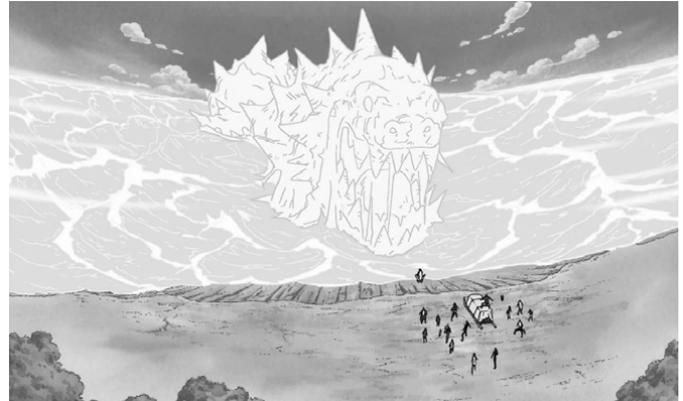


Première partie

Hie Hie no Mi – Thermodynamique



Ce sujet aborde une question de physique très librement inspirées de One Piece, une série de mangas Shōnen créée par Eiichirō Oda.

Kuzan, plus connu sous le nom d'Aokiji est l'un des Trois Amiraux de la Marine. Possesseur du Hie Hie no Mi, ou Givro-Fruit en français, il peut créer, contrôler ou devenir de la glace en maîtrisant les changements d'états.

Document - L'eau liquide et/ou solide

Formule chimique : H_2O	Masse molaire : $M = 18,0 \text{ g.mol}^{-1}$	
Conditions d'équilibre liquide-solide atmosphérique	Pression $P^0 = 1 \text{ bar}$	Température $T_f = 273,15 \text{ K}$
Enthalpie massique de fusion (1 bar et 273,15 K)	$L_{fus} = 333,3 \text{ kJ.kg}^{-1}$	
	Glace	Eau liquide
Masse volumique	990 kg.m^{-3}	$1\,000 \text{ kg.m}^{-3}$
Capacité calorifique massique isobare	$c_{glace} = 2,05 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$c_{eau} = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

I Machine frigorifique avec une source de température variable

Aokiji souhaite refroidir une partie de la mer et la geler ; il sera considéré ici comme une machine frigorifique (\mathcal{S}). Cette machine est supposée réversible, cyclique et de puissance P constante. Elle fonctionne, pendant un temps Δt , entre l'atmosphère qui constitue un thermostat de température θ_c constante et une masse d'eau de mer $m = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg}$, assimilée à de l'eau pure, de température T' qui passera de θ_c à T_f .

Les transferts thermiques et le travail seront comptés en convention récepteur : on appellera respectivement δQ_f et δQ_c les transferts thermiques reçus par (\mathcal{S}) de la part de la source froide et de la source chaude et δW le travail reçu par (\mathcal{S}) entre les instants t et $t + dt$. On suppose que la durée d'un cycle est petit devant le temps caractéristique de refroidissement de la mer qu'on assimile à de l'eau pure. La machine décrit toujours un nombre entier de cycles.

On néglige les échanges thermiques entre la masse m (partie de la mer "refroidie (ou gelée)") et le reste de la

mer.

1. Donner le schéma de principe de cette machine frigorifique, en indiquant le sens réel des transferts thermiques et du travail à un instant quelconque du fonctionnement de la machine frigorifique.

On s'intéresse au refroidissement de la mer qui reste dans son état liquide pendant toute la transformation, passant de θ_c à T_f .

2. En appliquant le second principe sous forme infinitésimale, écrire la relation entre δQ_f , δQ_c , T' et θ_c .
3. En appliquant le premier principe sous forme infinitésimale, déterminer le temps nécessaire Δt pour faire passer la mer de θ_c à T_f .
4. Calculer la puissance minimale P_{min} pour que ce refroidissement dure moins que $\Delta t = 10$ min, avec $\theta_c = 293$ K.

On s'intéresse maintenant à la solidification de l'eau.

5. En faisant l'hypothèse que la puissance P reste constante et égale à P_{min} , exprimer le temps nécessaire $\Delta t'$ pour congeler la mer. Calculer $\Delta t'$.
6. Exprimer l'efficacité totale η de la machine frigorifique en fonction de P , Δt , $\Delta t'$, T_f , m , L_{fus} , θ_c et de c_{eau} , puis la calculer.

