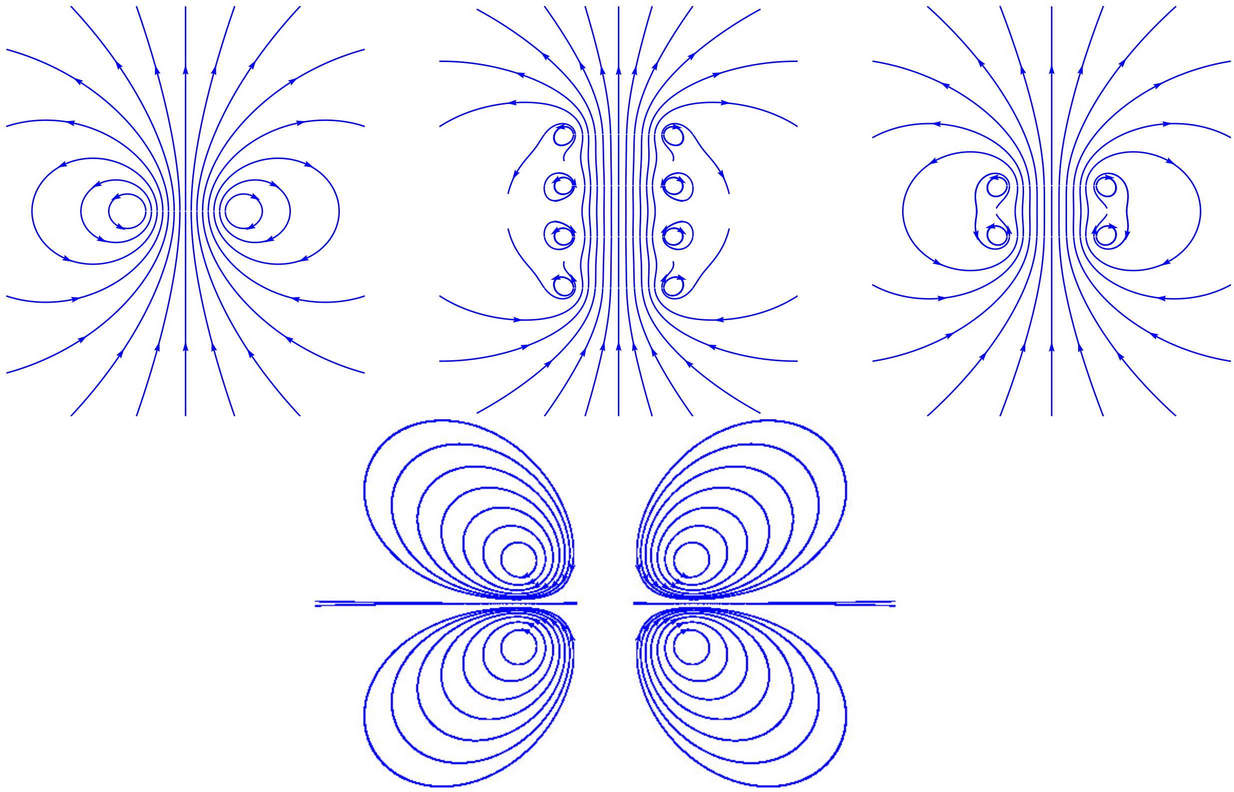
Révisions

Applications directes du cours

1 On visualise les lignes de champ magnétique suivantes créées par des conducteurs filiformes. Où, sur une ligne de champ donnée, le champ est-il le plus intense ? Où sont placées les sources ? Le courant sort-il ou rentre-t-il de la figure ?



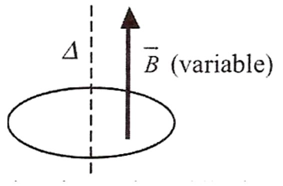
2 Au cours d'un orage, un éclair peut être assimilé à un fil rectiligne de rayon $a = 10$ cm et parcouru par un courant d'intensité $I = 10^5$ A.
Jusqu'à quelle distance du point de chute de l'éclair, l'aiguille d'une boussole risque-t-elle d'être perturbée sachant que le champ magnétique terrestre vaut $B_T = 5 \cdot 10^{-5}$ T ?
Le champ créé par un fil rectiligne infini est donné par $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{u}_\theta$. On donne $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ S.I.

