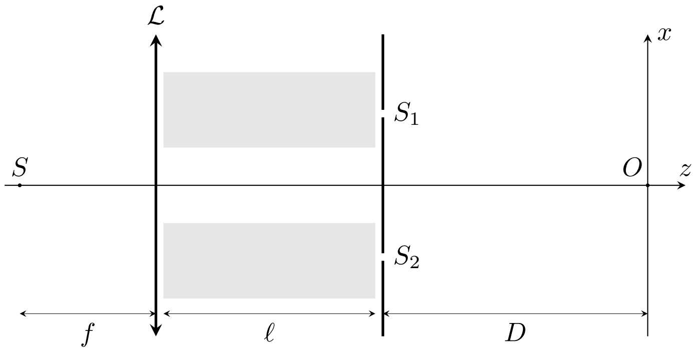
Semaine de colle n^o 9

Question de cours : Superposition de N ondes lumineuse

Superposition de N ondes quasi-monochromatiques cohérentes entre elles, de même amplitude et dont les phases sont en progression arithmétique. Expliquer qualitativement l'influence de N sur l'intensité et la finesse des franges brillantes observées. Établir, par le calcul, la condition d'interférences constructives et la demi-largeur $2\pi/N$ des franges brillantes.

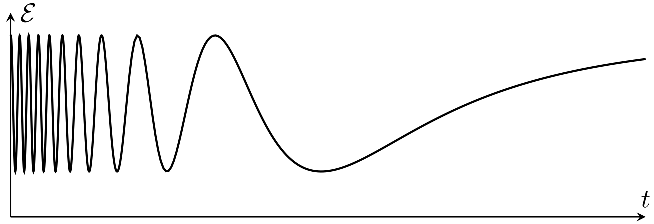
Exercice : Mesure de l'indice d'un gaz

On considère le montage suivant, constitué de deux trous d'Young S_1 et S_2 distants de a devant lesquels on a placé deux cuves identiques transparentes pouvant contenir un gaz.



Les cuves sont éclairées par une onde plane obtenue en plaçant une source ponctuelle S monochromatique au foyer objet d'une lentille convergente $\mathcal{L}$; l'observation se fait sur un écran placé dans le plan $z = 0$ à une distance D des trous. On note ℓ la longueur des cuves dans la direction de propagation de l'onde incidente et on suppose que $D \gg a$.

1. En notant n_1 et n_2 les indices de réfractions des gaz contenus dans les cuves 1 et 2, déterminer la différence de chemin optique $\delta = (SS_2M) - (SS_1M)$ en un point $M(x, y, 0)$ de l'écran.
2. Préciser l'interfrange et la position de la frange d'ordre 0. Est-il possible de repérer la position de cette frange en lumière monochromatique ?
3. Initialement, un vide très poussé est réalisé dans la cuve 1, tandis que la cuve 2 contient de l'air dans les conditions de température et de pression du laboratoire. On a donc $n_1 = 1$ et $n_2 = n_{\text{air}}$. On fait rentrer lentement de l'air dans la cuve 1. Qu'observe-t-on ?
4. On utilise une lampe à vapeur de sodium de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 590$ nm. On place une photodiode sur l'écran en $x = 0$. Entre l'état initial et l'état final ($n_1 = n_{\text{air}}$), on observe la variation suivante de l'intensité lumineuse en fonction du temps.



Sachant que $\ell = 2$ cm, déterminer $n_{\text{air}} - 1$.

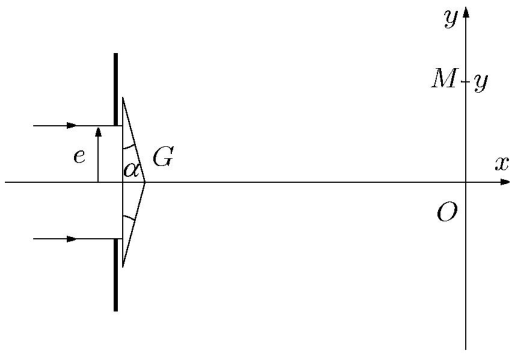
Semaine de colle n^o 9

Question de cours : Les trous d'Young

Dispositif-modèle des trous d'Young ponctuels dans milieu non dispersif (source ponctuelle à grande distance finie ; observation à grande distance finie). Figure d'interférence.

