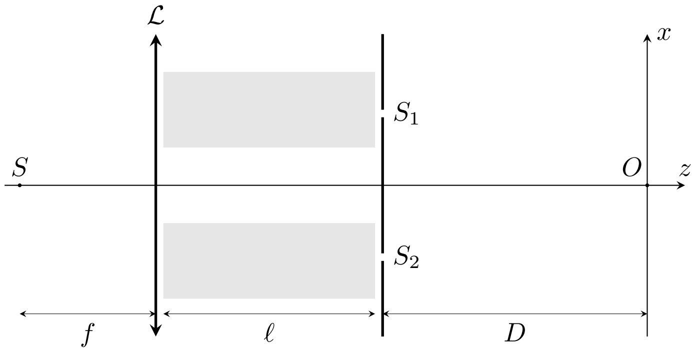
Semaine de colle n^o 9

Question de cours : Effet de l'élargissement spatial de source

Montage des trous d'Young avec un point source S' non équidistant des deux trous. Différence de marche. Expression de l'intensité M. Cas de deux points source S et S'. Perte de contraste de la figure d'interférences. Critère semi-quantitatif.

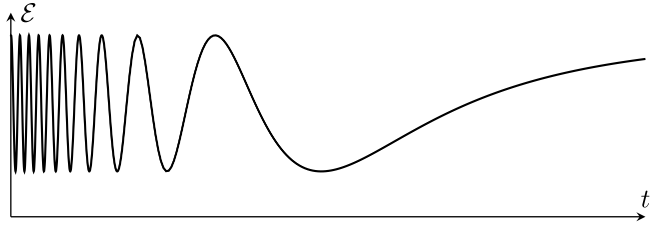
Exercice : Mesure de l'indice d'un gaz

On considère le montage suivant, constitué de deux trous d'Young S_1 et S_2 distants de a devant lesquels on a placé deux cuves identiques transparentes pouvant contenir un gaz.



Les cuves sont éclairées par une onde plane obtenue en plaçant une source ponctuelle S monochromatique au foyer objet d'une lentille convergente $\mathcal{L}$; l'observation se fait sur un écran placé dans le plan $z = 0$ à une distance D des trous. On note ℓ la longueur des cuves dans la direction de propagation de l'onde incidente et on suppose que $D \gg a$.

1. En notant n_1 et n_2 les indices de réfractions des gaz contenus dans les cuves 1 et 2, déterminer la différence de chemin optique $\delta = (SS_2M) - (SS_1M)$ en un point $M(x, y, 0)$ de l'écran.
2. Préciser l'interfrange et la position de la frange d'ordre 0. Est-il possible de repérer la position de cette frange en lumière monochromatique ?
3. Initialement, un vide très poussé est réalisé dans la cuve 1, tandis que la cuve 2 contient de l'air dans les conditions de température et de pression du laboratoire. On a donc $n_1 = 1$ et $n_2 = n_{\text{air}}$. On fait rentrer lentement de l'air dans la cuve 1. Qu'observe-t-on ?
4. On utilise une lampe à vapeur de sodium de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 590$ nm. On place une photodiode sur l'écran en $x = 0$. Entre l'état initial et l'état final ($n_1 = n_{\text{air}}$), on observe la variation suivante de l'intensité lumineuse en fonction du temps.



Sachant que $\ell = 2$ cm, déterminer $n_{\text{air}} - 1$.

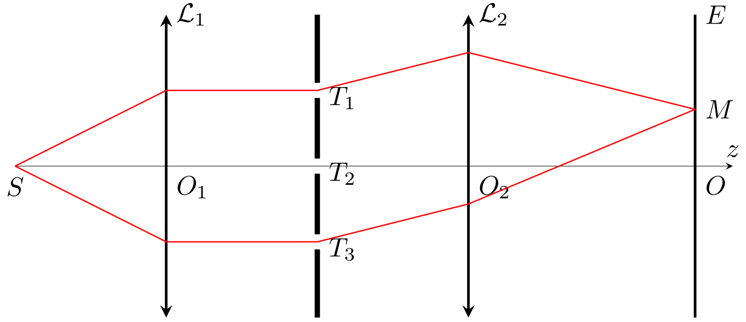
Semaine de colle n^o 9

Question de cours : Les trous d'Young

Dispositif-modèle des trous d'Young ponctuels dans milieu non dispersif (source ponctuelle à grande distance finie ; observation à grande distance finie). Figure d'interférence.

Interférences à deux et à trois ondes

Trois trous T_1, T_2 et T_3 très petits, identiques, sont éclairées par un faisceau cylindrique de lumière monochromatique obtenu en plaçant dans le plan focal de la lentille objet $\mathcal{L}_1$ une source S quasi ponctuelle.



1. Le trou T_2 est masqué. Déterminer l'éclairement $E_2(x)$ de l'écran (E) placé dans le plan focal d'une lentille $\mathcal{L}_2$ de même axe que $\mathcal{L}_1$ et de distance focale $f \gg x$, située après le plan des deux fentes diffractantes.

