

# Dipôle magnétique

Dans ce chapitre, on reprend la notion de moment magnétique vu en PCSI pour l'appliquer à l'échelle microscopique.

## I Moment magnétique

### I.1 Rappel

Un **dipôle magnétique** peut être modélisé par une petite spire plane et filiforme parcourue par un courant d'intensité  $I$ .

Le **moment dipolaire magnétique** d'un dipôle est le vecteur  $\vec{\mathcal{M}} = I\vec{S}$ , où  $\vec{S}$  est le vecteur surface, orienté dans le sens positif par rapport au courant  $I$ .

La notion de moment magnétique est étendue aux aimants puisque les lignes de champ magnétique d'un aimant droit et d'une spire de courant sont similaires à grande distance.

Le moment dipolaire magnétique se mesure en .....

### I.2 Moment magnétique atomique

Dans le modèle planétaire de l'atome proposé par Bohr (avant l'apparition de la notion de fonction d'onde), l'électron suit une trajectoire circulaire. Il possède donc un moment cinétique  $\vec{L}$ . Mais on peut voir cette charge en mouvement comme une boucle élémentaire de courant possédant un moment magnétique  $\vec{\mathcal{M}}$ .

#### a Moment cinétique de l'atome d'hydrogène

Moment cinétique de l'électron : .....

.....  
 .....  
 .....  
 .....

**b Moment magnétique de l'atome d'hydrogène**

Moment magnétique : .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

Remarque : .....  
 .....

Dans le modèle planétaire de l'atome, le moment cinétique de l'électron  $\vec{L}$  et le moment magnétique  $\vec{\mathcal{M}}$  engendré sont proportionnels. On appelle rapport **gyromagnétique**  $\gamma$  le facteur de proportionnalité :

$$\vec{\mathcal{M}} = \gamma \vec{L} \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{q}{2m}$$

**I.3 Magnéton de Bohr**

Objectif : introduire un moment magnétique associé à l'échelle atomique : le magnéton de Bohr, noté  $\mu_B$ .

Déjà vu : le moment cinétique de l'électron dans un atome est quantifié :

$$\|\vec{L}\| = n\hbar$$

où  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  est la constante de Planck réduite.

**a Analyse dimensionnelle**

.....  
 .....  
 .....  
 .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**b Ordre de grandeur**

On a  $\vec{\mathcal{M}} = \gamma \vec{L}$  avec  $\|\vec{L}\|$  quantifiée. On en déduit que le moment magnétique de l'électron est lui aussi quantifié, et qu'il vaut un nombre entier de fois  $\gamma\hbar$ .

L'unité de moment magnétique atomique est le **magnéton de Bohr**  $\mu_B$  avec

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$$

AN : .....

**c Propriétés magnétique de la matière**

Le moment magnétique d'un atome est la somme des moments magnétiques de ses constituants. Il est principalement dû aux moments magnétique des électrons. Par conséquent, le moment magnétique d'un atome est quantifié et vaut un nombre entier de fois le **magnéton de Bohr**  $\mu_B$

Le magnéton de Bohr donne un ordre de grandeur du moment magnétique d'un atome. Si le matériau est magnétique, les moments des atomes s'alignent et les effets se cumulent. Dans un matériau non magnétique, le désordre conduit à une moyenne nulle.

Ordre de grandeur du moment magnétique volumique d'un aimant :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## II Actions subies par un dipôle

### II.1 Cas d'un champ magnétique extérieur uniforme

#### a Somme des efforts

La somme des efforts est nulle ; en effet :

$$\vec{F} = \oint I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}_0 = I \left( \oint d\vec{\ell} \right) \wedge \vec{B}_0 = \vec{0}.$$

#### b Moment des efforts

Les efforts sont donc représentés par un couple de moment

$$\vec{\Gamma} = \oint \vec{r} \wedge (I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}_0) = I \oint (\vec{r} \cdot \vec{B}_0) d\vec{\ell} - I \oint (\vec{r} \cdot d\vec{\ell}) \vec{B}_0.$$

or

$$\left\{ \begin{array}{l} \oint \vec{r} \cdot d\vec{\ell} = \int r dr = 0 \\ \oint (\vec{r} \cdot \vec{B}_0) d\vec{\ell} = - \iint_{\Sigma} \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{r} \cdot \vec{B}_0) \wedge \vec{n} dS \end{array} \right. ,$$

où  $\Sigma$  est une surface de bord  $\mathcal{C}$ .

