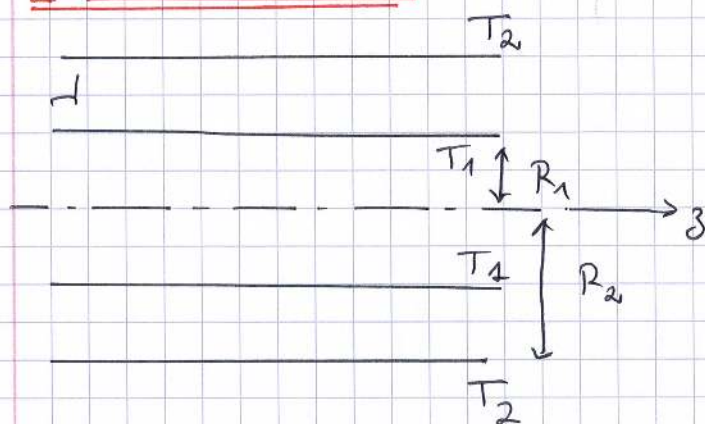


Le manchot empereur

1. Généralités



$$\Pi(p, \theta, z)$$

$$T(p)$$

Q10 $\vec{j}_{th}$ = vecteur densité de courant thermique

$$\|\vec{j}_{th}\| = \text{flux thermique par unité de surface en } \underline{Wm^{-2}}$$

Q11 D'après la loi de Fourier

$$\vec{j}_{th} = -\lambda \vec{\text{grad}} T \quad \text{avec } T(p)$$

$$\vec{j}_{th} = -\lambda \frac{dT}{dp} \vec{e}_p$$

Le signe $\ominus$ traduit le fait que les transferts thermiques se font selon les températures décroissantes.

Q12 Σ_1 = tuyau creux de longueur l , de rayon intérieur p et d'épaisseur dp

D'après le 1^{er} principe entre t et $t+dt$

$$dU = \delta Q + \delta W \quad \text{avec } dU = 0 \text{ car régime stationnaire}$$

et $\delta W = 0$ car le cylindre est indéformable

$$\delta Q = \oint \vec{j}_{th}(r) \cdot d\vec{S}_{\text{ext}} dt$$

S surface de Σ_1

$$\begin{aligned} \delta \Phi &= + j_{th}(\varphi) 2\pi \varphi l - j_{th}(\varphi + d\varphi) 2\pi(\varphi + d\varphi) l dt \\ &= - \frac{\partial \varphi j_{th}(\varphi)}{\partial \varphi} 2\pi d\varphi dt l. \end{aligned}$$

On a donc $\frac{d \varphi j_{th}(\varphi)}{d\varphi} = 0$ Bilan thermique

soit $\varphi j_{th}(\varphi) = cte = A$

avec $j_{th}(\varphi) = - \lambda \frac{dT}{d\varphi}(\varphi)$

$$- \lambda \varphi \frac{dT}{d\varphi} = A \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dT}{d\varphi} = - \frac{A}{\lambda \varphi}$$

$$T(\varphi) = - \frac{A}{\lambda} \ln \varphi + B$$

avec $T(R_1) = T_1 = - \frac{A}{\lambda} \ln R_1 + B$

et $T(R_2) = T_2 = - \frac{A}{\lambda} \ln R_2 + B$

$$T_1 - T_2 = \frac{A}{\lambda} \ln \frac{R_2}{R_1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{A}{\lambda} = \frac{T_1 - T_2}{\ln R_2/R_1}$$

et $B = T_1 + \frac{A}{\lambda} \ln R_1$.

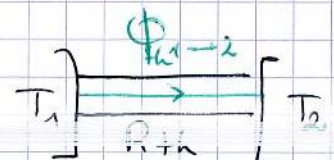
Il vient $T(\varphi) = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{\ln R_2/R_1} \ln \frac{R_1}{\varphi}$

$$T(\varphi) = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{\ln R_1/R_2} \ln \frac{\varphi}{R_2} \quad \text{OK}$$

55

Q13 Soit R_{th} la résistance thermique des milieux. Par définition

$$R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi_{th 1 \rightarrow 2}}$$



avec $\Phi_{th} = \text{flux thermique de } 1 \text{ vers } 2$

$$\begin{aligned} \Phi_{th} &= 2\pi \rho l j_{th}(\varphi) \\ &= 2\pi A l \\ &= 2\pi l \lambda \cdot \frac{T_1 - T_2}{\ln R_2/R_1} \end{aligned}$$