3 On considère une bobine de longueur $L = 60$ cm, de rayon $R = 4$ cm, parcourue par un courant d'intensité $I = 0,6$ A. On donne $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ S.I.

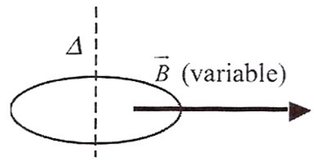
a. La formule du champ d'un solénoïde est-elle valable ?
b. Déterminer le nombre de spires nécessaires pour obtenir un champ de 1 mT.
c. La bobine est réalisée en enroulant un fil de 1,5 mm de diamètre autour d'un cylindre en carton. Combien de couches faut-il pour obtenir le champ précédent ?

4 Un fil conducteur horizontal est parcouru par un courant électrique de droite à gauche dans un champ magnétique dirigé horizontalement vers l'avant de la feuille. Dans quel sens est dirigé la force de Laplace ? Combien vaut-elle si la longueur du fil est égale à 20 cm, l'intensité 2 A et le champ 0,05 T ?

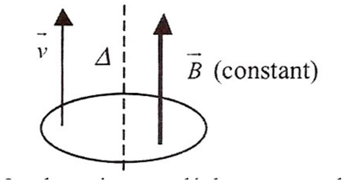
5 Dans chacun des 6 cas suivants, calculer la valeur efficace du courant induit dans la spire d'axe (Δ) de surface 10 cm^2 et de résistance $0,5\ \Omega$



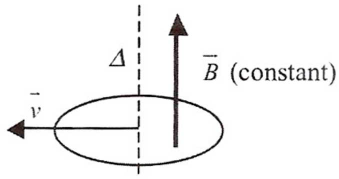
Cas 1 : La spire est immobile dans un champ magnétique uniforme parallèle à son axe d'amplitude $0,1$ T et de fréquence 50 Hz



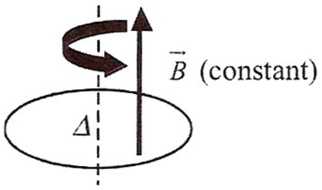
Cas 2 : la spire est immobile dans un champ magnétique uniforme orthogonal à son axe d'amplitude 0,1 T et de fréquence 50 Hz



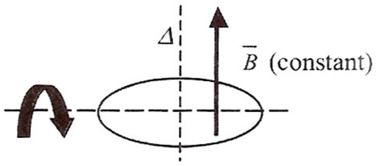
Cas 3 : la spire se déplace sans changer d'orientation avec une vitesse de 2 m.s^{-1} parallèle à son axe dans un champ magnétique constant et uniforme de 0,1 T



Cas 4 : la spire se déplace sans changer d'orientation avec une vitesse de 2 m.s^{-1} orthogonale à son axe dans un champ magnétique constant et uniforme de 0,1 T



Cas 5 : la spire tourne avec une vitesse angulaire de 5 rad.s^{-1} autour de son axe dans un champ magnétique uniforme et constant, parallèle à son axe, de 0,1 T



Cas 6 : la spire tourne avec une vitesse angulaire de 5 rad.s^{-1} autour d'un de ses diamètres dans un champ magnétique constant et uniforme, parallèle à son axe, de 0,1 T

Exercices

1. Champ magnétique terrestre

Un solénoïde comportant $N = 1000$ spires jointives a pour longueur $L = 80$ cm. Il est parcouru par un courant d'intensité I.