Exercice : Biprisme de Fresnel

Une onde plane progressive monochromatique de longueur d'onde λ arrive sous incidence normale sur la face d'un biprisme de Fresnel constitué de deux prismes identiques d'indice n, d'angle α petit et accolés par leur base de petite dimension. Le faisceau incident est limité par une fente de largeur $2e$.



1. Représenter, dans le plan de section principale, le champ d'interférences et indiquer ses dimensions.
   Application numérique : $\alpha = 5.10^{-3}$ rad ; $n = 1,5$, $e = 1$ cm.
2. Un écran E est placé perpendiculairement à Ox, à une distance $\ell = GO$ de G.
   (a) Calculer la différence de phase en O, puis en un point M de l'écran d'ordonnée y.
   (b) Exprimer l'éclairement $\mathcal{E}(y)$ en un point de l'écran et en déduire l'interfrange i.
   Application numérique : $\lambda = 0{,}578$ μm.
3. Calculer le nombre N de franges brillantes observées sur l'écran si $\ell = 2$ m.
4. On place à 0,6 m en avant de l'écran E une lentille convergente de distance focale image $f_1' = 0,3$ m et d'axe confondu avec Ox. Qu'observe-t-on alors sur l'écran E ?

Question de cours : Montage de Fraunhofer

Description du dispositif. Calcul de la différence de marche. Figure d'interférence.

Exercice : Fentes d'Young

Une source ponctuelle monochromatique S_1 à la distance b de l'axe optique éclaire deux trous d'Young séparés de a situés à une distance D. Un écran est placé au foyer image d'une lentille convergente.
Tracer deux rayons partant de la source.
Déterminer l'intensité $I_1(M)$ d'un point M de l'écran.
Quel type de franges observe-t-on ?

On ajoute une deuxième source placée symétriquement à S_1. Déterminer $I(M)$.
Les deux sources s'écartent à la vitesse verticale V_0. Montrer que l'intensité est périodique. Y a-t-il brouillage ?

 Semaine de colle n^o 9

Mesure de l'indice d'un gaz

1. Les chemins optiques peuvent s'écrire

$$\left\{\begin{array}{l}(SS_2M) = (SS_2) + n_{air}\|\overrightarrow{S_2M}\| \\ (SS_1M) = (SS_1) + n_{air}\|\overrightarrow{S_1M}\|\end{array}\right.$$

La différence de marche est donc

$$\delta = (n_2 - n_1)\ell + n_{air}\left(\|\overrightarrow{S_2M}\| - \|\overrightarrow{S_1M}\|\right)$$

or

$$\begin{aligned}\|\overrightarrow{S_2M}\| &= \sqrt{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} \\ &= D\left(1 + \frac{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{D^2}\right)^{1/2} \\ &\simeq D\left(1 + \frac{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2D^2}\right)\end{aligned}$$

et, de même

$$\|\overrightarrow{S_1M}\| \simeq D\left(1 + \frac{\left(x-\frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2D^2}\right)$$

On en déduit

$$\begin{aligned}\delta &= (n_2 - n_1)\ell + n_{air}D\left(\frac{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2D^2} + \frac{\left(x-\frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2D^2}\right) \\ &= (n_2 - n_1)\ell + \frac{n_{air}ax}{D}\end{aligned}$$

2. L'abscisse x_0 de la frange d'ordre 0 est telle que

$$(n_2 - n_1)\ell + \frac{n_{air}ax_0}{D} = 0 \text{ soit } x_0 = \frac{n_1 - n_2}{n_{air}}\frac{D\ell}{a}$$

L'interfrange Δx est telle que

$$\frac{n_{air}a\Delta x}{D} = \lambda \text{ soit } \Delta x = \frac{\lambda D}{n_{air}a}$$

3. L'abscisse d'une frange d'ordre p est

$$x_p = \frac{D}{n_{air}a}\left(p\lambda + (n_1 - n_2)\ell\right)$$

Lors du pompage, n_1 augmente donc x_p augmente. L'interfrange restant inchangée, l'ensemble de la figure d'interférences est translaté vers le haut.

