



Sources de champ électromagnétique

Applications directes du cours

- 1 Calculer la charge portée par un disque de rayon R et de densité surfacique de charge $\sigma(M) = \sigma_0 \frac{r^2}{R^2}$.
- 2 Calculer la charge portée par un segment de longueur a et de densité linéique de charge $\lambda(M) = \lambda_0 \cos(\pi \frac{x}{a})$ avec $x \in [-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}]$.
- 3 Un domaine de l'espace, délimité par 2 plans parallèles de surface S situés en $x = \pm d$, contient des charges avec une densité volumique uniforme ρ_0 . Calculer la charge présente entre les cotes $\pm x_0$ avec $x_0 < d$ puis $x_0 > d$.
- 4 Un électron parcourt une orbite circulaire de rayon a autour du noyau en une période T . Quelle est l'intensité du courant correspondant ?
- 5 Un cylindre métallique de rayon $r = 2,5$ mm est parcouru par un courant uniforme d'intensité $I = 20$ A. Déterminer la densité volumique de courant électrique parcourant ce cylindre. Sachant que la densité volumique d'électrons libres dans ce métal vaut $n = 7 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$, en déduire la vitesse mésoscopique des électrons de conduction.

-
- 1 $Q_d = \frac{\pi \sigma_0 R^2}{2}$; 2 $Q_s = \frac{2\lambda_0 a}{\pi}$; 3 $q(|x_0| < d) = \rho_2 |x_0| S$ et $q(|x_0| > d) = \rho_2 d S$; 4 $I = -e/T$;
 - 5 $j = 1,0 \cdot 10^6 \text{ A.m}^{-2}$ et $v = 9,1 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-1}$.
-

Exercices

1. Sphère chargée non uniformément

On considère une boule chargée avec une densité volumique de charge $\rho(r) = ar$ pour $r \leq R$. Calculer la charge totale de cette boule puis la charge contenue dans une sphère de rayon $a \leq R$.

2. Distribution de charge

Une distribution de charge est constituée d'une charge ponctuelle $q > 0$ en O et d'une distribution volumique de densité $\rho(M) = \rho_0 e^{-r/a}$, avec $r = \|\vec{OM}\|$.

1. Calculer la charge $Q(r)$ à l'intérieur d'une sphère de centre O et de rayon r .
2. Montrer qu'on peut choisir ρ_0 telle que

$$\lim_{r \rightarrow \infty} Q(r) = 0$$

3. Que peut modéliser cette distribution ?

3. Modèle de Drüde

1. Évaluer, pour un conducteur comme le cuivre, l'ordre de grandeur de la vitesse de dérive des électrons de conduction, dans un fil de section $S = 1 \text{ mm}^2$, parcouru par un courant $I = 10$ A. La comparer à la vitesse d'agitation thermique d'un électron libre à la température $T = 300\text{K}$.

- Évaluer le temps de relaxation τ du milieu. En assimilant τ à un temps de collision (temps moyen entre deux collisions successives d'une charge de conduction avec le réseau), évaluer le libre parcours moyen ℓ des charges de conduction.
- Le champ électrique appliqué au milieu est sinusoïdal, de la forme :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j\omega t}$$

Montrer que le modèle précédent nous permet de définir une conductivité complexe γ en régime sinusoïdal établi.

- Dans quel domaine de fréquences sera-t-il possible d'assimiler la conductivité du milieu à sa valeur en régime permanent ?

Données :

- Électron : $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, $q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C,
- Constantes : $\mathcal{N}_a = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol $^{-1}$, $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J.K $^{-1}$,
- Cuivre : $M = 64$ g.mol $^{-1}$, $\mu = 8,9 \cdot 10^3$ kg.m $^{-3}$ et $\gamma = 5,9 \cdot 10^7$ S.m $^{-1}$.

4. Propriétés comparées d'un conducteur et d'un semi-conducteur

Un fil de cuivre de diamètre 2,0 mm et de longueur 10 m est traversé par un courant électrique d'intensité $I = 5,0$ A. La résistivité du cuivre, supposé à 60°C, vaut $2,0 \cdot 10^{-8}$ Ω .m. La concentration en électrons libres vaut $n^* \simeq 10^{29}$ m $^{-3}$.