2. Déterminer le nouvel éclairement $E_3(x)$ lorsque le trou T_2 n'est plus masqué.

3. On augmente la taille de T_2 de sorte que l'amplitude qu'il émet est double de celle émise par T_1 ou T_3. Calculer le nouvel éclairement $E_{3bis}(x)$.

Question de cours : Montage de Fraunhofer

Description du dispositif. Calcul de la différence de marche. Figure d'interférence.

Exercice : Minimum de déviation d'un réseau par transmission

Soit un réseau par transmission de pas a éclairé sous une incidence i.

1. Donner l'expression de la déviation D_k du rayon correspondant à la longueur d'onde λ dans l'ordre k.
2. Montrer que, si l'on fait tourner le réseau autour d'un axe parallèle aux traits, cette déviation passe par un minimum D_{kmin}.
3. On mesure $D_{kmin} = 19^o$ pour $\lambda = 550$ nm à l'ordre 3. En déduire le pas du réseau.

Mesure de l'indice d'un gaz

1. Les chemins optiques peuvent s'écrire

$$\begin{cases} (SS_2M) = (SS_2) + n_{air}\|\overrightarrow{S_2M}\| \\ (SS_1M) = (SS_1) + n_{air}\|\overrightarrow{S_1M}\| \end{cases}$$

La différence de marche est donc

$$\delta = (n_2 - n_1)\ell + n_{air}\left(\|\overrightarrow{S_2M}\| - \|\overrightarrow{S_1M}\|\right)$$

or

$$\begin{aligned}\|\overrightarrow{S_2M}\| &= \sqrt{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} \\ &= D\left(1 + \frac{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{D^2}\right)^{1/2} \\ &\simeq D\left(1 + \frac{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2D^2}\right)\end{aligned}$$

et, de même

$$\|\overrightarrow{S_1M}\| \simeq D\left(1 + \frac{\left(x-\frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2D^2}\right)$$

On en déduit

$$\begin{aligned}\delta &= (n_2 - n_1)\ell + n_{air}D\left(\frac{\left(x+\frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2D^2} + \frac{\left(x-\frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2D^2}\right) \\ &= (n_2 - n_1)\ell + \frac{n_{air}ax}{D}\end{aligned}$$

2. L'abscisse x_0 de la frange d'ordre 0 est telle que

$$(n_2 - n_1)\ell + \frac{n_{air}ax_0}{D} = 0 \text{ soit } x_0 = \frac{n_1 - n_2}{n_{air}}\frac{D\ell}{a}$$

L'interfrange Δx est telle que

$$\frac{n_{air}a\Delta x}{D} = \lambda \text{ soit } \Delta x = \frac{\lambda D}{n_{air}a}$$

3. L'abscisse d'une frange d'ordre p est

$$x_p = \frac{D}{n_{air}a}\left(p\lambda + (n_1 - n_2)\ell\right)$$

Lors du pompage, n_1 augmente donc x_p augmente. L'interfrange restant inchangée, l'ensemble de la figure d'interférences est translaté vers le haut.

4. Sur la courbe, on voit que l'ordre d'interférence varie de 10 unités. La différence de marche en $x = 0$ est

$$\begin{cases} \delta_i = (n_{air} - 1)\ell & \text{dans l'état initial} \\ \delta_f = 0 & \text{dans l'état final} \end{cases}$$

La variation de l'ordre d'interférence est

$$\Delta p = \frac{\delta_f - \delta_i}{\lambda} = -\frac{(n_{air} - 1)\ell}{\lambda}$$

On en déduit que

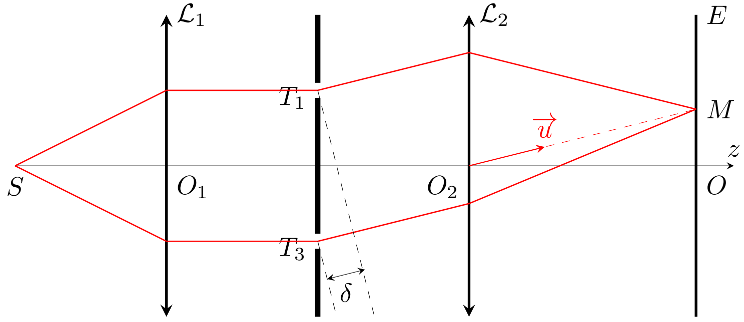
$$n_{air} - 1 = \frac{\lambda|\Delta p|}{\ell}$$

soit, numériquement $n_{\text{air}} - 1 \simeq 3.10^{-4}$ avec $|\Delta p| = 10$.

1. Les ondes qui parviennent en M se propagent dans la direction

$$\overrightarrow{u} = \frac{\overrightarrow{O_2M}}{O_2M} \simeq \overrightarrow{e_z} + \frac{x}{f}\overrightarrow{e_x}$$

entre le plan des pupilles et la lentille de projection.



