Révisions d'optique

Exercices

1. Angle de Brewster

Un rayon incident donne, au point d'incidence I de l'interface air-eau, un rayon réfléchi et un rayon réfracté.

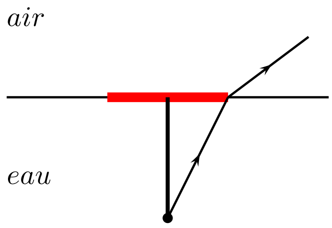
1. Faire un schéma où figurent les trois rayons ainsi que le dioptre. Placer correctement les angles d'incidence i_1, de réflexion i'_1 et de réfraction i_2.
2. Pour quelles valeurs i_{1B} de l'angle i_1 trouve-t-on un rayon réfracté orthogonal au rayon réfléchi ? Cette incidence est appelée incidence de Brewster.

Données : $n_{air} = 1,00$; $n_{eau} = 1,33$.

2. Épingle invisible

On dispose sur un plan d'eau une rondelle de liège de rayon R et d'épaisseur négligeable au centre de laquelle on a planté une épingle de longueur L, perpendiculairement à la rondelle. On note n l'indice de réfraction de l'eau, celui de l'air étant pris égal à 1,00.

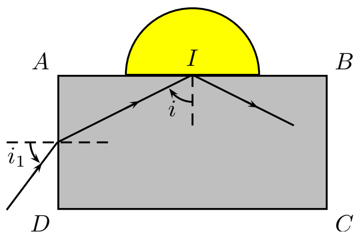
1. Déterminer à partir de quelle longueur limite L_{lim} de l'épingle le rayon lumineux issu de l'extrémité et passant par le bord de la rondelle est totalement réfléchi.
2. Que peut-on alors dire des autres rayons qui arrivent sur le dioptre eau→air ? Que voit un observateur qui regarde depuis l'air en dessous de la rondelle ?



A.N. : $R = 2$ cm ; $n = 1,33$.

3. Mesure d'indice

On taille un parallélépipède dans un verre d'indice N élevé. On place sur la face AB une goutte de liquide d'indice n à mesurer. L'indice du milieu extérieur est n_1. On éclaire par un rayon lumineux d'angles d'incidences, i_1 sur AD et i en I milieu de AB ; ce rayon subit une réflexion totale en I.



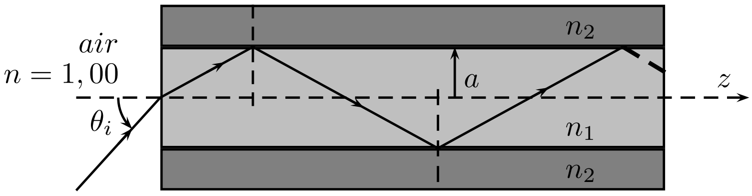
1. Trouver la relation reliant i_1 et i.
2. À partir de quelle valeur de i_1 (i_{1lim}) a-t-on réflexion totale en I ?
3. Dans ce cas donner l'expression de n en fonction de i_{1lim}, N et n_1.
4. Quelles conditions doit vérifier n pour que cette mesure soit possible ?
5. Application : $N = 1,6260$, $n_1 = 1,00029$ et $i_{1lim} = 40,10^o$.

4. Miroir domestique

Deux personnes mesurent respectivement $1,62$ m et $1,85$ m. Leur visage a une hauteur d'environ 25 cm, les yeux étant à 10 cm du sommet du crâne. Elles veulent voir leur visage dans un même miroir.
À quelle distance du sol doit-il être placé et quelle est sa hauteur minimale ?

5. Fibre optique

On envisage le cas d'une fibre optique à saut d'indice : elle est constituée d'un cœur de rayon a, d'indice n_1 et d'une gaine d'indice n_2.

