Première partie

Mesure de la fréquence cardiaque

Extrait de Physique 1, Centrale-Supélec PC 2014.

Rapport :

I.1. Il était beaucoup plus rapide de raisonner asymptotiquement directement sur le circuit que sur la fonction de transfert. Il ne suffit pas de faire les substitutions correspondantes et de conclure laconiquement par « donc $s_1 = s_1$ ». Le jury a valorisé les candidats qui ont précisé qu'on ne pouvait pas, après cette simple étude, affirmer le caractère réjecteur, mais simplement constater que cette hypothèse était plausible.

I.2. Seul un candidat sur deux donne la bonne valeur numérique (attention aux chiffres significatifs). Il s'agissait ici de faire disparaitre les signaux de fréquences 50 Hz dus au secteur EDF, et non pas de rejeter les fréquences sonores correspondant aux cris des passagers, ou aux vibrations du train...

II.1. Très peu de candidats explicitent le problème d'adaptation d'impédance nécessaire entre les deux circuits. Le suiveur est correctement proposé par un candidat sur trois, mais seul un candidat sur sept en fait un schéma correct (très souvent l'entrée non inverseuse est mise à la masse).

II.2. Comme à la question I.1. et en particulier en basse fréquence, il faut expliciter les raisonnements amenant à la conclusion « $s_2 = 0$», en évoquant l'idéalité de l'ALI et son fonctionnement linéaire.

II.3. Question normalement sans difficulté. Cependant les 60 ou 200 battements par minute sont souvent devenus des fréquences de 60 ou de 200 Hz, ce qui modifie nettement les conclusions...
Certains candidats ont affirmé que la fréquence de coupure haute était trop élevée et donc non compatible. Aucun candidat n'a d'ailleurs fait de commentaire sur cette dissymétrie entre les fréquences de coupure basse et haute.

II.4. Question d'application des lois élémentaires de l'électrocinétique. Il est frappant et regrettable de noter que seul un candidat sur dix justifie correctement, ne serait-ce qu'une fois, leur utilisation (diviseur de tension, théorème de Milman). Deux candidats sur trois arrivent aux bonnes expressions.

II.5. Un raisonnement permettant de relier les fréquences de coupures du passe-bas et du passe-haut aux fréquences de coupure du passe-bande était souhaité. Le jury a accepté une large gamme de valeurs pour les composants, en rejetant cependant les valeurs trop éloignées de la pratique habituelle.

II.6. L'aspect modulaire de la conception du passe-bande, permettant de modifier une des trois caractéristiques par le changement d'un seul composant n'a été vu que par moins d'un candidat sur dix.

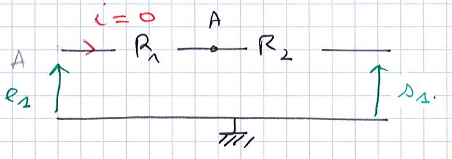
36 31

Mesure de la fréquence cardiaque

I - Premier filtrage

1.) A basses fréquences —||— ⇔ —/—

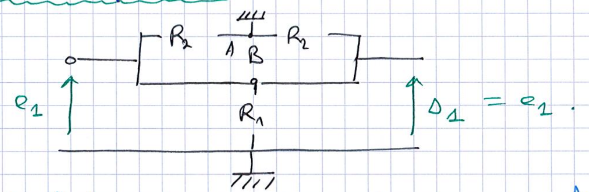
Schéma équivalent :



Ce filtre laisse passer les basses fréquences

A hautes fréquences —||— ⇔ ——

Schéma équivalent



Ce filtre laisse passer les hautes fréquences

Cela correspond bien à un filtre réjecteur

2.) On a $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{4\pi RC}$

AN : $f_0 = 50$ Hz

Ce filtre permet d'éliminer le bruit lié au 50 Hz. (fréquence du secteur)

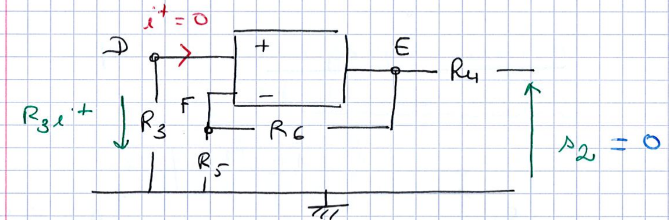
46

II Deuxième filtrage : filtre passe-bande.