1. Faire un schéma sur lequel vous représenterez :
   - le spectre magnétique du solénoïde,
   - les faces Nord et Sud,
   - le vecteur champ magnétique au centre du solénoïde.
2. On suppose le solénoïde suffisamment long pour être assimilable à un solénoïde de longueur infinie. On a alors, au sein du solénoïde, un champ magnétique uniforme d'intensité :
$$B = \mu_0 n I$$
avec n le nombre de spire par unité de longueur.
Quelle est la valeur de l'intensité du champ magnétique au centre du solénoïde ? A.N. : $I = 19,89$ mA.
3. L'axe du solénoïde est placé perpendiculairement au plan du méridien magnétique. Au centre du solénoïde on place une petite boussole mobile autour d'un axe vertical.

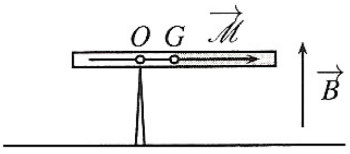
   (a) Quelle est l'orientation de la boussole pour $I = 0$?

(b) Quand le courant d'intensité $I = 19,89$ mA parcourt le solénoïde, la boussole tourne d'un angle $\alpha = 57,5^o$. En déduire l'intensité B_H de la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

Donnée : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H.m^{-1} ou kg.m.A^{-2}.s^{-2}

2. Aimant en équilibre

Un aimant très fin, de moment magnétique $\vec{\mathscr{M}}$, de masse m, repose en équilibre sur une pointe en O. Il est soumis à l'action d'un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ et à la gravité, de sens opposé à celui du champ magnétique.

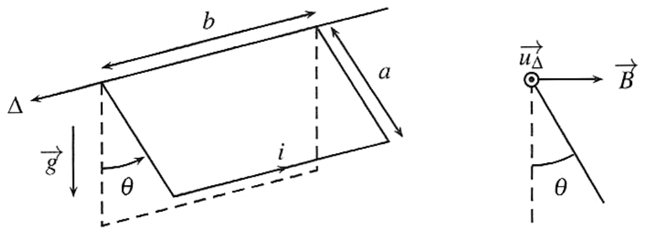


Évaluer la distance $d = OG$ pour que l'aimant reste en équilibre horizontal.

3. Action sur un cadre

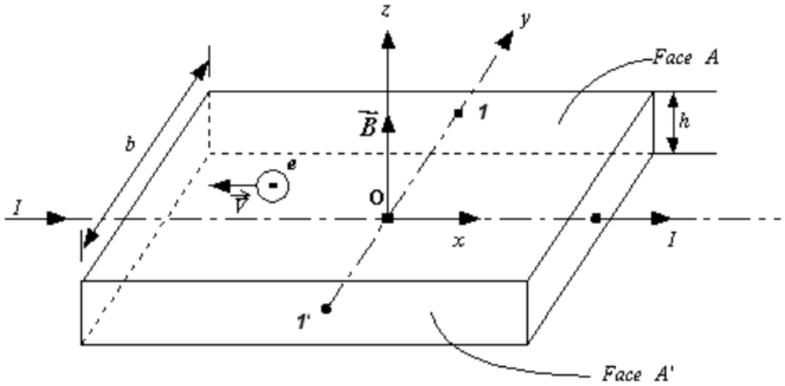
Un cadre conducteur tourne sans frottement autour de l'axe Δ. Il est composé de 4 segments, deux de longueur a et deux de longueur b. La masse totale du cadre est m, son moment d'inertie par rapport à Δ est J_Δ. Un dispositif impose une intensité de courant i constante dans le cadre.
La cadre est placé dans le champ de pesanteur et un champ magnétique. Le champ magnétique est uniforme, horizontal, perpendiculaire à l'axe Δ.

1. Quelle est la position d'équilibre θ_0 ?
2. On écarte légèrement le cadre de sa position d'équilibre. Quelle est la pulsation des petites oscillations observées ? On répondra en fonction de J_Δ, a, b, i, B, m et g.



