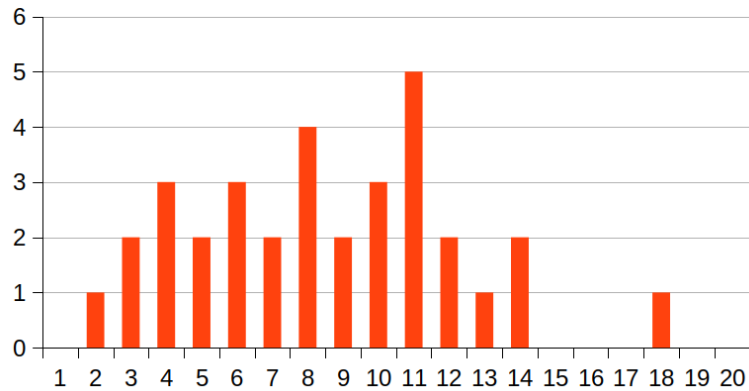


Meilleure note : 18,0

Moyenne : 8,9

Médiane 9,0 :

Écart-type : 3,7

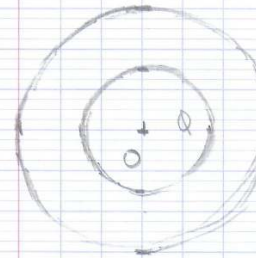
DS5 partie CCINP
Répartition des notes

Première partie

Orage et foudre

Extrait de CCINP 2015 PSI

I - Étude d'un condensateur sphérique



1. La distribution de charge $\mathcal{Q}$ est isotrope par toute rotation d'angle θ ou φ . Le champ électrique $\vec{E}(\pi)$ ne dépend ni de θ ni de φ .

Le plan $(M; \vec{e}_r; \vec{e}_\theta)$ est plan de symétrie pour $\mathcal{Q}$ donc $\vec{E}(\pi)$ appartient à ce plan $\Rightarrow E_\varphi = 0$.

De même $(M; \vec{e}_r; \vec{e}_\varphi)$ est plan de symétrie pour $\mathcal{Q}$ $\vec{E}(\pi)$ $\in$ à ce plan $\Rightarrow E_\theta = 0$.

On en déduit $\boxed{\vec{E}(\pi) = E(r) \vec{e}_r}$

2. $\mathcal{V}_G$ = surface de Gauss = sphère de rayon r .

$$\begin{aligned}\Phi_{\mathcal{V}_G}(\vec{E}) &= \oint_{\mathcal{V}_G} \vec{E}(\pi) \cdot \vec{n} dS_\pi \\ &= \oint E(r) r d\theta r \sin\theta d\varphi \\ &= 4\pi r^2 E(r)\end{aligned}$$

Pour $r \in]R_1; R_2[$ la charge enfermée dans $\mathcal{V}_G$ est $\mathcal{Q}$.

D'après le théorème de Gauss

$$\Phi_{gG}(\vec{E}) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Soit $\vec{E}(r) = \frac{\Phi}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$ pour $r \in]R_1; R_2[$

$$\begin{aligned} \textcircled{b} \quad V_1 - V_2 &= \int_{R_2}^{R_1} dV = \int_{R_2}^{R_1} -\vec{E} \cdot d\vec{OM} \\ &= - \int_{R_2}^{R_1} \frac{\Phi}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = + \frac{\Phi}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r} \right]_{R_2}^{R_1} \end{aligned}$$

$$V_1 - V_2 = \frac{\Phi}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Ⓒ D'après la relation caractéristique du condensateur

$$\Phi = CU \quad \text{avec } U \text{ qui "pointe" vers } Q.$$

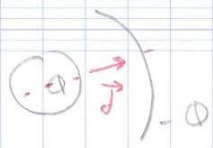
$$\text{Soit } V_1 - V_2 = \frac{\Phi}{C}$$

Par identification on obtient

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

3) $\vec{J}$ est selon les potentiels décroissants (colinaire à $\vec{E}$ dans le même sens)

Pour $Q > 0$



II - Analyse du picomètre

4) D'après le préambule $R_1 = 6370 \text{ km}$.

$$\text{On prendra } R_2 = R_1 + 80 \text{ km} = 6450 \text{ km}$$

Il reste $C = 57 \text{ mF}$.