On a donc $\frac{T_1 - T_2}{\Phi_{th}} = \frac{\ln R_2/R_1}{2\pi l \lambda}$

$$R_{th} = \frac{1}{2\pi l \lambda} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \quad \text{OK}$$

2 - Détermination des métabolismes d'un manchot

58

Q14 R = rayon du cylindre modélisant un manchot -

$M = 30 \text{ kg}$ la masse du manchot

$= \rho_{eau} \cdot V$ V = volume du manchot

avec $V = \pi R^2 l$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{M}{\rho_{eau} \cdot \pi l}}$$

AN: $R = \sqrt{\frac{30}{10^3 \times \pi \times 1,2}}$

$R = 9,9 \text{ cm}$
 $\approx 10 \text{ cm}$

Bon ordre de grandeur

02

Q15 Σ_i = Manchot

D'après le 1^{er} principe entre t et $t+dt$

$$dH = \delta Q + \delta W$$

$$= -\Phi_{th} dt + P_m dt$$

$$= 0 \text{ car stationnaire}$$

Soit

$$P_m = \Phi_{th}$$

OK

03

016 | $T_i \left[\begin{array}{c|c|c} r_g & r_a & r_p \\ \hline \end{array} \right] T_e$

$\xrightarrow{\Phi_{i \rightarrow e}}$

Les résistances thermiques de chacune des couches sont associées en série car elles sont parcourues par le même flux thermique.

On a alors

$$R_{th_1} = R_{th_g} + R_{th_a} + R_{th_p}$$

$$R_{th_1} = \frac{1}{2\pi l} \left[\frac{1}{r_g} \ln \left(\frac{R+e_g}{R} \right) + \frac{1}{r_a} \ln \left(\frac{R+e_g+e_a}{R+e_g} \right) + \frac{1}{r_p} \ln \left(\frac{R+e_g+e_a+e_p}{R+e_g+e_a} \right) \right]$$

AN: $R_{th_1} = 1,07 \text{ W}^{-1} \text{ K}$

09

017 | $\vec{J}_{th,cc} = h(T_p - T_e) \vec{e}_\varphi$

On a alors $\Phi_{th,cc} = \iint_{\text{aire du cylindre}} \vec{J}_{th,cc} \cdot d\vec{S}$

$$= h(T_p - T_e) S.$$

$$R_{th,cc} = \frac{T_p - T_e}{\Phi_{th,cc}} = \frac{1}{hS}$$

11

018 | $\varphi_r \approx 4\sigma T_e^3 (T_p - T_e)$ flux radiatif surfacique

On a $\Phi_{th,r} = \text{flux radiatif émis}$

$$= \varphi_r \cdot S$$

$$= 4\sigma T_e^3 S (T_p - T_e)$$

Q18. $R_{th,r} = \frac{T_p - T_e}{\Phi_{th,r}}$

$$R_r = \frac{1}{4\sigma S T_e^3}$$

14

Q19. R_r et $R_{th,cc}$ sont associées en parallèle.
En effet, elles sont soumises à la même différence de température. (même écart de T)

$$\frac{1}{R_{th,2}} = \frac{1}{R_r} + \frac{1}{R_{th,cc}}$$

$$= 4\sigma S T_e^3 + \frac{1}{S}$$

$$R_{th,2} = \frac{1}{S} \left(\frac{1}{k + 4\sigma T_e^3} \right)$$

AN. $T_e = -17^\circ\text{C} = 256\text{ K}$

$$k = 5,7 + 3,7V = 23,2\text{ W m}^{-2}\text{ K}^{-1}$$

$$R_{th,2} = 33\text{ K W}^{-1}$$

Q20. $R_{th,tot} = R_{th,1} + R_{th,2}$ les résistances sont associées en série

AN: $R_{th,tot} = 1,6\text{ K W}^{-1}$

On a $P_m = \Phi_{th} = \frac{T_i - T_e}{R_{th,tot}}$

AN $P_m = 50\text{ W. ok.}$

20

Q21 On constate que plus le groupe est important plus la puissance liée au métabolisme est faible. En s'assemblant, les membres à l'intérieur du groupe offre une surface exposée à la température extérieure. Les pertes thermiques sont $\oplus$ faibles.