4. Effet Hall et force de Laplace

On considère une plaque rectangulaire d'épaisseur h,de largeur b et de longueur L. Elle est réalisée dans un semi-conducteur de type N où la conduction électrique est assurée par des électrons mobiles dont le nombre par unité de volume est n. On notera par e la charge élémentaire égale à 1,6.10^{-19} C.
La plaque est parcourue par un courant électrique d'intensité I, uniformément réparti sur la section de la plaque. Elle est alors placée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{u}_z$ avec $B > 0$ créé par des sources extérieures. Notons que le champ magnétique créé par le courant dans la plaque est négligeable devant $\vec{B}$.



1. Le courant électrique est assuré par le déplacement d'électrons de charge $-e$, se déplaçant à la vitesse $\vec{V} = -V\vec{u}_x$, ce qui revient au même que le déplacement de particules chargées $+e$ selon $+V\vec{u}_x$.
   Exprimer la force de Lorentz exercée sur un électron par le champ magnétique en fonction de e, V et B.
2. Sous l'effet de la force de Lorentz, un côté de la plaque se charge donc négativement, le côté opposé se chargeant positivement (la neutralité globale du conducteur étant respectée). Représenter ces charges sur le schéma ci-dessus.
3. Cette dissymétrie crée un champ électrique appelé champ de Hall, noté $\vec{E}_H$, et agit sur les particules en mouvement via la force électrique. En régime permanent, cette force électrique s'oppose à la force magnétique de Lorentz et les électrons, soumis à deux forces qui se compensent, conservent donc leur mouvement selon $\vec{u}_x$. Déterminer l'expression de $\vec{E}_H$ en fonction de $\vec{V}$ et $\vec{B}$.
4. Le conducteur est constitué d'ions positifs fixes et d'électrons en mouvement. La densité volumique n (nombre de particules par unité de volume) est la même pour les ions positifs et pour les électrons.
   Déterminer l'expression de la résultante des forces électriques exercées sur l'ensemble des ions fixes de la plaque rectangulaire en fonction de n, b, h, L, e, V et B.
5. Le conducteur est soumis, *a priori*, à 4 forces : force électrique subie par les électrons, force électrique subie par les ions positifs, force magnétique subie par les électrons et force magnétique subie par les ions positifs. En déduire la force (expression vectorielle) subie par l'ensemble du conducteur.
6. Montrer que la charge électrique circulant dans le sens de I et traversant une section de la plaque rectangulaire pendant la durée dt est égale à $dq = n \times e \times S \times V \times dt$ puis en déduire l'expression de I.
7. Comparer la force électromagnétique résultante subie par le conducteur et la force de Laplace subie par le conducteur. Conclure.

5. Induction mutuelle entre deux bobines en influence totale

Deux tronçons de bobines « infinies » de même axe, de même longueur ℓ et de section quasi identique S sont l'une à l'intérieur de l'autre de manière à être en influence totale (toute ligne de champ qui passe dans une bobine passe dans l'autre). La plus extérieure (numéro 1) possède N_1 spires et est parcourue par un courant i_1, et la plus intérieure (numéro 2) possède N_2 spires et est parcourue par un courant i_2.
On rappelle que le champ magnétique créé à l'intérieur d'un solénoïde infini est $B = \mu_0 nI$, où n est la densité de spires, c'est-à-dire le nombre de spires par unité de longueur.
Déterminer le coefficient d'inductance mutuelle M entre ces bobines et vérifier la relation $M^2 = L_1L_2$.

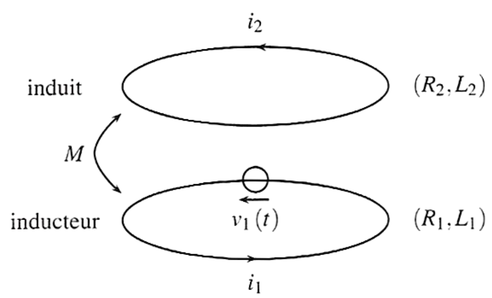
6. Table à induction

Le chauffage du fond métallique des récipients de cuisson peut être directement réalisé au moyen de courants de Foucault induits par un champ magnétique variable.