5) $\mathcal{E}_c$ = énergie stockée dans un condensateur

$$= \frac{1}{2} C U^2 \quad \text{avec } U = \text{ddp entre les 2 armatures.}$$

$$\text{Par beau temps } U \approx 80 \text{ kV} \times 110 = 8,8 \text{ kV} = 8,8 \text{ MV}$$

$$\text{Soit } \mathcal{E}_c \approx 2,2 \text{ kJ}$$

6) Par beau temps $\vec{E}$ est dirigé de l'électrosphère vers la Terre.

Par tempsorageux le champ est dirigé de la Terre vers l'électrosphère (vers les nuages).

7) a) L'éclair correspond à 1 claquage diélectrique interne au nuage.

b) Dans le cas présenté le foudre est montante ou descendante. Cela dépend du signe des charges.

8. Le champ électrique est de 20 kV m^{-1} .

Le bas du nuage se trouve à 2 km de la surface du sol, cela correspond à une ddp de $40 \cdot 10^6 \text{ V} = 40 \text{ MV}$

9. Pour le coup de foudre $I = 50 \text{ kA}$
 $U = 40 \text{ MV}$

Soit une puissance $P = UI$
 $= 2 \cdot 10^{12} \text{ W}$

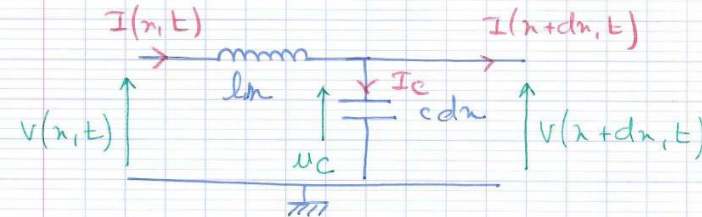
Sur une durée $t = 6 \text{ ms}$ cela correspond à une énergie $E = 20 \text{ GJ}$

Cette énergie n'est pas très importante à l'échelle d'une centrale énergétique.

De plus

III - Coup de foudre au 1^{er} ligne électrique

Portion de ligne électrique



10) (a) Loi des mailles $V(x,t) = \int \frac{\partial I}{\partial t} + V(x+dn, t)$

Loi des nœuds $I_c = I(x,t) - I(x+dn, t)$

$$I_c = c \, dn \, \frac{\partial V(x+dn, t)}{\partial t}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Soit } 0 &= \int \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \, dn \\ 0 &= \frac{\partial I}{\partial x} \, dn + c \, dn \, \frac{\partial V}{\partial t} \end{aligned} \right\} \text{à l'ordre 1.}$$

$\int \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0$
$\frac{\partial I}{\partial x} + c \frac{\partial V}{\partial t} = 0$

(b) On a $\int \frac{\partial^2 I}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0$
 et $\frac{\partial^2 I}{\partial t \partial x} + c \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = 0$

Soit $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$

De même $\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 I}{\partial t^2}$

11a) l'onde de tension ou l'onde de courant se propage à c interne

$$c = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

AN: $c = 2,66 \times 10^5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

$c = 2,66 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$

b) $d = c \Delta t$ avec $\Delta t = 1 \text{ ms}$

c) $d = 260 \text{ km}$

Aspect thermique



$R = 3 \text{ cm}$

$\Delta t = 1 \text{ ms}$

12 $Z_i = 1$ tronche de conducteur
= cylindre droit de rayon R et de hauteur h

Modèle simple : le conducteur se comporte comme un conducteur ohmique

L'élévation de température est due à la dissipation par effet Joule de l'énergie électrique reçue.

On considère qu'il n'y a pas de transfert thermique avec l'extérieur. (Δt petit et transferts thermiques lents).

13 - ρ = masse volumique du conducteur
 C = capacité massique thermique du conducteur.
 γ = conductivité

14. D'après le 1^{er} principe

$$\Delta U = Q + W \quad Q = 0$$

$$\pi R^2 h \rho c \Delta T_{\text{foudre}} = R \frac{I^2}{4} \Delta t \quad \text{avec } R_{\text{cyl}} = \frac{h}{\gamma \pi R^2}$$

Soit $\rho c \Delta T_{\text{foudre}} = \frac{I^2 \Delta t}{4 \gamma \pi^2 R^4}$

IV Protection contre la foudre et prise de terre.

