Films de savon, mousses et son

Les films de savon (ou plus généralement de tensioactif) sont l'objet de recherches actuelles pour différentes raisons. D'un point de vue fondamental, le film plan peut constituer, par exemple, un excellent système modèle pour l'étude de la membrane biologique. D'un point de vue industriel, l'étude des propriétés physiques des mousses de savon, dont le constituant de base est la bulle de savon, a de nombreuses applications (lessives, mousses pétrolières...). Dans le domaine de l'acoustique, il a été montré récemment que les mousses possèdent des propriétés étonnantes : selon la fréquence du son, il existe deux régimes de propagation acoustique non dispersifs. Et dans la zone de transition entre les deux régimes, le son se propage très difficilement, il semble être "bloqué dans la mousse" !

Ce sujet est consacrée à l'étude d'un dispositif expérimental très simple, permettant une mesure de l'ordre de grandeur de la célérité du son dans la mousse, pour le régime des basses fréquences.

Des données numériques et un formulaire figurent à la fin du sujet.

I Acoustique des mousses

Une mousse de savon peut être aisément créée à l'aide d'un "bulleur" (type bulleur d'aquarium) et d'une solution d'eau savonneuse. Pour étudier les propriétés acoustiques de la mousse, on met au point le dispositif expérimental schématisé en figure 1. La mousse est insérée dans un long tube horizontal cylindrique (dit "tube de Kundt"), de longueur $L = 50$centimeter, dont elle occupe tout le volume. À une extrémité du tube, on dispose un haut parleur qui émet l'onde sonore qui va se propager dans la mousse. Pour capter l'onde sonore, on déplace un microphone, de type microphone électrostatique, le long de l'axe (Ox) du tube. Le signal sonore est converti en un signal électrique, que l'on peut observer à l'aide d'un oscilloscope.

I.A -

Nous étudions d'abord la propagation d'une onde sonore dans le tube rempli d'air. On considère que le tube est ouvert à ses deux extrémités : côté haut-parleur, où l'on choisit $x = 0$ et également de l'autre côté en $x = L$. On considère que l'évolution de l'air est isentropique au passage de l'onde sonore.

Lorsque l'air est au repos dans le tube, la pression est uniforme et vaut P_0. En présence de l'onde sonore, une surpression acoustique $p(x,t)$ est induite et la pression totale vaut $P(x,t) = P_0 + p(x,t)$. Le champ des vitesses (des particules de fluide) associé à l'onde est $\vec{v}(x,t) = v(x,t)\vec{u}_x$ et la masse volumique est $\mu(x,t) = \mu_a + \mu_1(x,t)$ où μ_a est la masse volumique de l'air au repos.

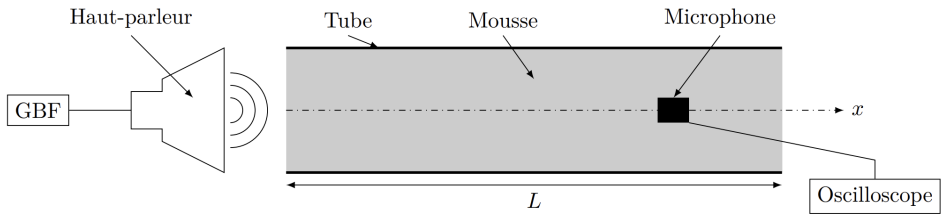

Figure 1 : Schéma du dispositif expérimental pour une mesure de la célérité du son dans la mousse

On travaille dans l'approximation acoustique : $p(x,t) \ll P_0$, $v(x,t) \ll c_a$ avec c_a célérité du son dans l'air et enfin $\mu_1(x,t) \ll \mu_a$. On rappelle l'équation de propagation pour la surpression acoustique : $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_a \chi_a \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$, où χ_a est le coefficient de compressibilité isentropique de l'air défini par $\chi_a = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_s$.

1. Donner l'expression littérale de la célérité du son dans l'air, c_a, en fonction de μ_a et χ_a.

   On note γ le coefficient adiabatique du gaz, rapport des capacités thermiques à pression constante et à volume constant.
2. Démontrer que, dans l'approximation acoustique, $\chi_a = \frac{1}{\gamma P_0}$ pour l'air considéré comme un gaz parfait.
3. Calculer numériquement χ_a et c_a, avec $P_0 = 1,01$e5pascal, $\mu_a = 1,20$kilogrammeter -3 et $\gamma = 1,40$.
4. Calculer c_e la célérité du son dans l'eau (voir données en fin d'énoncé).

I.B -

Considérons la propagation d'une onde incidente, progressive, plane, harmonique (OPPH) de pulsation ω, de nombre d'onde k, dans le sens des x croissants. La surpression acoustique est $p_i(x,t) = p_{i0}\cos(\omega t - kx)$, avec p_{i0} réel strictement positif. Le champ des vitesses est $\vec{v}_i(x,t) = v_i(x,t)\vec{u}_x$. Dans la suite, à chaque grandeur physique variant sinusoïdalement on pourra associer une grandeur complexe, repérée par un sym-

bole souligné, par exemple $\underline{p}_i(x,t) = p_{i0}\exp\big(j(\omega t - kx)\big)$. Lorsque l'amplitude et la phase sont à priori inconnues, on choisira une notation du type $\underline{v}_i(x,t) = \underline{v}_{i0}\exp\big(j(\omega t - kx)\big)$, où $\underline{v}_{i0}$ est à priori un complexe quelconque.

