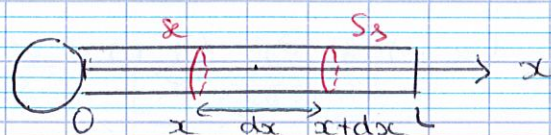


Diffusion de particules dans un axone

 Σ = tranche de cylindre d'épaisseur dx

1) Une loi phénoménologique est une loi établie expérimentalement
Il y a par ex la loi de Fick et la loi de Fourier

2) on effectue un bilan de particules en moles :

* Terme de variation dN entre t et $t+dt$

$$\text{à } t, N_{\Sigma}(t) = c(x, t) S dx$$

$$\text{à } t+dt, N_{\Sigma}(t+dt) = c(x, t+dt) S dx$$

entre t et $t+dt$, on a

$$dN = N_{\Sigma}(t+dt) - N_{\Sigma}(t)$$

$$= (c(x, t+dt) - c(x, t)) S dx$$

$$dN = \frac{\partial c}{\partial t}(x, t) dt S dx$$

* Terme d'échange : entre t et $t+dt$ on a

le flux entrant en x avec $J_N e = j_N(x, t) S dt$

le flux sortant en $x+dx$ avec $J_N s = j_N(x+dx, t) S dt$

$$\text{Donc } J_{N \text{ éch}} = J_N e - J_N s = - \frac{\partial j_N}{\partial x}(x, t) dx S dt$$

* Terme de production $J_{N \text{ prod}} = -\alpha dx dt$
(cf. notion de disparition $\rightarrow -\alpha$)

Bilan on a $dN = \int N_{ech} + \int N_{prod}$

$$\text{soit } \frac{\partial c}{\partial t} (x, t) S dx dt = - \frac{\partial j_N}{\partial x} (x, t) S dx dt - \alpha dx dt$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} (x, t) + \frac{\partial j_N}{\partial x} (x, t) + \frac{\alpha}{S} = 0$$

or d'après la loi de Fick

$$j_N = -D \text{grad}(c) = -D \frac{\partial c}{\partial x} \vec{e}_x$$

$$\text{Donc } \boxed{\frac{\partial c}{\partial t} - D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{\alpha}{S}}$$

2) En régime Permanent, l'équation devient

$$\frac{D d^2 c}{dx^2} = \frac{\alpha}{S} \iff \frac{d^2 c}{dx^2} = \frac{\alpha}{D S}$$

en intégrant, on a $\frac{dc}{dx} = \frac{\alpha}{D S} x + k$

or $j(x=L)=0$ donc $\frac{dc}{dx}(L)=0$ d'où $k = -\frac{\alpha}{D S} L$

$$\text{Ainsi } \frac{dc}{dx} = \frac{\alpha (x-L)}{D S}$$

on intègre une seconde fois

$$c(x) = \frac{\alpha x^2}{D S} - \frac{L x}{D S} + k'$$

$$\text{on a } k' = c_0 \text{ donc } c(x) = \frac{\alpha x^2}{D S} - \frac{L x}{D S} + c_0$$

On a une concentration minimale en $x=L$

or, $c > 0$ donc on doit respecter $c(L) > 0$

$$\text{on a } L^2 \left(\frac{\alpha - 2\alpha}{2DS} \right) + C_0 > 0$$

$$L^2 \left(\frac{-\alpha}{cDS} \right) > -C_0$$

$$L^2 < \frac{2DS C_0}{\alpha}$$

$$L < \sqrt{\frac{2DS C_0}{\alpha}} = \underline{L_{\max}}$$