS}$ 0.5 pts

$= \boxed{p\frac{\pi D^2}{4}}$ 0.5 pts

Q18) $T_{1\to2} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{12} & \boxed{0} \\ Z_{12} & \boxed{0} \end{matrix}\right\}_{B\,(\vec{x_0},\vec{y_2},\vec{z_2})}$ → problème plan dans $(O, \vec{y_0}, \vec{z_0})$

$\underbrace{(\vec{x_0},\vec{y_2},\vec{z_2})}_{\text{notée } B_2}$

*0.25 pts par torseur mais 0 pt si une des infos suivantes n'est pas précisée :*
*- point P du torseur*
*- les composantes nulles dues au problème plan*
*- base $B_2$ où composantes sont exprimées*

$T_{2\to4} = \left\{\begin{matrix} 0 & L_{24} \\ 0 & 0 \\ Z_{24} & 0 \end{matrix}\right\}_{B,\,B_2}$

$T_{4\to6} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{46} & 0 \\ Z_{46} & 0 \end{matrix}\right\}_{A,\,B_2}$

A confondu avec $A_4$ dans le plan d'étude

$T_{6\to1} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{61} & 0 \\ Z_{61} & 0 \end{matrix}\right\}_{O,\,B_2}$

Rq : Pour problème plan :
↳ sphérique ~ pivot pour les AM transmissibles !

Q19) $\boxed{\text{On isole } \{2+4\}},$ 0.25 pts

↳ $\boxed{\text{BAME : } T_{6\to4} \text{ et } T_{1\to2}}$ 0.25 pts

↳ TRS : $/\vec{y_2}$ : $\boxed{Y_{64} + Y_{12} = 0 \ (*)}$ $/\vec{z_2}$ : $Z_{64} + Z_{12} = 0 \ (**)$

0.25 pts

↳ TMS en A projetté sur $\vec{x_0}$ : $\boxed{e\, Z_{12} = 0}$ $(***)$

0.25 pts


$\boxed{\underset{(**)\text{ et }(***)}{\Longrightarrow} \quad Z_{12} = Z_{64} = 0}$

Q20) Remarque : Pleins de façons possibles d'aboutir à la loi entrée-sortie en effort : $F_n = f(P, \dots)$

↳ On a la relation (*) reliant $Y_{12}$ et $Y_{64}$

↳ Il faut les relier à $P$ (donnée connue) et $F_n$ (inconnue d'intérêt)

Tout en évitant, si possible, inconnues $L_{24}$ et $Z_{24}$ et celles de la liaison pivot $Y_{61}$ et $Z_{61}$ !

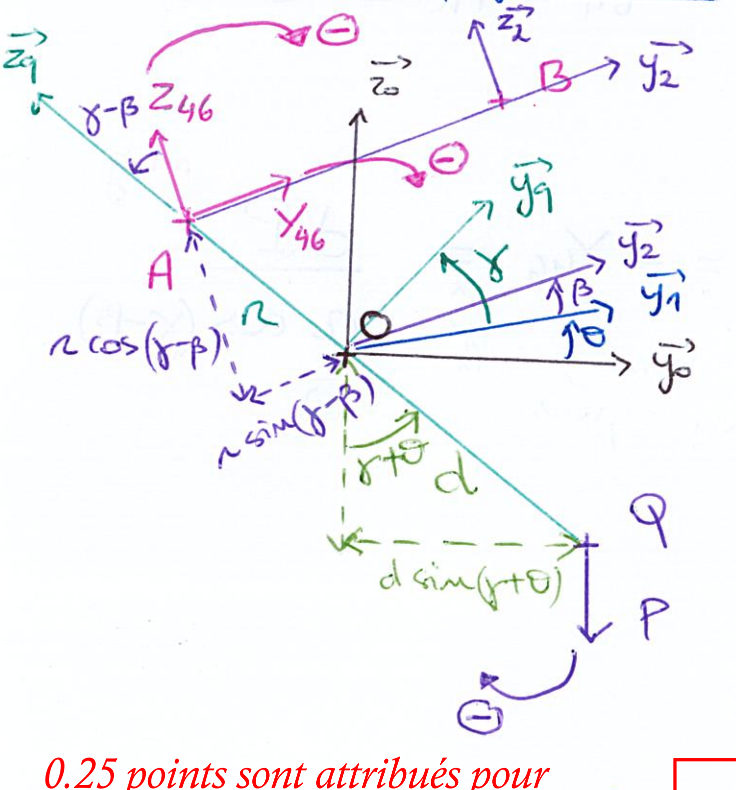
↳ On $\boxed{\text{isole } \{6\},}$ *0.25 points sont attribués pour la proposition de deux isolements pertinents*

↳ <u>BAME</u> : $\mathcal{T}_{S\to 6} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$ $\quad \mathcal{T}_{P\to 6} = {}_{Q}\begin{Bmatrix} -P\vec{z_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

$\mathcal{T}_{1\to 6}$ et $\mathcal{T}_{4\to 6}$

↳ ⚠ rappel $Z_{46}$ et $Y_{46}$ sont selon $\vec{z_2}$ et $\vec{y_2}$ respectivement !

↳ <u>TMS en O projeté sur $\vec{x_0}$</u> :




$-r\sin(\gamma-\beta)Z_{46}$
$-r\cos(\gamma-\beta)Y_{46}$
$-d\underbrace{\sin(\gamma+\theta)}_{=1 \text{ car } \gamma+\theta=90^\circ}P = 0$

↳ être cohérent avec la résolution

Or d'après Théorèmes des actions réciproques :

$Z_{46} = -Z_{64} = 0$

*0.25 points sont attribués pour l'obtention d'une équation intermédiaire pertinente*

$\Rightarrow \boxed{-r\cos(\gamma-\beta)Y_{46} - dP = 0}$ (i)

<u>Remarque</u> : Il ne reste plus qu'à relier $Y_{46}$ à $F_n$ et ce sera gagné !

↳ $\boxed{\text{On isole } \{4\},}$

↳ BAME :

$$\mathcal{T}_{6\to 4} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ Y_{64} & 0 \\ \boxed{0} & 0 \end{matrix} \right\}_{A, B_2}$$

↳ Q19

$$\mathcal{T}_{h\to 4} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ -F_h & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{A, B_2}$$

$$\mathcal{T}_{2\to 4} = \left\{ \begin{matrix} 0 & L_{24} \\ 0 & 0 \\ Z_{24} & 0 \end{matrix} \right\}_{B, B_2}$$

*0.25 points sont attribués pour l'obtention d'une éq. intermédiaire pertinente*

↳ TRS projetté sur $\vec{y_2}$ : $\boxed{Y_{64} - F_h = 0}$ (ii)

↳ pour éviter $Z_{24}$ et $L_{24}$

Conclusion :

$$\boxed{F_h \underset{(ii)}{=} Y_{64} \underset{\text{Th. actions réciproques}}{=} -Y_{46} \underset{(i)}{=} \frac{d\,P^{=mg}}{2\cos(\gamma-\beta)}}$$

*0.25 points sont attribués la résolution du système et l'obtention de $F_h$*