31

Jean Perrin et l'hypothèse atomique

Grains $R_b = 0,2 \mu\text{m}$

$V_b = 3,4 \cdot 10^{-20} \text{ m}^3$

$\rho_B = 4,2 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

$m_b = 4,1 \cdot 10^{-17} \text{ kg}$

Eau $\rho_e = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

I - Equilibre vertical d'un gaz à la température ambiante

32

1 - D'après l'équation d'état des gaz parfaits

$$P_0 V = n R T_0$$

Soit pour $n = 1,0 \text{ mole}$

$$V_m = \frac{8,314 \times 300}{10^5}$$

$$V_m = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$

$$= 2,4 \text{ L}$$

$$V_m = \frac{R T_0}{P_0}$$

Choix $T_0 = 25^\circ\text{C}$

$P_0 = 1,0 \text{ bar}$

Soit N le nombre de molécules d'air dans 1 mole.

$$N = c_A$$

Elles occupent un volume $V_p = c_A \times \frac{4}{3} \pi R_m^3$

$$V_p \approx 6 \cdot 10^{23} \times 4 \times 10^{-30}$$

$$\approx 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\frac{2,4 \cdot 10^{-6}}{2,4 \cdot 10^{-2}}$$

On a donc $\frac{V_p}{V_m} \approx 10^{-4}$

2 Un gaz parfait est un gaz dont les particules sont ponctuelles et sans interaction entre elles

42

On peut bien négliger le volume occupé par les molécules d'air devant le volume offert.

3 Pour un gaz parfait monoatomique

$$E_{cm} = \frac{3}{2} k_B T_0.$$

d'autre part $E_{pm} = m_m g z$ avec $z =$ aptitude de la molécule

A T_0 les molécules ne se regroupent pas au fond du récipient grâce à l'agitation thermique

OdG $E_{cm} = \frac{3}{2} 1,46 \cdot 10^{-23} \times 300 = 6 \cdot 10^{-21} \text{ J}$ $E_{pm} = 10^{-24} \text{ J} \ll E_{cm}$

II - Etude d'un équilibre de sédimentation

8 l'étudie = un grain de gomme-gutte

Référentiel terrestre galiléen

Bilan des forces:

* le poids $\vec{P} = m_b \vec{g}$

* la poussée d'Archimède $\vec{\pi} = -\rho_e V_b \vec{g}$

$$\vec{\pi} = -m_b \left(\frac{\rho_e}{\rho_b} \right) \vec{g}$$

* frottements $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$

avec $\alpha = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ kg s}^{-1}$

g 

$$\vec{v}(t) = -v(t) \vec{e}_z$$

D'après la 2^e loi de Newton:

$$m_b \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f}$$

Selon $\vec{e}_z$:

$$-m_b \frac{dv}{dt} = m_b g + m_b \frac{\rho_e}{\rho_b} g + \alpha v$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{\alpha}{m_b} v = g \left(1 - \frac{\rho_e}{\rho_b} \right)}$$

$v(t)$ est de la forme

$$v(t) = \frac{m^* g}{\alpha} \left(1 - \frac{v_e}{v_b} \right) + A e^{-t/\tau}$$

On pose $v_e = \frac{m^* g}{\alpha}$ avec $m^* = m_b \left(1 - \frac{v_e}{v_b} \right)$

Régime permanent $e^{-t/\tau} \approx 0$
 $v(t) = v_e$ } $m^* = v_b (v_b - v_e)$

et $\tau = \frac{m_b}{\alpha}$

AN $\tau = \frac{4,1 \cdot 10^{-17}}{4,5 \cdot 10^{-9}}$

$\tau = 9,1 \cdot 10^{-9} \text{ s}$
 $= 9,1 \text{ ns}$

et $v_e = \frac{3,4 \cdot 10^{-20} \times (1,2 - 1,9) \cdot 10^3 \times 9,81}{4,5 \cdot 10^{-9}}$

$v_e = 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ m s}^{-1}$

m^* est appelée "masse apparente" car tout se passe comme si on étendait le mot d'une particule de masse m^* soumis simplement à son poids.