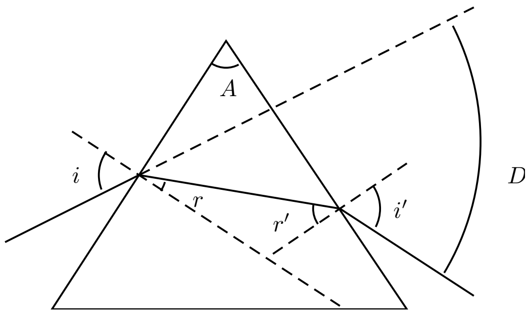


1. Montrer que si θ_i reste inférieur à une valeur θ_a, un rayon peut-être guidé dans le cœur. On appelle ouverture numérique, noté $O.N.$ la quantité $\sin\theta_a$. Exprimer $O.N.$.
2. Une impulsion lumineuse arrive à $t = 0$, au point O sous la forme d'un faisceau conique convergent, de demi-angle au sommet θ_i, où $\theta_i < \theta_a$. Les rayons lumineux d'inclinaison différente n'ont pas le même chemin à parcourir dans la fibre ; leur temps de parcours est donc variable. Calculer pour une fibre de longueur ℓ, l'élargissement temporel δt de cette impulsion à la sortie de la fibre. Exprimer δt en fonction de ℓ, n_1, c et θ_i.
3. Quel est le nombre maximal d'impulsions lumineuses que peut transférer une telle fibre par unité de temps pour que ces impulsions soient séparables à la sortie ? (Ceci correspond au débit maximal d'informations que peut transmettre la fibre.)

A.N. : $\ell = 10$ m ; $\theta_i = 8^o$ et $n_1 = 1,5$.

6. Prisme

On considère un prisme transparent d'indice n et d'angle au sommet A. On envisage le parcours d'un rayon lumineux à travers ce prisme comme sur le schéma ci-contre :



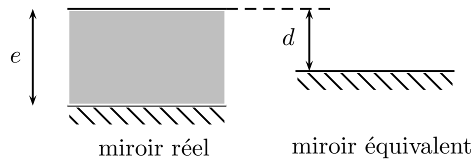
1. Écrire les lois de la réfraction reliant les angles i, i', r et r' (relation (1) et (2)).
2. Le milieu transparent du prisme est dispersif et vérifie la formule de Cauchy : $n(\lambda) = a + b/\lambda^2$ où a et b sont des constantes positives. Pourquoi un tel prisme permet-il de décomposer la lumière blanche ?
3. Dans la suite de l'exercice, on considère un rayonnement monochromatique. L'indice optique est donc parfaitement défini pour la longueur d'onde utilisée.
   (a) Exprimer A en fonction de r et r' (relation (3)).
   (b) Exprimer la déviation D du rayon en fonction de i, i', A (relation (4)).
   (c) On suppose à présent que l'angle d'incidence i peut varier. En différenciant les relations (1) à (4), montrer qu'il existe un extrémum de déviation correspondant à l'égalité $r = r'$.
   (d) Représenter graphiquement cette configuration. On admettra que cet extremum de déviation correspond en fait à un minimum noté D_m ; montrer la relation :

$$n = \frac{\sin\left(\dfrac{D_m + A}{2}\right)}{\sin\left(\dfrac{A}{2}\right)}$$

Nous verrons en T.P. que la mesure du minimum de déviation donne une mesure très précise de l'indice optique et permet de déterminer les constantes a et b de la formule de Cauchy en étudiant différentes longueurs d'onde.

7. Miroir domestique

Le dépôt métallique réfléchissant d'un miroir domestique est effectué derrière un dioptre protecteur (lame de verre d'épaisseur e et d'indice $n = 1,50$). Ainsi une rayure à la surface n'altère pas le dépôt.



1. Tracer qualitativement la marche d'un rayon incident quelconque.
2. En considérant le cas d'un angle de faible incidence, montrer que tout se passe comme si on avait à faire à un miroir plan sans couche protectrice de verre placé à une distance d derrière la face avant de la lame de verre. Vous exprimerez d en fonction de e et n.
3. Expliquer pourquoi un miroir domestique donne parfois une image dédoublée.

8. Méthodes de Bessel et Silberman

Soit un objet A dont on souhaite obtenir l'image A' sur un écran par une lentille convergente de distance focale image f'. Pendant toute l'expérience, la distance D entre l'objet et l'écran est fixée, et seule la lentille peut se déplacer. On note $x = \overline{AO}$, avec O le centre optique de la lentille.