Logé dans une table en céramique, un bobinage, nommé l'inducteur, alimenté en courant sinusoïdal génère ce champ. Le transfert d'énergie s'effectue par induction mutuelle entre ce bobinage et la plaque circulaire assimilable à une spire unique fermée sur elle-même, située au fond d'une casserole.

L'inducteur, de 5 cm de rayon, comporte 20 spires de cuivre de résistance électrique $R_1 = 1,8.10^{-2}$ Ω et d'auto-inductance $L_1 = 30\mu$ H.

La plaque de résistance $R_2 = 8,3$ mΩ et d'auto-inductance $L_2 = 0,24$ µH, nommé l'induit, est assimilable à une spire unique refermée sur elle-même. L'inducteur est alimenté par une tension $v_1(t)$. L'ensemble plaque (induit)-inducteur se comporte comme deux circuits couplés par une mutuelle M.

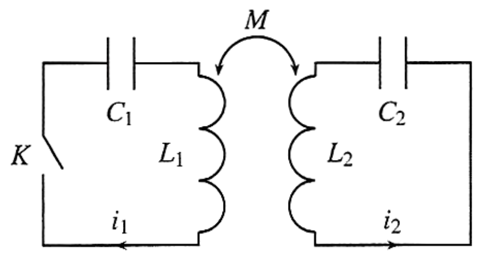


1. Écrire les équations électriques relatives aux deux circuits (équations de couplage entre i_1 et i_2).
2. En déduire l'expression littérale du rapport des amplitudes complexes $\dfrac{\underline{I_2}}{\underline{I_1}}$.
3. En déduire l'expression littérale de l'impédance d'entrée complexe du système : $\underline{Z_e} = \dfrac{\underline{V_1}}{\underline{I_1}}$.
4. On choisit ω telle que $R_1 \ll L_1\omega$ et $R_2 \ll L_2\omega$. Simplifier les deux expressions littérales précédentes, puis effectuer le calcul numérique de leur module, sachant que l'inductance mutuelle est estimée à $M = 2\ \mu$H.
5. On soulève la plaque à chauffer ; on demande un raisonnement purement qualitatif. L'amplitude du courant i_1 appelé par l'inducteur augmente-t-il ou décroît-il ?

7. Circuits couplés par mutuelle

Un circuit LC série oscille naturellement à la pulsation $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$. Cette pulsation est modifiée lorsqu'on approche un autre circuit LC identique au premier, mais dans une configuration telle que les deux circuits deviennent couplés par mutuelle induction.

Dans le circuit suivant, le condensateur de capacité C_1 est chargé sous la tension u_0 à la date $t = 0$ où on ferme l'interrupteur K. On prendra dans toute la suite $C_1 = C_2 = C$ et $L_1 = L_2 = L$.



1. Que signifie, pour les lignes de champ magnétique, que les circuits soient couplés par mutuelle induction ?
2. Établir deux équations différentielles couplées sur les tensions u_{C1} et u_{C2} aux bornes des condensateurs.
3. Découpler ces équations en formant les équations sur les fonctions somme $\sigma = u_{C1} + u_{C2}$ et différence $\delta = u_{C1} - u_{C2}$. Les intégrer et en déduire les expressions des tensions aux bornes des condensateurs.

   On pourra poser $\omega_1 = \dfrac{1}{\sqrt{C(L+M)}}$ et $\omega_2 = \dfrac{1}{\sqrt{C(L-M)}}$.
4. Si $M \ll L$, comparer ω_1 et ω_2. Quelle est alors l'allure du graphe de u_{C1} ? Comment s'appelle le phénomène observé ? (cette question ne requiert aucun calcul)
5. Dans le cas où $M \ll L$, montrer que ω_1 et ω_2 s'écrivent :

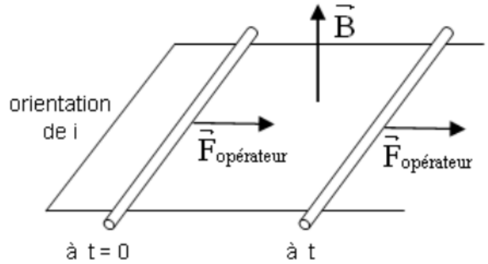
$$\omega_1 = \omega_0\left(1 - \frac{M}{nL}\right) \quad \text{et} \quad \omega_2 = \omega_0\left(1 + \frac{M}{nL}\right),$$

   où n est un entier à préciser.