4. Sur la courbe, on voit que l'ordre d'interférence varie de 10 unités. La différence de marche en $x = 0$ est

$$\left\{\begin{array}{rl}\delta_i = (n_{air} - 1)\ell & \text{dans l'état initial} \\ \delta_f = 0 & \text{dans l'état final}\end{array}\right.$$

La variation de l'ordre d'interférence est

$$\Delta p = \frac{\delta_f - \delta_i}{\lambda} = -\frac{(n_{air} - 1)\ell}{\lambda}$$

On en déduit que

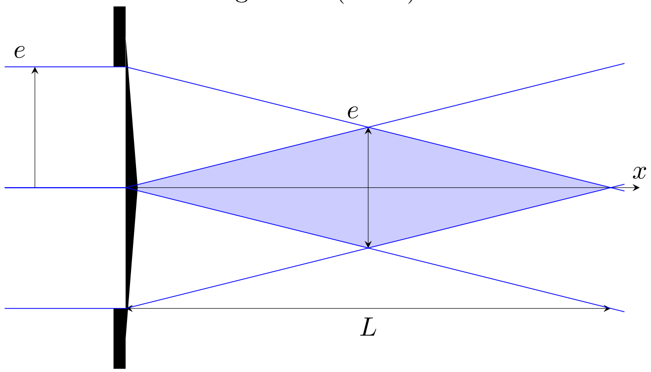
$$n_{air} - 1 = \frac{\lambda|\Delta p|}{\ell}$$

soit, numériquement $n_{\text{air}} - 1 \simeq 3.10^{-4}$ avec $|\Delta p| = 10$.

Semaine de colle n^o 9

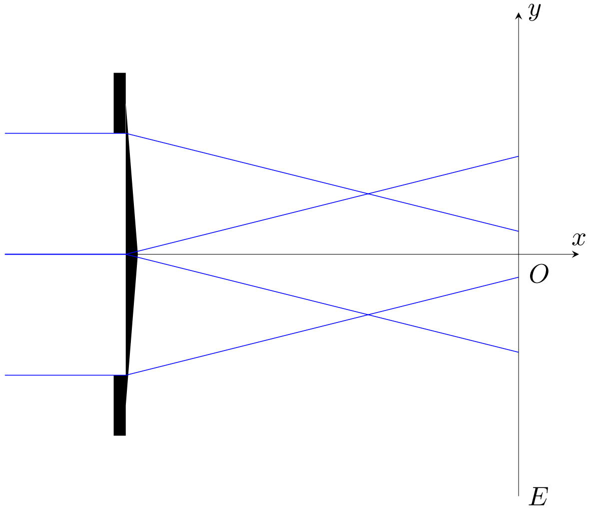
Biprisme de Fresnel

1. La déviation par le prisme est d'un angle $D = (n-1)\alpha$ vers le bas, et la déviation par le prisme du haut est d'un angle $D = (n-1)\alpha$ vers le haut.



La largeur maximale du champ d'interférence est égale à e ; sa longueur est $L = \dfrac{e}{\tan D} \simeq \dfrac{e}{(n-1)\alpha} \simeq 4$ m.

2. a) Au point O les chemins optiques sont égaux par symétrie. La différence de phase y est donc nulle.



L'onde émergeant du prisme du haut est une onde plane de vecteur d'onde

$$\overrightarrow{k_1} = \frac{2\pi}{\lambda}(\cos D\overrightarrow{e_x} - \sin D\overrightarrow{e_y}) \simeq \frac{2\pi}{\lambda}(\overrightarrow{e_x} - D\overrightarrow{e_y})$$

L'onde émergeant du prisme du bas est une onde plane de vecteur d'onde

$$\overrightarrow{k_2} = \frac{2\pi}{\lambda}(\cos D\overrightarrow{e_x} + \sin D\overrightarrow{e_y}) \simeq \frac{2\pi}{\lambda}(\overrightarrow{e_x} + D\overrightarrow{e_y})$$

La différence de phase en M est

$$\phi(M) = (\overrightarrow{k_2} - \overrightarrow{k_1}) \cdot \overrightarrow{OM} = \frac{4\pi D y}{\lambda}$$

b) L'éclairement en M est

$$\begin{aligned}\mathcal{E}(y) &= \mathcal{E}_0(1+\cos\phi) \\ &= \mathcal{E}_0\left(1 + \cos\frac{4\pi D y}{\lambda}\right)\end{aligned}$$