Remarquons que  $\overrightarrow{\text{grad}}(\vec{r} \cdot \vec{B}_0) = \vec{B}_0$  ; on en déduit l'expression du moment du couple exercé sur la boucle de courant :

$$\vec{\Gamma} = I \iint_{\Sigma} \vec{n} dS \wedge \vec{B}_0 = I \vec{S} \wedge \vec{B}_0 = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}_0$$

### II.2 Cas d'un champ extérieur non uniforme

$A$  correspond au centre d'un dipôle magnétique caractérisé par son moment dipolaire  $\vec{\mathcal{M}}$ . Ce dernier, plongé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  subit une action

- de résultante :

$$\vec{F} = (\vec{\mathcal{M}} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{B}(A)$$

- de moment en  $A$  :

$$\mathcal{M}_A = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}(A)$$

Énergie potentielle :

$$\mathcal{E}_p = -\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{B}(A)$$

Effet qualitatif : il apparaît un couple qui tend à aligner le dipôle avec le champ extérieur et une résultante qui entraîne le dipôle vers les zones de fort champ (si le champ est non-uniforme).

### III L'expérience de Stern et Gerlach

#### Document 1 — Repères historiques

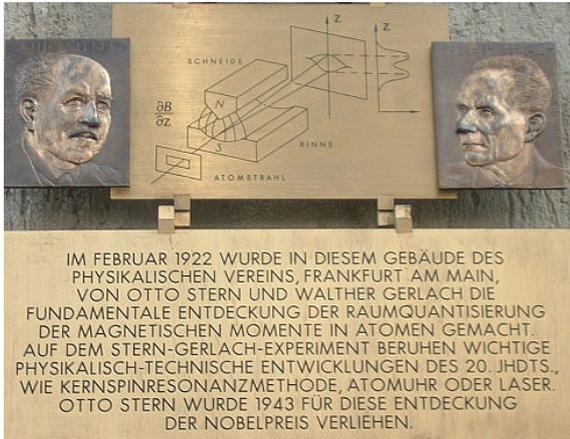


Figure 1 — Plaque commémorative de l'expérience portant l'effigie des deux physiciens allemands Otto STERN et Walther GERLACH au siège de la Physikalische Verein à Francfort-sur-le-Main (auteur : PENG)

En février 1922, dans ce bâtiment de l'association de physique, à Francfort-sur-le-Main, Otto Stern et Walther Gerlach firent la découverte fondamentale de la quantification spatiale des moments magnétiques des atomes. Sur l'expérience de Stern-Gerlach reposent des développements physiques et techniques importants du 20<sup>e</sup> siècle, tels la résonance magnétique nucléaire, l'horloge atomique ou le laser. Pour cette découverte, Otto Stern reçut le prix Nobel en 1943.

Traduction de C. MORE.

L'expérience montre que des milieux matériels peuvent être, comme les courants libres qui par-

courent des conducteurs, source de champs magnétiques. On constate, par exemple, qu'un aimant cylindrique produit un champ en tout point semblable au champ extérieur d'un solénoïde à section circulaire. Ampère (André Marie Ampère, physicien français, 1775 - 1836) suggéra en 1821 que de tels champs magnétiques avaient pour sources des boucles de courant liées à la structure des milieux.