   En déduire l'expression de $u_{C1}(t)$ sous la forme d'un produit de cosinus, puis une méthode qui permette de mesurer expérimentalement le rapport $\dfrac{M}{L}$ à l'oscilloscope, avec les mesures des périodes des phénomènes.

8. Le rail de Laplace

Une tige posée sur des rails de Laplace est placée dans un champ magnétique et est soumise, à partir de $t = 0$ (sans vitesse initiale) à une force $\vec{F} = F_0\vec{u}_x$ constante exercée par un opérateur. La longueur de la tige plongée dans le champ magnétique entre les deux rails est notée a. La résistance totale du circuit est R et on négligera l'inductance propre du circuit.



1. Le circuit étant orienté arbitrairement, représenter la force électromotrice induite $e(t)$ et déterminer son expression en fonction de la vitesse $v(t)$. Quel est le signe de $e(t)$?
2. Déterminer l'équation électrique, relation entre $i(t)$ et $v(t)$. Quel est le signe de $i(t)$?
3. Établir l'équation mécanique qui régi le mouvement de la tige.
4. Déterminer les expressions de $v(t)$ et $i(t)$ puis tracer ces fonctions. Commenter.
5. Multiplier l'équation mécanique par v et l'équation électrique par i puis en déduire une relation entre la puissance mécanique fournie par la force de l'opérateur F_0, l'énergie cinétique de la tige et la puissance dissipée par effet Joule. Commenter.
6. Que devient la relation précédente lorsque la tige a un mouvement uniforme (cas du régime permanent) ?

9. Chute d'un conducteur

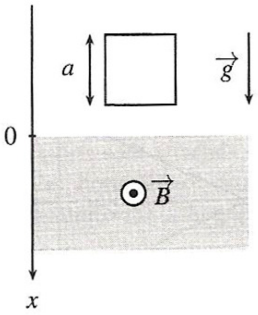
Soit une barre conductrice de masse m de longueur a et de résistance R fermant un circuit avec une bobine d'inductance L. Il règne un champ de pesanteur $\vec{g}$ selon $\vec{u}_y$ (la verticale descendante) et un champ $\vec{B}$ uniforme horizontal perpendiculaire au plan vertical formé par les rails de Laplace. On néglige l'inductance propre du circuit et on la lâche avec une vitesse nulle à l'instant initial.

1. Donner une équation reliant v vitesse de la barre, le courant dans le circuit i, et sa dérivée temporelle.
2. Écrire une équation différentielle mettant en jeu l'accélération de la barre.
3. En déduire une équation portant sur des puissances et l'interpréter.
4. Déterminer l'équation différentielle régissant i.
5. Mettre en évidence un courant particulier i_0.

10. Cadre qui chute dans un champ localisé

Un cadre conducteur, constitué de quatre segments de longueur a, tombe dans le plan du schéma sous l'effet de la gravité. Sa résistance électrique est notée R, son auto-inductance L.

L'espace est divisé en deux régions :
— pour $x < 0$, il n'y a pas de champ magnétique,
— pour $x > 0$, un champ magnétique est présent. Il est uniforme, stationnaire et orthogonal au plan du schéma.



Établir les équations différentielles régissant la vitesse $v(t)$ du cadre dans les 3 configurations :

1. le cadre est entièrement dans la région où le champ est nul,
2. le cadre est à cheval sur les 2 régions,
3. le cadre est entièrement dans la région de champ non nul.