L'interfrange est la période de $y \to \mathcal{E}(y)$, soit

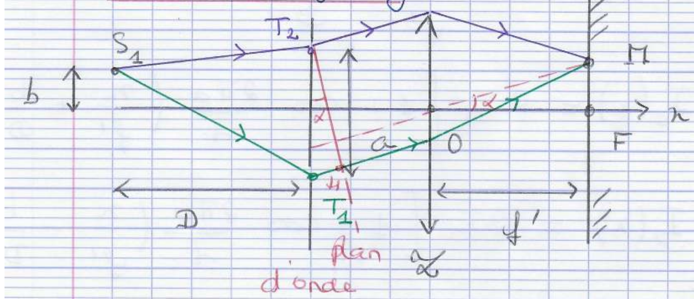
$$i = \frac{\lambda}{2D} = \frac{\lambda}{2(n-1)\alpha} = 116\ \mu\text{m}$$

3. Pour $\ell = 2m$, l'écran est situé à l'abscisse pour laquelle le champ d'interférence est le plus large. La largeur y vaut $e = 1$ cm.
La valeur maximale de l'ordre d'interférence est $p_{max} = \dfrac{e}{2i} = 43,25$. Il y a donc 43 franges brillantes d'ordre positif, 43 franges brillantes d'ordre négatif, et la frange centrale d'ordre nul. On observe donc $N = 87$ franges brillantes.

4. On observe sur l'écran E l'image de la figure d'interférence dans le plan conjugué de E par la lentille. La distance lentille-écran étant égale au double de la distance focale, la valeur absolue du grandissement est égale à 1. On voit donc des franges avec la même interfrange.

 Semaine de colle n^o 9

Fentes d'Young.



$$I_1(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta(M)\right)$$

avec $\delta(M)$ la différence de marche entre les 2 rayons

$$\delta(M) = (S_1T_1M) - (S_1T_2M)$$
$$= (S_1T_1) + (T_1H) + (HM) - (S_1T_2) - (T_2M)$$
$$= (S_1T_1) + \underbrace{(T_1H)}_{a\sin\alpha} - (S_1T_2)$$

$S_1\begin{pmatrix}0\\b\end{pmatrix}$ $T_2\begin{pmatrix}D\\a/2\end{pmatrix}$ $T_1\begin{pmatrix}D\\-a/2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{S_1T_2}\left|\begin{matrix}D\\ \left(\frac{a}{2}-b\right)\end{matrix}\right.$ $\overrightarrow{S_1T_1}\left|\begin{matrix}D\\ -a/2-b\end{matrix}\right.$

$$\|\overrightarrow{S_1T_2}\| = \sqrt{D^2 + \left(\frac{a}{2}-b\right)^2} = D\sqrt{1+\left(\frac{a-2b}{2D}\right)^2}$$

$$\|\overrightarrow{S_1T_1}\| = \sqrt{D^2 + \left(\frac{a}{2}+b\right)^2} = D\sqrt{1+\left(\frac{a+2b}{2D}\right)^2}$$

Pour $D \gg a$ et b

$$\delta(M) = a\sin\alpha + \frac{ab}{D} \quad \text{avec } \tan\alpha = \frac{x}{f'} \simeq \alpha$$

$$\delta(M) = a\frac{x}{f'} + \frac{ab}{D}$$

$$I_1(x) = 2I_0\left[1 + \cos\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{x}{f'} + \frac{b}{D}\right)\right]$$

$$I_2(x) = 2I_0\left[1 + \cos\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{x}{f'} - \frac{b}{D}\right)\right]$$

$$I(x) = 4I_0\left[1 + \cos\frac{2\pi a x}{\lambda f'}\cos\frac{2\pi a b}{\lambda D}\right]$$

On a $2b = V_0 t$

$$I(x;t) = 4I_0\left[1 + \cos\frac{2\pi a x}{\lambda f'}\cos\frac{2\pi a}{\lambda D}\frac{V_0}{2}t\right]$$

Le contraste varie périodiquement.

Brouillage quand $\frac{2\pi a V_0 t}{\lambda D 2} = \frac{\pi}{2} + k\pi$