1.) Pour associer deux filtres sans perturbation il faut utiliser un circuit suiveur. (permet d'avoir un courant de sortie nul pour le 1er filtre)

2.) On observe une boucle de rétroaction entre la sortie de l'ALI et son entrée inverseuse : l'ALI peut fonctionner en régime linéaire

A basses fréquences :



Ce filtre coupe les basses fréquences

A hautes fréquences —||— ⇔ ——
C_4

⇒ $s_2 = 0$.

Ce filtre coupe les hautes fréquences

Ce filtre présente bien un caractère passe-bande.

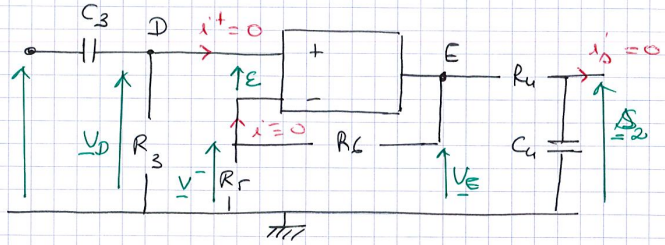
3.) f_c = fréquences cardiaques

$f_c \in [1,0 ; 3,3]$ Hz.

la bande passante contient la bande de

fréquences cadiaques

4] Montage étudié



ALI idéal $i^+ = 0$ $i^- = 0$

Régime linéaire $\varepsilon = 0$

D'après la formule du pont diviseur de tension

$$\underline{V_D} = \frac{R_3}{R_3 + \frac{1}{jC_3\omega}}\,\underline{e_2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\underline{V_D}}{\underline{e_2}} = \frac{jR_3C_3\omega}{1+jR_3C_3\omega}$$

passe-haut

$$\underline{V^-} = \frac{R_5}{R_5+R_6}\,\underline{V_E}$$

$$\underline{s_2} = \frac{1/jC_4\omega}{R_4 + \frac{1}{jC_4\omega}}\,\underline{V_E} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\underline{s_2}}{\underline{V_E}} = \frac{1}{1+jR_4C_4\omega}$$

passe-bas

Il vient $\underline{H_2} = \frac{\underline{s_2}}{\underline{e_2}} = \frac{\underline{s_2}}{\underline{V_E}} \cdot \frac{\underline{V_E}}{\underline{V^-}} \cdot \frac{\underline{V_D}}{\underline{e_2}}$

car $\underline{V_D} = \underline{V^-}$ $(\varepsilon = 0)$

$$\underline{H_2} = \frac{1}{1+jR_4C_4\omega} \cdot \underbrace{\left(1+\frac{R_6}{R_5}\right)}_{\text{amplificateur non inverseur}} \cdot \frac{jC_3R_3\omega}{1+jR_3C_3\omega}$$

On veut $f_{c_1} = 0{,}5\ Hz = \frac{1}{2\pi R_3 C_3}$

et $f_{c_2} = 150\ Hz = \frac{1}{2\pi R_4 C_4}$

Pour $R_3 = R_4 = 1{,}0\ k\Omega$ → $R_3 = 1{,}0\ k\Omega$, $C_3 = 32\ \mu F$.

$C_3 = 3{,}2\,10^{-4}\ F$ ← trop grand

$C_4 = 1{,}0\,10^{-6}\ F$ ok.

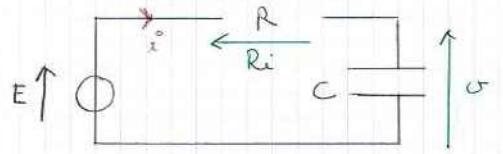
6] Il amplifie le domaine des fréquences cadiaques.

07

Deuxième partie

Balise lumineuse

1) Dans l'intervalle de temps $[0, t_e]$ le tube est éteint - Circuit équivalent :



D'après la loi des mailles on a :

$E = Ri + u$

Or $i = C\frac{du}{dt}$

d'où $\boxed{E = RC\frac{du}{dt} + u}$

$u(t)$ est de la forme : $u(t) = E + Ae^{-t/\tau}$

avec $\tau = RC$.