15) (a) $j(r)$ est une densité de courant

$j(r)$ s'exprime en $A \cdot m^{-2}$

(b) I = flux de $\vec{j}$ à travers une surface donnée.

Dans notre situation la surface est une $1/2$ sphère de rayon r .

$$I = \iint_{\theta=0}^{\pi/2} \vec{j}(r) \cdot \vec{n} \, dS \quad \text{avec } dS = r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\varphi$$

et $\vec{n} = \vec{e}_r$.

$$I = 2\pi r^2 j(r)$$

$$j(r) = \frac{I}{2\pi r^2}$$

16) (a) D'après la loi d'Ohm locale, dans le sol $\vec{j}(r) = \gamma_{\text{sol}} \vec{E}(r)$

$$\text{Soit } \vec{E}(r) = \frac{I}{2\pi \gamma_{\text{sol}} r^2} \vec{e}_r$$

(b) Or $\vec{E} = -\vec{\text{grad}} V = -\frac{dV}{dr} \vec{e}_r$

$$\text{Il vient } \frac{dV}{dr} = -\frac{I}{2\pi \gamma_{\text{sol}} r^2}$$

$$V(r) = \frac{I}{2\pi \gamma_{\text{sol}} r} + \text{cte.}$$

On prend $\lim_{r \rightarrow +\infty} V(r) = 0 = \text{cte.}$

$$V(r) = \frac{I}{2\pi \gamma_{\text{sol}} r}$$

17) (a) Pour un homme ayant les 2 pieds distants de a on a, à la limite de l'électrocution

$$U = R_h I_{\text{max}} = V(D) - V(D+a)$$

$$\text{Soit } R_h I_{\text{max}} = \frac{I}{2\pi \gamma_{\text{sol}}} \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{D+a} \right)$$

$$R_h I_{\text{max}} = \frac{I}{2\pi \gamma_{\text{sol}}} \times \frac{a}{D(D+a)}$$

(b) Pour $D \gg a$

$$R_h I_{\text{max}} = \frac{I}{2\pi \gamma_{\text{sol}} D} \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{a}{D}} \right)$$

$$\approx \frac{I}{2\pi \gamma_{\text{sol}} D} \left(1 - \left(1 - \frac{a}{D} \right) \right)$$

à l'ordre 1

Soit $D^2 = \frac{I/I_{\max}}{2\pi\gamma_{\text{nd}} R_L} a$

$$D = \sqrt{\frac{I a}{2\pi\gamma_{\text{nd}} R_L I_{\max}}}$$

③ AN $D = 113 \text{ m.}$

④. Ce phénomène d'électrocution à distance touche plutôt les grands animaux car le courant est proportionnel à a .

18 | ②. On a $dR_c = \frac{1}{\gamma} \frac{dr}{2\pi r^2}$

En effet on a vu $j(r) = \frac{I}{2\pi r^2}$

avec $E(r) = \frac{j(r)}{\gamma}$

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = E(r) dr = V(r+dr) - V(r)$$

D'où $V(r+dr) - V(r) = \frac{I}{\gamma 2\pi r^2} dr$ (OK).

b. Tous les coques hémisphériques sont parcourues par la même intensité. Elles sont en série.

$$\begin{aligned} R_c &= \int_{R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} dR_c = \int_{R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} \frac{1}{2\pi\gamma} \frac{dr}{r^2} \\ &= \frac{1}{2\pi\gamma} \left(\frac{1}{R_{\text{int}}} - \frac{1}{R_{\text{ext}}} \right) \end{aligned}$$

19 | ② On a $R_{\text{glob}} = \frac{1}{2\pi\gamma_{\text{met}}} \left(\frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_b} \right) + \frac{1}{2\pi\gamma_{\text{nd}}} \frac{1}{R_b}$

⑥. AN. $R_{\text{glob}} = 48 \Omega$

③. la législation n'est pas respectée.
Solutions : augmenter R_b .