Q3

10 $\vec{j}_c(z) = -c(z) \vec{e}_3$

$\vec{j}_m(z) = -D \frac{dc}{dz} \vec{e}_3$

$\vec{j}_c$ et $\vec{j}_m$ sont des densité de flux de particules, ils ont la même unité = flux surfacique de particules

$\|\vec{j}_c\|$ en $\text{m s}^{-1} \text{ m}^{-3}$ soit en $\underline{\text{m}^{-2} \text{ s}^{-1}}$

$[\|\vec{j}_c\|] = L^{-2} T^{-1}$

On en déduit D en $\text{m}^{-2} \text{ s}^{-1} \times \frac{\text{m}}{\text{m}^{-3}}$ en $\underline{\text{m}^2 \text{ s}^{-1}}$

ou $[D] = L^2 T^{-1}$

A l'état d'équilibre macroscopique le flux de particules à travers une surface S horizontale doit être globalement nul.

on doit donc avoir

$$\vec{J}_c(z) + \vec{J}_n(z) = \vec{0}$$

Selon $\vec{e}_z$: $-v_L c(z) - D \frac{dc}{dz}(z) = 0$

On obtient

$$\frac{dc}{dz} + \frac{v_L}{D} c = 0$$

Les solutions ont de la forme

$$c(z) = B e^{-z/H_b} \quad \text{avec} \quad H_b = \frac{D}{v_L}$$

avec à $z=0$ $c(0) = B = c_0$

$$\begin{aligned} c(z) &= c_0 e^{-z/H_b} \\ c(z) &= c_0 A(z) \end{aligned} \quad \text{avec} \quad A(z) = e^{-z/H_b}$$

$$H_b = \frac{D \alpha}{m^* g} \quad \text{avec} \quad \alpha = 6\pi\eta R_b$$

$$H_b = \frac{6\pi\eta R_b D}{m^* g}$$

12

11 On a $E_p^*(z) = m^* g z$ avec $E_p^*(0) = 0$

On a $A(z) = e^{-z/H_b} = e^{-\frac{E_p^*(z)}{k_B T_0}}$

Par identification on obtient :

$$\frac{1}{H_b} = \frac{m^* g}{k_B T_0}$$

$$\Leftrightarrow \frac{m^* g}{6\pi\eta R_b D} = \frac{m^* g}{k_B T_0}$$

$$D = \frac{k_B T_0}{6\pi\eta R_b}$$

Il y a conservation du nombre total de particules

12] On a $N = \int_0^{h_1} S dz c(z) = \int_0^{h_1} dN.$

$$\begin{aligned} &= \int_0^{\infty} S c_0 e^{-z/H_b} dz \\ &= S c_0 \left[-H_b e^{-z/H_b} \right]_0^{+\infty} \end{aligned}$$

$$N = + S c_0 H_b.$$

Soit $c_0 = \frac{N}{S H_b}$

16 13] On a $c(z) = \frac{n(z)}{S e} = c_0 e^{-z/H_b}$

Il vient $n(z) = S e c_0 e^{-z/H_b}$

$\ln(n(z)) = \ln(S e c_0) - z/H_b.$

Equation
de la droite
exp.

On a donc $H_b = \frac{1000}{24}$ en $\mu m.$

AN $H_b = 42 \mu m.$

On ne peut pas considérer que h_1 soit infini !

Remarque : on doit avoir $4,7 = \ln S e c_0.$

$\rightarrow e = 0,36 \mu m!$ Quelle précision !