Or à $t = 0^-$ le condensateur n'est pas chargé

$u(0^-) = 0$

De plus, le condensateur impose la continuité de u

Soit $u(0^-) = u(0^+) \Leftrightarrow 0 = E + A$

$$\boxed{u(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

t_e est tel que $u(t_A) = U_A = E\left(1 - e^{-t_A/\tau}\right)$

$$\Leftrightarrow \frac{U_A}{E} = 1 - e^{-t_A/\tau}$$

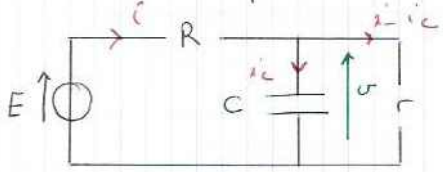
$$e^{-t_A/\tau} = 1 - \frac{U_A}{E}$$

$$\boxed{t_A = \tau \ln\frac{E}{E - U_A}}$$

$t_A = 2{,}8$ s.

2) Pour $t \in]t_A ; t_{ex}[$, le tube fonctionne.

Circuit équivalent :



On a :

$E - Ri = u(t)$

avec $i_C = C \frac{du}{dt}$

or $u = r(i - i_C)$

Soit $i = \frac{u}{r} + i_C$

$$E - \frac{R}{r}u - RC\frac{du}{dt} = u$$

$$E = RC\frac{du}{dt} + u\left(\frac{r+R}{r}\right)$$

$$\frac{r}{R+r}E = \frac{rRC}{r+R}\frac{du}{dt} + u.$$

Or $r \ll R$ d'où

$$\boxed{\frac{rE}{R} = rC\frac{du}{dt} + u}$$

$u(t)$ est de la forme $u(t) = \frac{r}{R}E + A' e^{-t/\tau'}$

avec $\tau' = rC$

Or à t_A^- $u(t_A^-) = U_A = u(t_A^+)$

Soit $U_A = \frac{rE}{R} + A' e^{-t_A/\tau'}$

$$A' = \left(U_A - \frac{rE}{R}\right) e^{t_A/\tau'}$$

$$\boxed{u(t) = \frac{rE}{R} + \left(U_A - \frac{rE}{R}\right) e^{-\frac{t-t_A}{\tau'}}}$$

3) t_{ex} est tel que $u(t_{ex}) = U_{ex}$.

$$U_{ex} = \frac{rE}{R} + \left(U_A - \frac{rE}{R}\right) e^{-\frac{t_{ex}-t_A}{\tau'}}$$

$$\frac{U_{ex} - \frac{rE}{R}}{U_A - \frac{rE}{R}} = e^{-\frac{t_{ex}-t_A}{\tau'}}$$

$$\boxed{t_{ex} = t_A + \tau' \ln \frac{U_A - \frac{rE}{R}}{U_{ex} - \frac{rE}{R}}}$$

$t_{ex} = t_A + 2{,}5\,10^{-7}$ s.

$= 2{,}8$ s.

4) T_1 = durée de l'éclair

$T_1 = t_{ex} - t_A$ $T_1 = 2{,}5\,10^{-7}$ s.

$= 0{,}25\ \mu$s.

5) Le tube est de nouveau éteint

$u(t)$ est de la forme : $E + A'' e^{-t/\tau}$

avec à $t = t_{ex}$ $u(t_{ex}) = U_{ex}$

$= E + A'' e^{-t_{ex}/\tau}$.

$$A'' = (U_{ex} - E) e^{t_{ex}/\tau}$$

$$\boxed{u(t) = E + (U_{ex} - E) e^{-\frac{t-t_{ex}}{\tau}}}$$

Soit T_2 le temps qui s'écoule jusqu'au réallumage

On a $U_A = E + (U_{ex} - E) e^{-T_2/\tau}$

$$\boxed{T_2 = \tau \ln \frac{U_{ex} - E}{U_A - E}}$$

$T_2 = 1{,}0$ s.

6) Période des éclairs : $T_1 + T_2 \neq 1$ s.