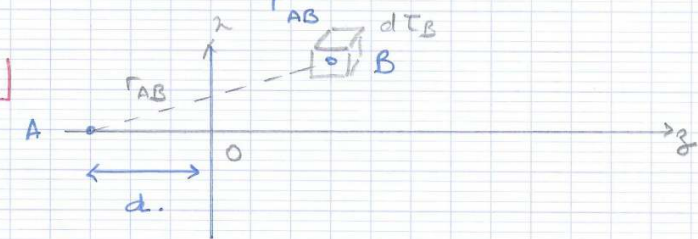
Deuxième partie

Films de savon, film noir

Extrait Centrale 2019 PC

A - $V_{AB} = -\frac{K}{r_{AB}^6}$ entre 2 molécules A et B

1



$m_B =$ nombre de molécules B par u de volume.

Th de superposition

$$dE = -\frac{K}{r_{AB}^6} m_B dV_B$$

avec $dV = dx dy dz$

$$r_{AB} = \|\vec{AB}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + (z+d)^2}$$

$$dE = -K m_B \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2 + (z+d)^2)^3}$$

$$E(d) = -K m_B \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2 + (z+d)^2)^3}$$

Imposse.

En cylindrique ($\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z$) $B(r; \theta; z)$

$$dV = dr r d\theta dz$$

$$dE = -k n_B \frac{dr r d\theta dz}{(r^2 + (z+d)^2)^{3/2}}$$

$$E(d) = \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{+\infty} \int_{z=0}^{+\infty} dE$$

$$= -k n_B 2\pi \int_{z=0}^{+\infty} \int_{r=0}^{+\infty} \frac{r dr dz}{(r^2 + (z+d)^2)^{3/2}}$$

$$= + \frac{2\pi k n_B}{4} \int_{z=0}^{+\infty} \left[\frac{1}{(r^2 + (z+d)^2)^{1/2}} \right]_{r=0}^{+\infty} dz$$

$$= \frac{\pi k n_B}{2 \times 3} \int_{z=0}^{+\infty} - \frac{dz}{(z+d)^4}$$

$$= \frac{\pi k n_B}{6} \left[\frac{1}{(z+d)^3} \right]_0^{+\infty}$$

$$E(d) = - \frac{\pi k n_B}{6 d^3}$$

Entre 2 demi-espaces distants de D

$$V(D) = - \frac{H}{12\pi D^2}$$

2. Pour 2 charges q_1 et q_2 distantes de r dans le vide

$$V(r) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

3. l_B est telle que $V(l_B) \approx k_B T$ avec $q_1 = q_2 = e$
soit $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 l_B} = k_B T$

$$l_B = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r k_B T}$$

4. AN: $l_B = 7.6 \times 10^{-10} \text{ m}$
 $= 0.7 \text{ nm}$

5. On a $E_p^+(x) = e^4(x)$
et $E_p^-(x) = -e^4(x)$

6. $\varphi(x) =$ densité volumique de charge
 $= e(c_+(x) - c_-(x))$

7. Soit $\varphi(x) = e c_0 \left(e^{-e^4(x)/k_B T} - e^{+e^4(x)/k_B T} \right)$

or d'après l'éq de Maxwell Gauss

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\varphi}{\epsilon_0 \epsilon_r} \quad \text{avec } \vec{E} = -\text{grad } \varphi$$

soit $\Delta\psi = -\frac{\psi}{\lambda_D^2}$

Soit $\frac{d^2\psi}{dx^2} = +\frac{e c_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left(e^{e\psi/k_B T} - e^{-e\psi/k_B T} \right)$

$$= \frac{2e c_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} \sinh\left(\frac{e\psi}{k_B T}\right)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{e\psi}{k_B T} \right) = \frac{2e^2 c_0}{\epsilon_0 \epsilon_r k_B T} \sinh\left(\frac{e\psi}{k_B T}\right)$$