La différence de marche est

$$\delta = 2a\overrightarrow{e_x} \cdot \overrightarrow{u} = \frac{2ax}{f}$$

La différence de phase est donc

$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \frac{4\pi ax}{\lambda f}$$

Si on note E_0 l'éclairement que produirait sur l'écran l'onde passant par une seule fente, on obtient un éclairement résultant

$$E_2(x) = 2E_0(1+\cos\varphi) = 2E_0\left(1+\cos\left(\frac{4\pi ax}{\lambda f}\right)\right)$$

2. Le déphasage entre 1 et 2 est $\frac{\varphi}{2}$, et le déphasage entre 2 et 3 est $\frac{\varphi}{2}$. La vibration lumineuse résultante est

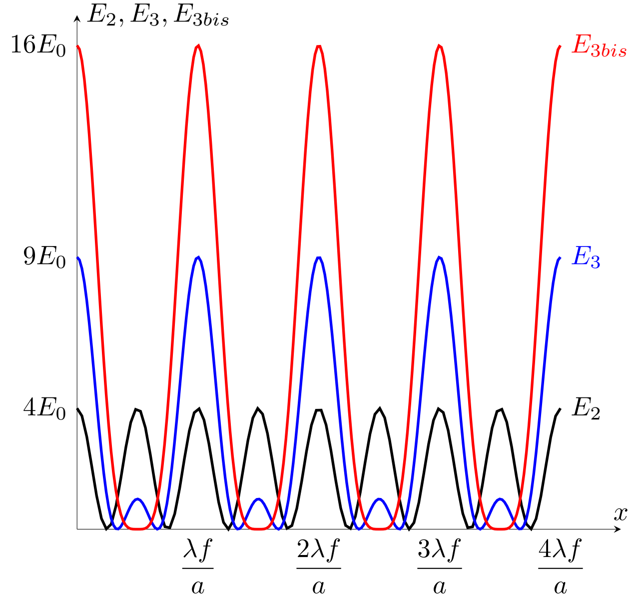
$$\begin{aligned} s_1+s_2+s_3 &= s_2\left(e^{-j\varphi/2}+1+e^{j\varphi/2}\right) \\ &= s_2\left(1+2\cos\frac{\varphi}{2}\right) \end{aligned}$$

L'éclairement résultant est

$$\begin{aligned} E_3(x) &= (s_1+s_2+s_3)(s_1+s_2+s_3)^* \\ &= s_2s_2^*\left(1+2\cos\frac{\varphi}{2}\right)^2 \\ &= E_0\left(1+2\cos\frac{\varphi}{2}\right)^2 \\ &= E_0\left(1+2\cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda f}\right)\right)^2 \end{aligned}$$

3. Le nouvel éclairement est

$$\begin{aligned} E_{3bis}(x) &= (s_1+2s_2+s_3)(s_1+2s_2+s_3)^* \\ &= s_2s_2^*\left(e^{-j\varphi/2}+2+e^{j\varphi/2}\right)\left(e^{j\varphi/2}+2+e^{-j\varphi/2}\right) \\ &= s_2s_2^*\left(1+2e^{-j\varphi/2}+e^{-j\varphi}+2e^{j\varphi/2}+4+2e^{-j\varphi/2}+e^{j\varphi}+2e^{j\varphi/2}+1\right) \\ &= s_2s_2^*\left(6+8\cos\frac{\varphi}{2}+2\cos\varphi\right) \\ &= s_2s_2^*\left(4+8\cos\frac{\varphi}{2}+4\cos^2\frac{\varphi}{2}\right) \\ &= 4s_2s_2^*\left(1+\cos\frac{\varphi}{2}\right)^2 \\ &= 4E_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda f}\right)\right)^2 \end{aligned}$$



 Semaine de colle n^o 9

1. La condition d'accord de phase s'écrit, à l'ordre k :

$$\sin\theta_k - \sin i = k\frac{\lambda}{a}$$

La déviation est

$$D_k = \theta_k - i$$

2. La dérivée par rapport à l'angle d'incidence de la déviation est

$$\frac{dD_k}{di} = \frac{d\theta_k}{di} - 1$$

or, en dérivant la condition d'accord de phase, on obtient

$$\cos\theta_k \frac{d\theta_k}{di} - \cos i = 0$$

donc

$$\frac{dD_k}{di} = \frac{\cos i}{\cos\theta_k} - 1$$

$\dfrac{dD_k}{di}$ s'annule pour

$$\cos\theta_k = \cos i$$

soit pour

$$\theta_k = \pm i$$

La solution $\theta_k = +i$ est écartée pour $k \neq 0$; il reste $\theta_k = -i$ soit, en reprenant la condition d'accord de phase :

$$2\sin\theta_k = k\frac{\lambda}{a} \text{ et } D_k = 2\theta_k$$

L'angle D_m de déviation minimale est donc tel que

$$\sin\frac{D_m}{2} = k\frac{\lambda}{2a}$$

3. $a = \dfrac{3\lambda}{2\sin\dfrac{D_m}{2}} = 5\ \mu$m.