14] On a $k_{B, \text{exp}} = \frac{m^* g H_b}{T_0}$

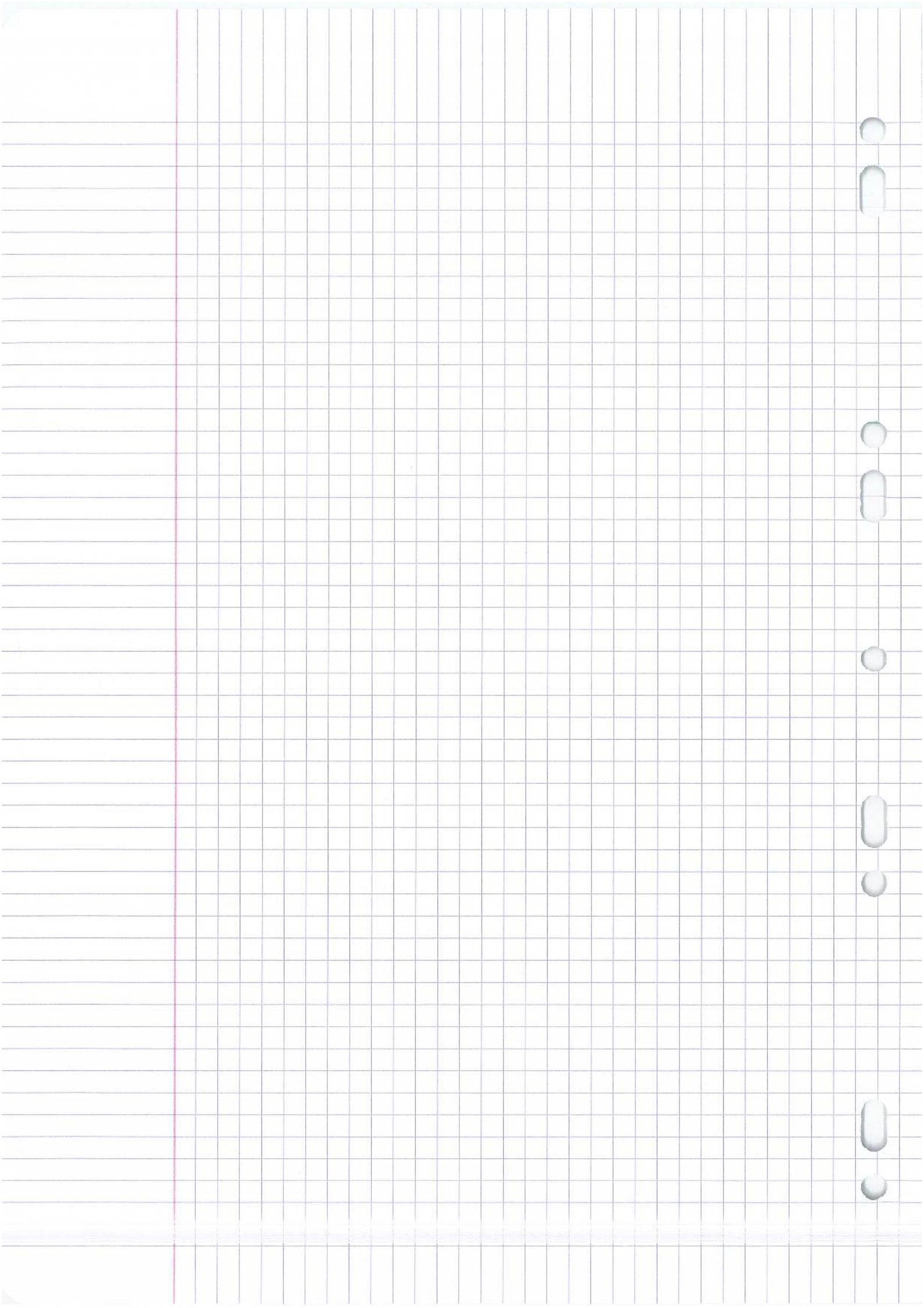
$$k_{B, \text{exp}} = m_b \left(1 - \frac{\mu_e}{\mu_b} \right) g \frac{H_b}{T_0}$$

AN : $k_{B, \text{exp}} = 9,6 \cdot 10^{-24} \text{ J.K}^{-1}$

$\rightarrow 30\%$ d'erreur

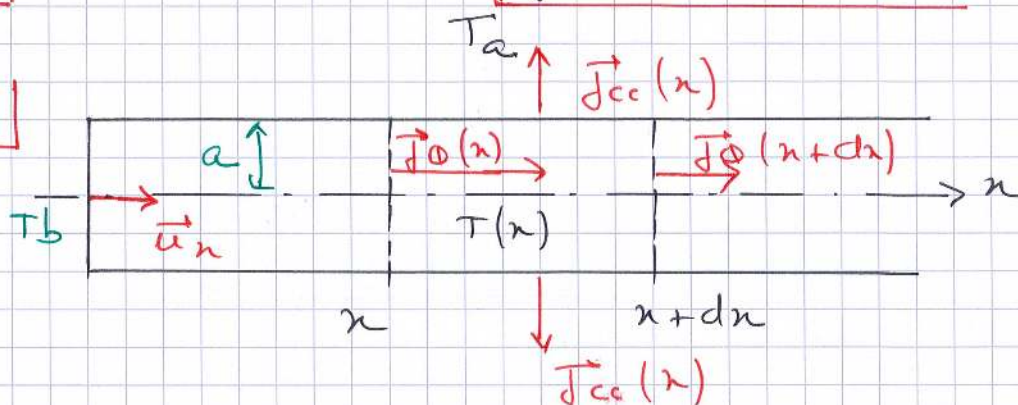
Causes + comptage sur $e = 0,36 \mu m!$

* précision de 6 valeurs de z -



Refroidir les centres de donnéesA - A l'échelle des composantsQ1. Loi de Fourier $\vec{j}_T = -\lambda \text{grad } T$

Q2.