Cette onde subit une réflexion dans le plan $x = L$ et donne naissance à une onde réfléchie, de type OPPH de pulsation ω, pour laquelle la surpression acoustique et le champ des vitesses sont notés respectivement $p_r(x,t)$ et $\vec{v}_r(x,t) = v_r(x,t)\vec{u}_x$.

5. Donner, sans démonstration, l'expression de $\underline{v}_i(x,t)$ en fonction de x, t, ω, k, p_{i0} et de l'impédance acoustique du milieu (ici l'air), dont on donnera l'expression en fonction de μ_a et c_a.

   On admettra dans la suite que la surpression acoustique aux extrémités d'un tuyau ouvert est nulle.
6. Déterminer l'expression des coefficients de réflexion en surpression et en vitesse définis respectivement par $r_p = \underline{p}_r(L,t)/\underline{p}_i(L,t)$ et $r_v = \underline{v}_r(L,t)/\underline{v}_i(L,t)$.
7. Établir l'expression de $\underline{p}_r(x,t)$ et de $\underline{v}_r(x,t)$, puis celle de $p_r(x,t)$ et de $v_r(x,t)$.
8. En déduire l'expression de la surpression acoustique dans le tube $p(x,t)$, et celle de la vitesse $v(x,t)$. Comment nomme-t-on ce type d'ondes ? Que dire en $x = L$?
9. Montrer que, pour les ondes dans le tube, k ne peut prendre qu'un ensemble discret de valeurs, notées k_n, repérées par un entier n strictement positif. Chaque valeur de n correspond à un mode propre ondulatoire particulier.
10. Exprimer les longueurs d'ondes λ_n associées au mode d'ordre n en fonction de n et L, ainsi que les fréquences f_n associées en fonction de n, c_a et L.
11. Tracer, à un instant t donné, l'allure de $p(x,t)$ dans le tube, pour $n = 1$ et $n = 2$.

I.C -

Le tube est maintenant rempli d'une mousse qui peut être décrite comme un ensemble de bulles d'air, dont la dimension caractéristique est $R \approx 20\mu$m, séparées par de minces films d'eau savonneuse (d'épaisseur de l'ordre du micromètre). Nous étudions alors la propagation de l'onde sonore dans la mousse. Sous réserve que l'on puisse considérer la mousse comme un milieu continu, on admet que les résultats obtenus précédemment pour l'onde sonore sont valables dans la mousse, en remplaçant simplement c_a par c_m, célérité du son dans la mousse. Les propriétés de l'eau savonneuse (masse volumique et coefficient de compressibilité) sont assimilées à celles de l'eau pure.

On règle la fréquence de l'onde sonore émise par le haut-parleur à la valeur $f = 200$ Hz. En déplaçant le microphone dans la mousse, dans la direction de l'axe (Ox), on repère les nœuds de surpression acoustique. Ils correspondent aux positions : $x_1 = 0,0$ cm, $x_2 = 9,9$ cm, $x_3 = 20,0$ cm, $x_4 = 30,0$ cm, $x_5 = 39,8$ cm, $x_6 = 50,0$ cm. La précision sur la mesure est de l'ordre de 2 mm.

12. Déduire de ces mesures une estimation de c_m à cette fréquence. Commenter.
13. Quelle condition expérimentale doit-on vérifier pour pouvoir considérer la mousse comme un milieu continu ? Peut-on considérer que c'est le cas (on s'appuiera sur des valeurs numériques) ?

I.D -

Dans la suite, on considérera la mousse comme un milieu continu, homogène, de masse volumique au repos μ_m et de compressibilité isentropique χ_m.

Nous souhaitons comparer la célérité estimée à la question 12 à la célérité donnée par la loi de Wood $c_W = 1/\sqrt{\mu_m \chi_m}$.

14. La fraction volumique de liquide (eau savonneuse de masse volumique assimilée à μ_e) dans la mousse est $\phi = 0,10$. Établir l'expression de la masse volumique μ_m en fonction de ϕ, μ_e et μ_a. En donner une expression littérale simplifiée en considérant les ordres de grandeur des termes en présence.
15. Exprimer χ_m en fonction de ϕ, χ_e (coefficient de compressibilité isentropique de l'eau savonneuse assimilé à celui de l'eau pure) et χ_a.
16. Montrer, en s'appuyant sur des ordres de grandeur numériques, que l'on peut donner une expression littérale approchée de χ_m.
17. En déduire que la loi de Wood permet d'exprimer la célérité du son c_m dans la mousse en fonction de γ, P_0, ϕ et μ_e.
18. Faire l'application numérique pour c_m et comparer avec la valeur mesurée expérimentalement.

Données

Masse volumique de l'eau	$\mu_e = 1,0 \cdot 10^3$ kg.m^{-3}
Viscosité de l'eau	$\eta_e = 1,0 \cdot 10^{-3}$ Pa.s
Compressibilité isentropique de l'eau	$\chi_e = 4,9 \cdot 10^{-10}$ Pa^{-1}

Formulaire

$$\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sinh x = \frac{\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x}}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\mathrm{e}^x = 1 + x + o(x)$$

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$