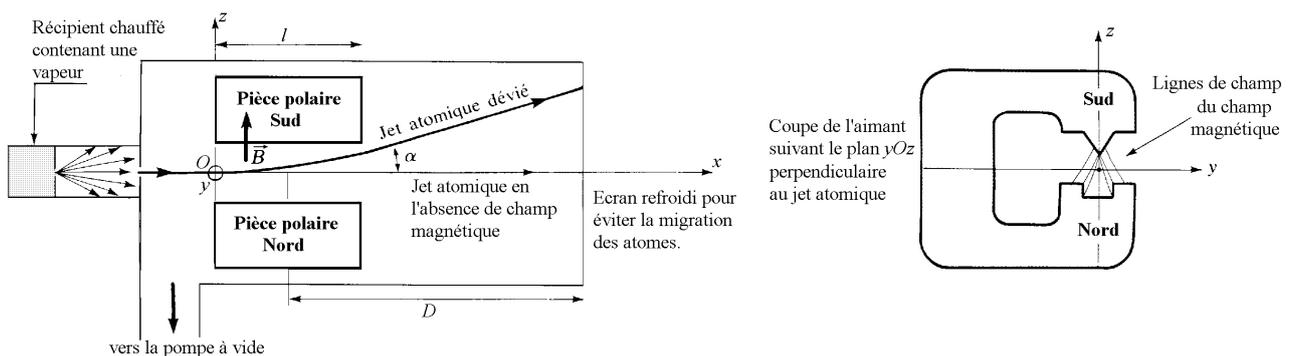
D'un point de vue macroscopique, considérer un milieu aimanté comme des distributions de dipôles magnétiques suffit à rendre compte d'un grand nombre de faits expérimentaux. Restait à comprendre la nature de ces dipôles magnétiques élémentaires, ce qui ne put être fait qu'au vingtième siècle grâce aux connaissances acquises sur la structure de l'atome et aux progrès technologiques. On peut penser dans une représentation simple et classique que les boucles de courant étaient les trajectoires "fermées" des électrons autour des noyaux, on parle dans ce cas de magnétisme orbital. Nous allons voir que cela est insuffisant pour tout expliquer.

Un champ magnétique uniforme produit deux types d'effets sur les moments magnétiques atomiques :

- un effet d'orientation global
- une précession des moments magnétiques autour de la direction du champ.

Dans le cas d'un champ inhomogène, il s'exerce en plus une force qui attire le dipôle dans les zones de champ intense.

#### Document 2 — Dispositif expérimental



## Figure 2 — Dispositif expérimental

Le dispositif est constitué d'un four qui permet d'obtenir un jet d'atomes pratiquement unidirectionnel et homocinétique, suivi d'un aimant créant un champ magnétique inhomogène, exerçant une force sur les atomes s'ils sont porteurs d'un moment magnétique. La mesure sur un écran de la déviation  $Z$  du jet permet de remonter aux propriétés magnétiques des atomes.

L'expérience originale a été réalisée avec des atomes d'argent.

---

**Document 3 — Quelques ordres de grandeur****1. Le four et le jet d'atomes**

L'argent est déposé dans le four puis chauffé sous vide jusque  $\theta = 1000^\circ\text{C}$  (état liquide); la pression de vapeur est alors  $P_v = 10^{-2}$  Pa. La vitesse quadratique moyenne est  $u = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \simeq 500$  m/s.

Une des parois est munie d'un trou dont le diamètre est de l'ordre de  $D = 10 \mu\text{m}$ . De l'autre côté le vide est assez poussé et les atomes s'échappant par ce premier trou n'ont de choc qu'avec la paroi de l'enceinte de la zone à droite du four qui constitue le sélecteur de vitesse.

Les atomes qui s'échappent par ce trou pénètrent dans le sélecteur de vitesse où leur trajectoire est rectiligne et uniforme. La paroi droite du sélecteur de vitesse est percée d'un second trou, à une distance  $L = 10$  cm de la sortie du four. On sélectionne ainsi les atomes dont le vecteur vitesse est aligné avec la droite joignant les deux trous. Après ce second diaphragme, le jet atomique pénètre dans la grande enceinte où règne un champ magnétique  $\vec{B}$ . On admet que la vitesse la plus probable dans le jet se confond avec la vitesse quadratique moyenne dans la vapeur initiale :  $v_p = u = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \simeq 500$  m/s.