 Σ = tranche de cylindre entre n et $n+dn$.D'après le 1er principe de la thermodynamique
entre t et $t+dt$

$$dH = \delta Q \quad \text{car } P_{\text{ext}} = 0.$$

avec $dH = 0$ car on considère le régime station-
naire.

$$\delta Q = \oint \vec{j} \cdot d\vec{S}_H \text{ entrant}$$

$\pi \in \mathcal{S} \leftarrow \text{surface de } \Sigma$

$$\frac{\delta Q}{dt} = \iint_{\pi a^2 \text{ en } n} \vec{j}_0 \cdot d\vec{S} \vec{u}_n + \iint_{\pi a^2 \text{ en } n+dn} \vec{j}_0 \cdot d\vec{S} (-\vec{u}_n) + \iint \vec{j}_{cc} \cdot d\vec{S} (-\vec{n})$$

soit paroi
externe

$$\begin{aligned} \delta Q &= (j_0(n) - j_0(n+dn)) \pi a^2 dt - 2\pi a dn j_{cc}(n) \\ &= - \frac{dj_0}{dn} \pi a^2 dn dt - k(T(n) - T_a) 2\pi a dn \end{aligned}$$

avec $\vec{j}_0 = -\lambda \text{ grad } T$
 $= -\lambda \frac{dT}{dx} \vec{e}_x$

$$0 = +\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} a - h(T - T_a) 2$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{2h}{\lambda a} T = -\frac{2h}{\lambda a} T_a} \quad *$$

On pose $\delta = \sqrt{\frac{\lambda a}{2h}}$

et on obtient

$$\boxed{\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{T}{\delta^2} = -\frac{T_a}{\delta^2}} \quad \text{OK}$$

39

Q3 $[\delta^2] = \left[\frac{\lambda a}{2h} \right]$

$$= \frac{[\text{puissance}] \cdot L^{-1} \cdot T^{-1} \cdot L}{1 \cdot [\text{puissance}] L^2 K^{-1}}$$

$$= L^2$$

ou avec l'éq diff.

$[\delta] = L$ OK

AN

$$\delta = \sqrt{\frac{148 \times 10^{-3}}{30 \cdot 2}}$$

$$\delta = 5,0 \text{ mm}$$

$$\delta_r = 1,6 \text{ cm}$$

air stat.

↑ air

ventilé.

contact thermique parfait

43

Q4 On doit avoir $T(0) = T_d$.

conservation des flux en b →

et $\Phi_{th}(b) = j_{cc}(b)$

$$-\lambda \frac{dT}{dx}(b) = h(T(b) - T_a)$$

Si $b \gg \delta$ on aura $T(b) = T_a$.

45

Q5 Pour $b \gg \delta$

Les solutions de * sont de la forme :

$$T(x) = T_a + A e^{-x/\delta} + B e^{+x/\delta}$$

avec $T(0) = T_d = T_a + A + B$
 $T(b) = T_a = T_a + \underbrace{A e^{-b/\delta}}_{\ll 1} + \underbrace{B e^{+b/\delta}}_{\gg 1}$

$\Rightarrow B = 0$ et $A = T_d - T_a$.

Il vient $T(x) = T_a + (T_d - T_a) e^{-x/\delta}$

On constate bien que pour $x/\delta \geq 0,6$
 $T(x) = T_a$.

Asymptote à l'origine coupe l'asymptote en
 $\frac{x}{b} = 0,1 = \frac{\delta}{b}$ soit $b = 10 \delta$ (ok).