1. Dans le cas où $D > 4f'$, montrer qu'il existe deux positions x_1 et x_2 de la lentille telles que A et A' soient conjugués ; en déduire que la mesure de la distance $d = |x_2 - x_1|$ entre ces deux positions permet de déterminer la distance focale f' de la lentille (méthode de Bessel) par la relation
$$f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$$
2. Dans le cas particulier où $D = 4f'$, montrer qu'il n'existe plus qu'une seule position de la lentille telle que l'image A' de A soit située à l'écran, et que le grandissement est alors égal à -1 (méthode de Silberman).

9. Modélisation de l'œil

Un astre est vu à l'œil nu sous un diamètre apparent de une minute d'arc (soit 1/60ème de degré). On veut en faire une image sur un écran à l'aide d'une lentille convergente de vergence $V = 1\,\delta$.

Où doit-on placer l'écran pour matérialiser l'image de l'astre ? Quelle est le diamètre d de l'image de l'astre sur l'écran ?

10. Nerf optique

Couvrir l'œil gauche avec une main et regarder fixement la croix avec l'œil droit en plaçant la feuille à environ 50 cm du visage. Tout en maintenant l'axe reliant la croix au point noir horizontal, rapprocher lentement la feuille. Pour une certaine position de la feuille, le point noir n'est plus visible. L'image du point noir se forme alors sur la position du nerf optique, et cette zone est insensible à la lumière. En assimilant la rétine à un plan transverse, calculer la distance séparant le nerf optique de l'axe optique de l'œil. On pourra considérer que le cristallin est situé à 15 mm de la rétine, et les autres grandeurs numériques seront tirées de façon approximative de l'expérience.

11. Loupe

On assimile une loupe à une lentille mince convergente de focale f'. L'œil ne peut observer un objet que s'il est à une distance $d \geq d_m = 25$ cm (distance minimale de vision, aussi appelée PP pour Punctum Proximum). Sans la loupe il verra donc l'objet sous l'angle maximal $\theta = AB/d_m$. En revanche la distance maximale de vision est située à l'infini pour un œil normal (PR : Punctum Remotum) : c'est ainsi qu'il se fatigue le moins.

1. Avec la loupe, l'œil voit l'image $A'B'$ (non renversée) de l'objet AB formée par la loupe. L'image est-elle réelle ou virtuelle ?
2. Dans cette question on supposera que l'oeil se trouve à une distance $L = 10$ cm de la lentille et que $f' = 2,5$ cm. Sur quel intervalle de l'axe optique peut alors être placé AB pour que son image soit entre le PP et le PR (cette longueur s'appelle la latitude de mise au point) ? Quelle est la position la plus "confortable" ? Tracer les rayons dans ce dernier cas.
3. On appelle θ' l'angle sous lequel l'œil voit l'objet à travers la loupe lorsqu'il est dans le plan focal objet. Calculer le grossissement $G = \theta'/\theta$ de la loupe dans le cas général. Calculer la focale minimale (en dioptries) pour que la loupe présente un intérêt.

12. Lunette de Galilée

Une lunette de Galilée est constituée d'une lentille convergente L_1 de distance focale image $f'_1 = 10$ cm (l'objectif) et d'une lentille divergente L_2, de distance focale image $f'_2 = -5$ cm (l'oculaire). Cette lunette est afocale.

1. Rappeler ce qu'est un système afocal.
2. Quelle est la longueur de la lunette (distance entre L_1 et L_2) ?
3. Tracer le cheminement d'un rayon lumineux incident parallèle à l'axe.
4. Tracer le cheminement d'un rayon lumineux incident passant par le centre optique de L_1 et faisant un angle θ par rapport à l'axe optique. On appelle θ' l'angle que fait le rayon émergent correspondant par rapport à l'axe optique. Calculer le grossissement θ'/θ de la lunette.
5. Pour un observateur utilisant cette lunette, l'image d'un objet éloigné est-elle renversée ou non, réduite ou agrandie ? À quoi peut servir une telle lunette ?