Afin que les atomes qui heurtent les parois du sélecteur ne viennent pas, après leur rebond, perturber les atomes se dirigeant vers le second trou, on piège ces atomes sur la paroi en la refroidissant :  $T_{\text{paroi}} < -70^\circ\text{C}$ . Le système de refroidissement n'est pas représenté sur la figure. Gerlach avaient choisi la neige carbonique. La technique des jets atomiques a été mise au point par le physicien français Dunoyer en 1911 mais les températures de refroidissement étaient assez limitées.

L'ouverture angulaire géométrique du jet pénétrant dans la zone de mesure est  $\alpha_0 = 10^{-4}$  rad.

**2. Le vide**

Prenons pour ordre de grandeur de la taille de l'enceinte  $d = 1$  m. Sur cette longueur de parcours il ne faut pas que les atomes subissent de chocs avec d'autres atomes. Il faut ainsi que le libre parcours moyen  $\lambda$  soit de l'ordre de  $\lambda = d = 1$  m. Cette expérience nécessite donc des techniques de refroidissement, et d'obtention de vide, très performantes ; elle n'aurait pas pu être mise au point 0 ans plus tôt !

**3. L'aimant**

En réalité il s'agit d'un électroaimant car il faut pouvoir enlever ou appliquer le champ pour étalonner l'appareil. Dans toute la suite, on parlera toutefois d'aimant. Dans l'enceinte à vide est placé un aimant

qui crée un champ magnétique  $\vec{B}$  perpendiculaire au jet atomique et dont les pièces polaires sont allongées parallèlement à la direction du jet de façon que le champ soit appliqué au jet sur une longueur suffisante  $\ell$  pendant un temps suffisant  $\tau = \frac{\ell}{v_p}$  soit, avec  $\ell = 10 \text{ cm}$  :  $\tau = 5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ . L'intensité du champ magnétique est de l'ordre de 1 T.

On a donné aux pièces polaires de l'aimant une forme particulière telle que le "gradient de champ magnétique" soit particulièrement important :  $400 \text{ T}\cdot\text{m}^{-1}$ . Les lignes de champ tracées sur la figure montrent que le champ magnétique est plus intense au voisinage de la pièce polaire pointue qu'au voisinage de l'autre.

---

## Document 4 — Théorie classique

### 1. Force appliquée à l'atome

Dans les expériences décrites sur le magnétisme jusque cette date, il était justifié de supposer que les champs magnétiques  $\vec{B}$  utilisés étaient uniformes au moins à l'échelle des dimensions atomiques et par conséquent on ne tenait compte que du moment résultant :  $\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}}_{\text{ato}} \wedge \vec{B}$  mais aucune expérience ne permettait la mesure directe de  $\vec{\mathcal{M}}_{\text{ato}}$ . Si on utilise au contraire un champ  $\vec{B}$  inhomogène à l'échelle de l'atome, les forces magnétiques ont une résultante non nulle :

$$\vec{F} = \left( \vec{\mathcal{M}}_{\text{ato}} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \right) \vec{B}$$

De la déviation des atomes nous pouvons tirer une mesure du moment magnétique  $\vec{\mathcal{M}}_{\text{ato}}$ . La force  $\vec{F}$  n'est expérimentalement observable que si elle agit sur un temps assez long. Par suite seule importe la valeur moyenne de  $F_z$  au cours du temps :

$$\langle F_z \rangle = \mathcal{M}_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

L'observation du déplacement d'un atome sous l'action d'un champ magnétique inhomogène peut donc fournir une mesure de la composante longitudinale  $z$  (parallèle au champ  $\vec{B}$ ) de son moment magnétique. C'est l'objectif de l'expérience de Stern et Gerlach.

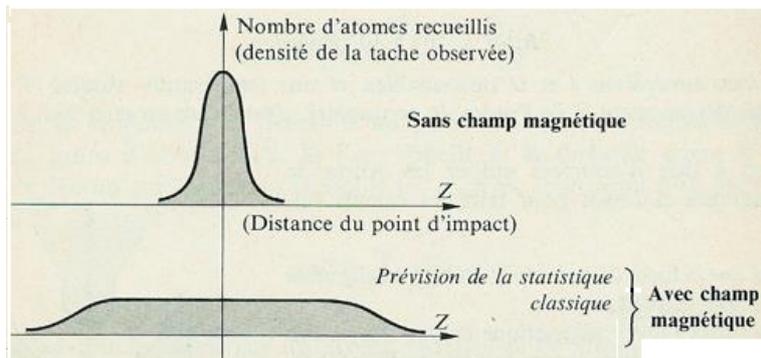
### 2. Étude de la trajectoire

Seule  $\langle F_z \rangle = \mathcal{M}_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$  agit en moyenne sur le jet atomique qui arrive aligné avec l'axe  $Ox$ . La trajectoire est plane ; c'est un arc de parabole. On obtient