11. Rail de Laplace moteur

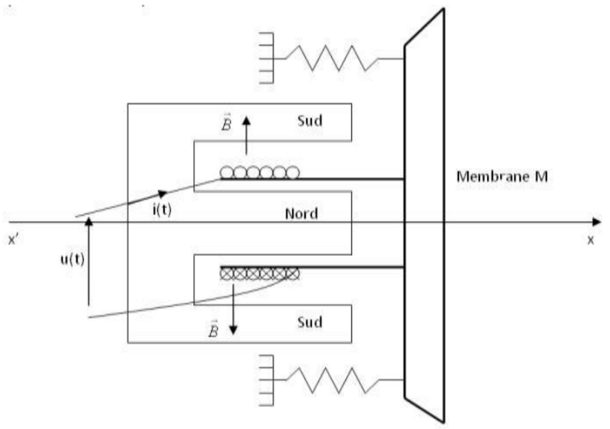
Le dispositif des rails de Laplace peut aussi être utilisé pour convertir une puissance électrique en une puissance mécanique. Pour cela on utilise un générateur de tension qui impose à échelon de tension d'amplitude E à $t = 0$. La tige est immobile à $t = 0$.

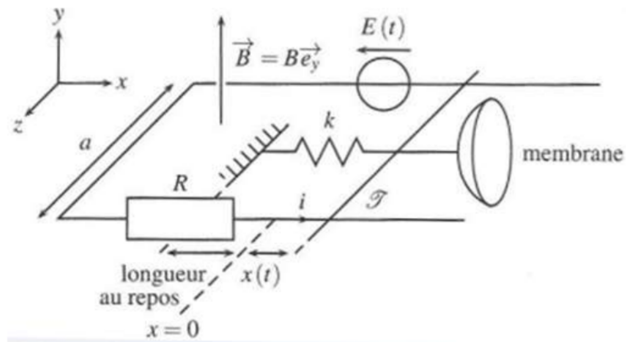
1. Écrire les équations mécanique et électrique (on négligera les frottements et les phénomènes d'auto induction).
2. Résoudre les deux équations précédentes et tracer les courbes $i(t)$ et $v(t)$. Commenter le cas du régime permanent.
3. Effectuer un bilan de puissance et un bilan énergétique.

12. Le haut-parleur

On se propose ici de déterminer un modèle équivalent du haut-parleur électrodynamique en régime sinusoïdal.
Un modèle proche de la réalité consisterait à étudié le dispositif ci-dessous d'un haut-parleur électrodynamique à symétrie cylindrique constitué :

- d'un aimant annulaire, d'axe $x'x$, créant un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{e}_r$ radial et de norme constante dans la région utile de l'entrefer ;
- d'un solénoïde indéformable de même axe $x'x$, comportant N spires et de rayon a, placé dans l'entrefer de l'aimant ;
- d'une membrane M perpendiculaire à l'axe $x'x$, solidaire du solénoïde et pouvant effectuer de faibles déplacements axiaux autour de sa position d'équilibre $x = 0$, grâce à un système élastique que l'on modélisera par un ressort unique de raideur k.





Nous adopterons cependant, par souci de simplification, le modèle simplifié du haut-parleur dans la configuration des rails de Laplace (voir schéma page à droite), constitué :

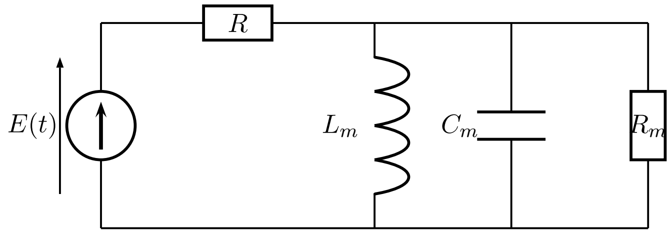
- d'un aimant créant un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{e}_y$ de norme constante ;
- d'une tige mobile placée dans l'entrefer de l'aimant ;
- d'une membrane perpendiculaire à l'axe $x'x$, solidaire de la tige mobile et pouvant effectuer de faibles déplacements axiaux autour de sa position d'équilibre $x = 0$, grâce à un système élastique que l'on modélisera par un ressort unique de raideur k.