On peut poser $\lambda_D^2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r k_B T}{2e^2 c_0} \frac{4\pi}{4\pi}$

$$\lambda_D^2 = \frac{1}{4\pi c_0 \cdot 8\pi}$$

8. AN. Pour $c_0 = 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}$ $\lambda_D = 5 \cdot 10^{-9} \text{ m}$

$$= 5,026 \cdot 10^{-9} \text{ L}^{-1}$$

$$= 5,026 \cdot 10^{-23} \text{ m}^{-3}$$

Pour $c_0 = 1 \text{ mol L}^{-1}$ $\lambda_D = 1,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}$

$$= 6 \cdot 10^{-26} \text{ m}^{-3}$$

9. Dans le cas des potentiels faibles

$$\sinh\left(\frac{e\psi}{k_B T}\right) \approx \frac{e\psi}{k_B T}$$

On obtient alors

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = +\frac{1}{\lambda_D^2} \psi$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{\psi}{\lambda_D^2} = 0}$$

Eq. caractéristique associée $r^2 + \frac{1}{\lambda_D^2} = 0$

$$\psi(x) = A e^{x/\lambda_D} + B e^{-x/\lambda_D}$$

avec $\psi(0) = \psi_0 = A + B$ $\Rightarrow B = -A$

$$\psi(x) = A 2 \sinh\left(\frac{x}{\lambda_D}\right) + \psi_0 e^{-x/\lambda_D}$$

$\psi(x)$ doit être finie quand x tend vers $+\infty$

$$\Rightarrow A = 0$$

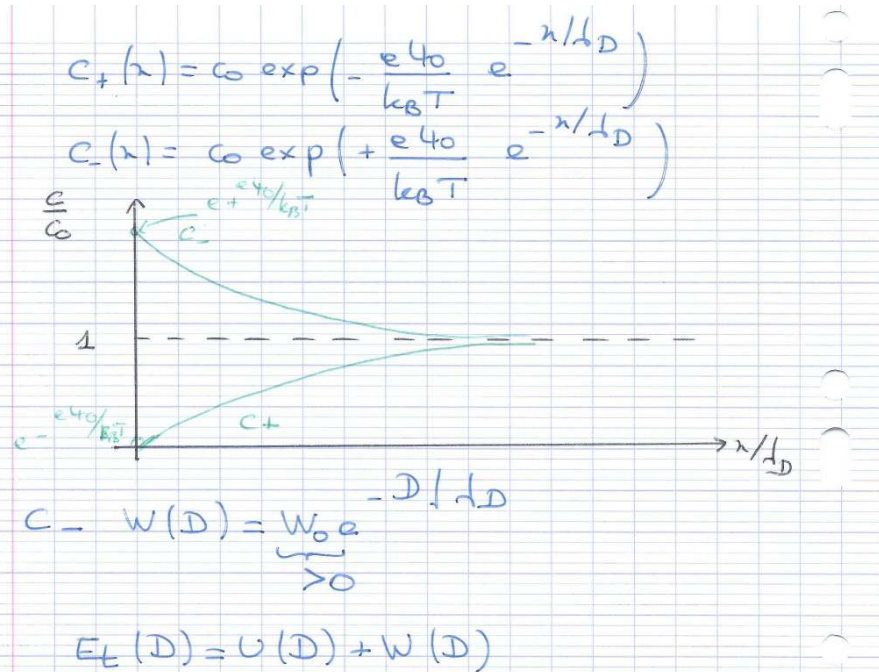
Il vient

$$\boxed{\psi(x) = \psi_0 e^{-x/\lambda_D}}$$

10. On a $c_+(x) = c_0 e^{-e\psi(x)/k_B T}$

$$c_+(x) = c_0 e^{-\frac{e\psi_0}{k_B T} e^{-x/\lambda_D}}$$

et $c_-(x) = c_0 e^{+e\psi_0/k_B T e^{-x/\lambda_D}}$



11.] Non, l'énergie potentielle totale ne semble pas réaliste lorsque $D \rightarrow 0$. On a 2 plans de charge de même nature en regard. Il y a répulsion quand $D \rightarrow 0 \rightarrow E$ qui tend vers $+\infty$.

12.] On a alors

film noir de Newton
 $\rightarrow$ 2 positions d'équilibre donc 2 films possibles

13.] Quand $e \uparrow$ la barrière de potentiel semble diminuer. Cela favorise le film noir de Newton.