$$Z = \frac{\langle F_z \rangle \ell D}{mv_p^2} = \frac{\langle F_z \rangle \ell D}{3kT} = \frac{\mathcal{M}_z \ell D}{3kT} \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

Toutes les quantités qui figurent dans cette expression sont connues exceptée  $\mathcal{M}_z$ . La mesure du déplacement  $Z$  du point d'impact du jet sur l'écran permet donc de calculer la composante longitudinale  $\mathcal{M}_z$  du moment magnétique atomique. L'observation de la déviation du jet atomique doit se faire sur un temps assez long afin que la tache formée par un très grand nombre d'atomes au point d'impact du jet sur l'écran soit visible. Il faut refroidir la paroi (neige carbonique) pour empêcher la migration des atomes après impact par diffusion, le temps de pose étant de plus de 4 heures.

### 3. Résultats attendus



En l'absence de  $\vec{B}$  : il n'y a aucune déviation du jet et donc l'impact a lieu autour de  $Z = 0$  avec un étalement lié, entre autres, à l'ouverture géométrique du faisceau.

En présence de  $\vec{B}$  : si on suppose l'équilibre thermique atteint dans le four, le vecteur moment dipolaire  $\vec{\mathcal{M}}_{\text{ato}}$  est statistiquement uniformément distribué en direction (il n'y a pas de champ magnétique dans le four ni dans le sélecteur de vitesse). Ainsi  $\mathcal{M}_z$  prend toutes les valeurs possibles entre  $-\mathcal{M}_{\text{max}}$  et  $+\mathcal{M}_{\text{max}}$ .

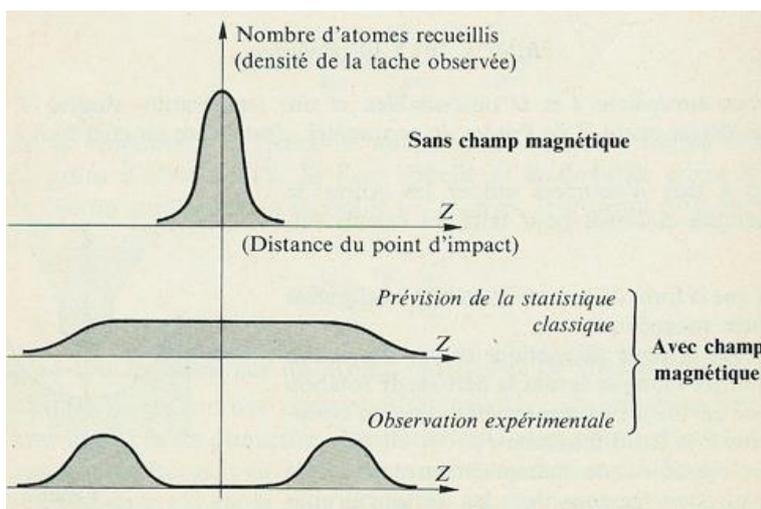
Donc nous devrions observer sur  $Oz$  une répartition uniforme des impacts entre  $-Z_{\text{max}}$  et  $+Z_{\text{max}}$ . De plus, dans un atome "classique", tous les électrons ont un rôle équivalent ce qui permet de prévoir :

$$\mathcal{M}_{\text{max}} = Z^* \cdot \mathcal{M}_{\text{elec}}$$

où  $Z^*$  est le numéro atomique. Ainsi la tache pour Ag devrait être 47 fois plus étalée que pour H.