II Cinétique de la formation de la glace

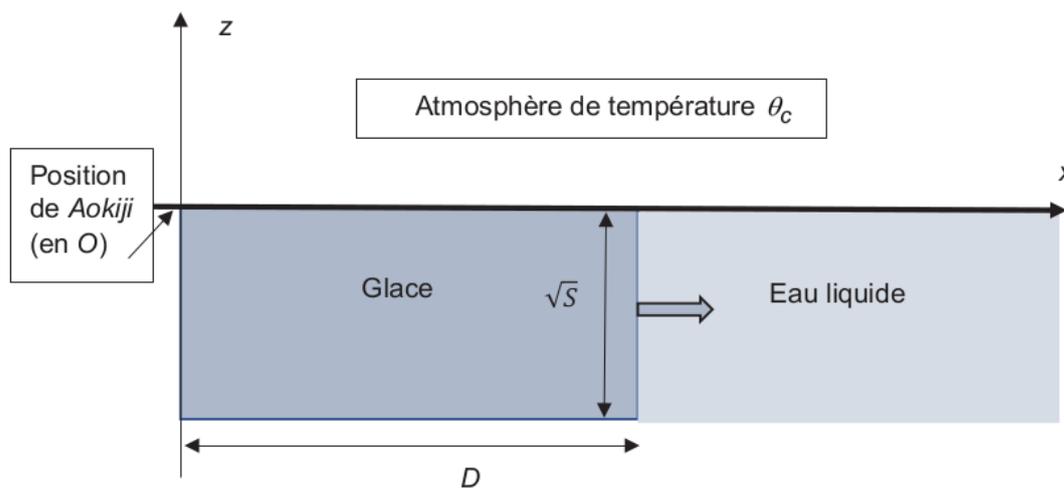


Figure 4 - " pont de glace créé par Aokiji "

Les échelles ne sont pas respectées par souci de représentation.

On modélise ici la croissance unidimensionnelle, en régime quasi stationnaire, de la couche de glace horizontale qui se forme lentement à la surface de la mer immobile, assimilée à de l'eau pure.

On suppose que l'eau de mer est en permanence à la température de congélation T_f , l'air au-dessus de la mer est à pression constante $P_a = 1$ bar et à température constante $\theta_c = 293$ K. On choisira un axe (Ox) horizontal, dont l'origine coïncide avec Aokiji, c'est-à-dire la machine frigorifique de puissance P' (puissance enlevée à la source froide qui est la glace) (figure 4).

La couche de glace est modélisée par un parallélépipède de section carrée, de surface droite S et de longueur D ; le système infinitésimal étudié est donc un parallélépipède à base carrée de côté S compris entre x et $x + dx$.

On néglige les échanges thermiques entre la masse m (partie de la mer "refroidie (ou gelée)") et le reste de la mer.

On néglige les échanges avec l'atmosphère.

7. On assimile le régime à un régime stationnaire. En appliquant le premier principe à un système infinitésimal de glace, écrire l'équation différentielle à laquelle obéit le vecteur densité de courant thermique $\vec{j}_Q = j_Q \vec{u}_x$ en notant σ la puissance thermique créée par unité de volume.
8. Vérifier que, dans notre modélisation, le vecteur densité de courant thermique est à flux conservatif.
9. Montrer que la vitesse de formation du front de glace v_o est constante et l'exprimer en fonction des données de l'énoncé.
Sachant que Aokiji est capable de créer un pont de longueur $D = 50$ km, pour une section $S = 10$ cm², en une durée $\delta t = 10$ min, exprimer P' en fonction des données et calculer v_o .

On considère les échanges thermiques avec l'atmosphère, en régime stationnaire.

Le transfert thermique δQ à l'interface glace/air, reçu par la glace pour une surface dS , pendant une durée élémentaire dt , est donné par la relation de Newton $\delta Q = -h(T(x, t) - \theta_c)dSdt$.

10. Déterminer l'unité du coefficient h .
Pour les transferts de conducto-convection entre l'air et la glace, on supposera que le coefficient h de la loi de Newton vaut 42 USI.
11. En appliquant le premier principe au système infinitésimal, en régime stationnaire, établir la nouvelle équation liant le vecteur densité volumique de courant à la température $T(x)$. En déduire que la nouvelle vitesse du front de glace v' peut s'écrire comme la différence de deux termes : $v' = v_o - v_a$ avec v_a vitesse qui prend en compte le caractère non calorifugé de la surface de contact glace-atmosphère. Exprimer v_a en fonction des données de l'énoncé en supposant que la situation est peu modifiée par rapport à celle où on ne tient pas compte de la loi de Newton.
12. Calculer l'augmentation relative de la puissance nécessaire.

Grâce au givro-fruit, Aokiji peut développer une puissance incroyable (quasiment une demi-centrale nucléaire !), lui permettant notamment de se déplacer sur la mer en la congelant. . .