Pour cette étude, on ne tiendra compte, ni du poids du dispositif, ni de la réaction du support, car ils se compensent.
L'orientation arbitraire du courant est indiquée sur le schéma.
La transmission acoustique de la membrane à l'air environnant se traduit par une force de frottement fluide $\vec{F} = -\alpha\vec{v}$, opposée à la vitesse $\vec{v}$ de la membrane ($\alpha > 0$), dont la puissance correspond à la puissance sonore émise.
La résistance du circuit sera notée R. Elle est alimentée par un amplificateur qui délivre une tension $E(t)$ à ses bornes.

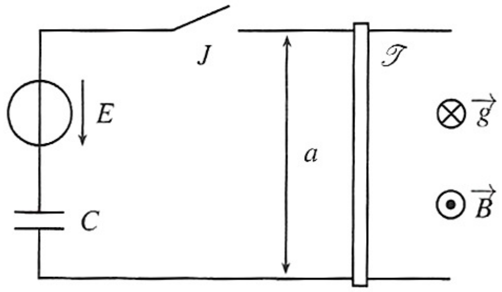
1. Faire le bilan des actions mécaniques appliquées à l'ensemble (tige + membrane). En déduire l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$ qui traduit le comportement mécanique du dispositif (bobine + membrane) de masse m.
2. Écrire l'équation différentielle vérifiée par le courant $i(t)$ qui traduit le comportement électrique du système.
3. Faire un bilan de puissance.
4. Dans le cas où, la tension $E(t)$ est sinusoïdale de pulsation ω, toutes les grandeurs physiques sont des fonctions harmoniques du temps. On peut, donc, définir une impédance complexe :

   $\underline{Z} = \dfrac{\underline{E}(t)}{\underline{i}(t)}$ où $\underline{E}(t)$ et $\underline{i}(t)$ sont les fonctions complexes associées aux fonctions réelles $E(t)$ et $i(t)$.

   Déterminer l'impédance complexe $\underline{Z}$ en fonction de L, R, ω et des éléments mécaniques du dispositif.
5. Montrer qu'on peut adopter comme modèle électrique du haut-parleur le schéma équivalent suivant. On exprimera chacun des éléments L_m, C_m et R_m de l'impédance motionnelle en fonction de B, m, α, N, a et k. Commenter.



13. Tige qui glisse sur un circuit capacitif



Une tige conductrice $\mathcal{T}$ glisse sur deux rails horizontaux distants de a. Elle ferme électriquement un circuit comprenant un interrupteur J, un condensateur de capacité C et un générateur de f.é.m. constante E. la tige $\mathcal{T}$ a une résistance électrique R et une masse m. L'autoinductance du circuit sera négligée.

L'ensemble est plongé dans un champ magnétique et de pesanteur uniformes et stationnaires.

On ferme l'interrupteur J à l'instant initial alors que la tige est immobile.

1. Établir une équation électrique et une équation mécanique décrivant le circuit.
2. Établir et intégrer une équation différentielle sur l'intensité du courant dans le circuit pour montrer qu'il s'écrit sous la forme
$$i(t) = i_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$
Identifier les valeurs de i_0 et τ.
3. En déduire que la vitesse $v(t)$ de la tige se met sous la forme
$$v(t) = v_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right).$$
4. Calculer l'énergie $\mathcal{E}_G$ fournie par le générateur entre les instants initial ($t = 0$) et final ($t \to \infty$), en fonction de E, τ et R.
5. Calculer $u_C(t)$.
6. Calculer l'énergie $\mathcal{E}_C$ emmagasinée par le condensateur entre les instants initial et final.
7. Calculer l'énergie $\mathcal{E}_J$ dissipée par effet Joule entre les instants initial et final.
8. Calculer le travail W des forces de Laplace entre les instants initial et final.
9. Quelle relation existe-t-il entre $\mathcal{E}_G$, $\mathcal{E}_C$, $\mathcal{E}_J$ et W ? L'interpréter.