Q6 Résistance thermique $R_{th} = \frac{T_d - T_a}{P}$

Pour $b \ll \delta$ le changement de température dans le barreau est faible.

$$e^{-x/\delta} \approx 1 - x/\delta$$

$$P = j_0(0) S = j_0(b) S = j_{cc}(b) S$$

$$= k S (T_d - T_a)$$

$$\rightarrow R_{th} = \frac{1}{k S}$$

AN $R_{th} = \frac{1}{30 \pi (10^{-3})^2}$

$R_{th} = 10,6 \text{ } 10^3 \text{ W}^{-1} \text{ K}$. avec air statique

Si air ventilé $\rightarrow R'_{th} = 1,0 \text{ } 10^3 \text{ W}^{-1} \text{ K}$ (ok)

57

08 | AL $b = 2,0 \text{ cm}$ On veut évacuer $P = 200 \text{ W}$.

$$= N \times P_{\text{ailette}}$$

↑
nombre d'ailette

avec $P_{\text{ailette}} = \frac{T_d - T_a}{R + h}$

$$T_d = 60^\circ \text{C}$$

$$T_a = 25^\circ \text{C}$$

$$R + h \quad \delta_{\text{Al}} = \sqrt{\frac{1_{\text{Al}} a}{2h}}$$

$$\delta_{\text{Al}} = 6,3 \text{ mm}$$

air ventilé $\delta'_{\text{Al}} = 20 \text{ mm}$

$$\rightarrow \frac{b}{\delta_{\text{Al}}} = 0,318$$

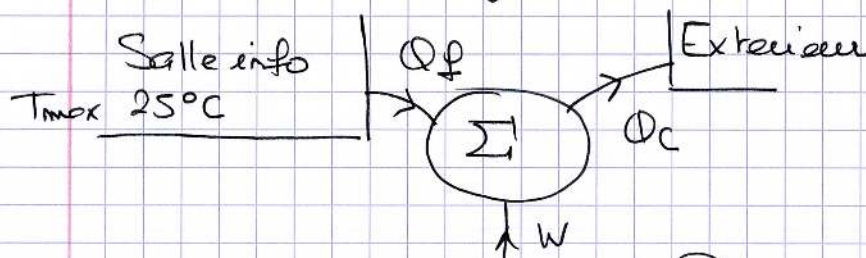
On lit $R + h = 25 \text{ KW}^{-1}$

D'où $P_{\text{ailette}} = 1,4 \text{ W}$.

Il faut 150 ailettes. beaucoup trop pour pouvoir les placer sur le composant.

02

B - A l'échelle des locaux

09 | Machine réfrigérante :

Par déf $\text{COP} = \frac{Q_f}{W} = \frac{P_{\text{th f}}}{P}$

soit $P = \frac{P_{\text{th f}}}{\text{COP}}$ ← doit compenser l'énergie thermique dégagée au les serveurs

$$P_{thf} = 100 \text{ kW.h} / 1 \text{ jour}$$

$$= \frac{100}{24} \text{ kW.}$$

$$E_{en} = P \times 365,25.$$

$$= \frac{100}{3 \times 24} \text{ kW} \times 365 \times 24.$$

$$= 12 \text{ } 10^3 \text{ kW.h}$$

$$\text{Coût } C = 2 \text{ } 10^3 \text{ euros}$$

09

Q10. D'après l'équation des gaz parfaits

$$PV = nRT$$

$$\text{ou } P = \rho \frac{RT}{M}$$

$$\rho_{air} = \frac{P M_{air}}{R T_{max}}$$

$$\text{AN } \rho_{air} = 1,1 \text{ kg.m}^{-3}.$$

$$D_m = \rho_{air} D_v$$

$$D_m = 940 \text{ kg.k}^{-1} \\ = 0,26 \text{ kg.s}^{-1}$$

12

Q11 Si on estime que le free cooling est efficace

$\Sigma_{ouvert} = \text{pièce.}$

$$D_m (h_s - h_e) = P_{thf}.$$

$$\text{GP diatomique } h_s - h_e = c_{p,m} (T_s - T_e)$$

$$\text{avec } c_p = \frac{n \gamma}{\gamma - 1} \frac{R}{M} = \frac{\gamma R}{M(\gamma - 1)} \quad \text{or } \gamma = 1,4$$

$$\text{Il vient } T_{max} + D_m \frac{\gamma R}{M(\gamma - 1)} (T_{max} - T_e) = P_{thf}$$

$$T_e = T_{max} - \frac{M(\gamma - 1)}{D_m \gamma R} P_{thf}.$$

$$\text{AN } T_e = 19^\circ\text{C}$$

On peut utiliser le free cooling 7 mois sur 12

$$E_{\text{cool}} = \cancel{P \times \Delta T \times \Delta t} = 0,17 \times \frac{5}{12}$$
$$E_{\text{free}} = 60 \times \frac{7}{12} \times 3600 \times 24 \times 365,25$$
$$=$$