- Calculer la résistance du fil.
- Calculer la vitesse de dérive des électrons libres.
- Calculer la tension appliquée entre les extrémités du fil et le champ électrique (supposé uniforme) dans le fil.
- Mêmes questions pour un morceau de silicium dopé, c'est-à-dire pour lequel on a fortement augmenté la concentration en porteurs de charge mobiles, par injection d'impuretés en cours de fabrication : la concentration en électrons libres vaut par exemple $n^* \simeq 10^{22}$ m $^{-3}$. Ce morceau de silicium, de diamètre 2 mm et de longueur 1 mm, est traversé par un courant électrique d'intensité $I = 50$ mA. Sa résistivité, à 300 K, vaut $5 \cdot 10^{-3}$ Ω .m.

Données : $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

5. Résistance de fuite d'un isolant

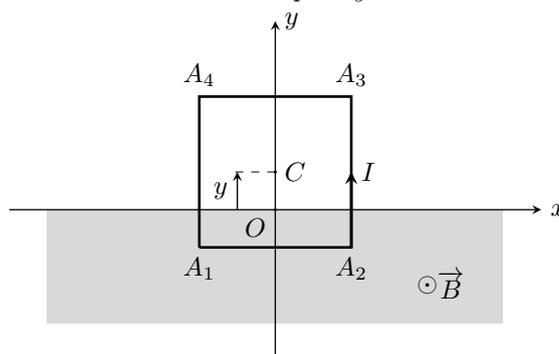
Soit deux conducteurs en forme d'hémisphères, séparés par un liquide isolant, de résistivité ρ_f : il existe un défaut caractérisé par un courant de fuite d'intensité I_f entre les deux conducteurs de rayons r_1 et r_2 lorsqu'on applique une différence de potentiel continue U , le conducteur externe étant au potentiel nul.

- Dessiner l'allure des lignes de courant de fuite lorsque U est positive. Déterminer l'expression de la résistance d'isolement R_f entre les deux conducteurs.
- Calculer l'intensité I_f du courant qui circule dans le liquide pour $U = 1,0$ kV.

Données : $r_1 = 10$ cm, $r_2 = 20$ cm, $\rho_f = 1,0 \cdot 10^9$ Ω .m.

6. Force de Laplace sur un cadre carré

Un cadre carré de côté $2a$ parcouru par un courant d'intensité I est soumis à un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_z$ dans le demi-espace $y < 0$ et nul dans le demi-espace $y > 0$.



Les côtés A_1A_2 et A_3A_4 sont parallèles à \vec{e}_x ; les côtés A_2A_3 et A_4A_1 sont parallèles à \vec{e}_y . Le centre C est repéré par $\vec{OC} = ye_y$.

1. Calculer la somme des forces de Laplace s'exerçant sur le carré.
2. Calculer le moment en O des forces de Laplace s'exerçant sur le carré.

7. Effet Hall

On considère un barreau métallique de section rectangulaire. Son axe est dirigé selon \vec{e}_x . Ses dimensions transversales sont ℓ selon \vec{e}_y et e selon \vec{e}_z . Il est parcouru par une densité de courant $\vec{j} (j_x, 0, 0)$, produite par les électrons de conduction de masse m et de charge q . Ces électrons sont soumis à l'action du champ électrique local \vec{E} et ils ont avec le reste du conducteur des chocs qui sont équivalents, en moyenne, à une force de frottement \vec{f} proportionnelle à leur vitesse \vec{v} : $\vec{f} = -\frac{m}{\tau}\vec{v}$ (τ est appelé temps de collision).

1. Écrire le principe fondamental de la dynamique pour un électron de conduction. En l'appliquant au régime permanent, calculer la conductivité σ du barreau en fonction de τ , q , m et du nombre n d'électrons de conduction par unité de volume.
2. On applique au barreau un champ magnétique $\vec{B}(0, 0, B_z)$.
 - (a) Écrire le principe fondamental de la dynamique pour un électron de conduction. En régime permanent, en déduire trois équations scalaires obtenues par projection sur la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.
 - (b) Montrer qu'il apparaît un champ électrique transverse E_y , que l'on calculera en fonction de q , B_z , n et j_x . Calculer la différence de potentiel $U = V_A - V_B$.
 - (c) Exprimer la force appliquée sur le barreau par unité de volume.