## Document 5 — Résultats de l'expérience

### 1. Observation expérimentale



En fait, lorsque Stern et Gerlach ont fait l'expérience avec des atomes d'argent Ag, ils n'ont pas obtenu de zone uniforme mais deux taches symétriques par rapport au point d'impact observé sans champ magnétique. Donc, contrairement aux prévisions de la mécanique classique, ils n'observent que deux valeurs de  $\mathcal{M}_z$  et constatent finalement les faits suivants :

- seules deux valeurs symétriques de  $\mathcal{M}_z$  sont observées ;
- la valeur  $\mathcal{M}_z = 0$  n'est pas obtenue
- l'influence de  $Z^*$  n'est pas observée

- les valeurs de  $\mathcal{M}_z$  sont bien de l'ordre de grandeur attendu
- avec des atomes autres que Ag, on observe des taches régulièrement séparées, toujours réparties symétriquement par rapport au point d'impact observé sans champ magnétique ; les valeurs possibles de  $\mathcal{M}_z$  sont donc deux à deux égales et opposées.

Ainsi l'orientation dans l'espace du vecteur moment magnétique en présence d'un champ magnétique ne peut être quelconque, seules certaines orientations sont possibles : c'est un phénomène de quantification spatiale.

## 2. Lien avec la mécanique quantique

### i) Rapport gyromagnétique

La mécanique classique donne un lien de proportionnalité entre le moment magnétique et le moment cinétique orbital d'un électron de l'atome. Gardant la possibilité d'un tel lien, on définit le rapport gyromagnétique  $\gamma$  par :  $\vec{\mathcal{M}} = \gamma \vec{\sigma}$ . Donc  $\vec{\mathcal{M}}_{\text{ato}} = \gamma \vec{\sigma}_{\text{ato}}$ . Le champ magnétique impose la quantification spatiale de  $\mathcal{M}_z$ , et le facteur gyromagnétique impose la quantification spatiale de  $\sigma_z$ . La théorie quantique rend bien compte de la quantification spatiale de  $\sigma_z$ .

### ii) Moment cinétique : le nombre quantique magnétique $m$

À partir de maintenant, il faudra faire attention à ne pas confondre  $\mathcal{M}$  (moment magnétique de l'atome),  $m$  la masse d'un atome, et  $m$  le nombre quantique magnétique. En cas d'ambiguïté le nombre quantique magnétique sera noté  $m_j$ . Les valeurs observables de  $\sigma_z$  sont données par

$$\sigma_z = m \frac{h}{2\pi}$$

où  $h$  est la constante de Planck ( $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  J.s ; on remarquera que cette unité est aussi celle du moment cinétique).

Pour chaque système atomique il existe une valeur maximale de  $\sigma_z$ , c'est-à-dire une valeur maximale du nombre quantique magnétique  $m$ . On désigne par  $j$  cette valeur maximale de  $m$ . La connaissance de  $j$  suffit à déterminer complètement toutes les valeurs observables de la composante  $\sigma_z = m \frac{h}{2\pi}$  de son moment cinétique.

- Ou bien  $j$  est entier et les valeurs de  $m_j$  sont entières, leur nombre est impair et  $\sigma_z = 0$  est observable,
- Ou bien  $j$  est demi-entier et les valeurs de  $m_j$  sont demi-entières, leur nombre est pair et  $\sigma_z = 0$  n'est pas observable.

Dans tous les cas, le nombre de valeurs observables de  $m_j$  c'est-à-dire le nombre de valeurs de  $\sigma_z$  est  $2j + 1$ .

### iii) Magnéton de Bohr ; facteur de Landé

La mécanique classique donne comme expression du rapport gyromagnétique :

$$\gamma_e = \frac{-e}{2m_e}$$

où  $m_e$  est la masse de l'électron. On généralise en prenant

$$\gamma = g\gamma_e$$

où  $g$  est le facteur de Landé ;  $\gamma_e$  est un indicateur de la valeur réelle de  $\gamma$ .

En notant  $\mu_B = \frac{e\hbar}{\pi m_e}$  le magnéton de Bohr, on peut écrire

$$\mathcal{M}_z = -m_j g \mu_B.$$

Dans l'expérience de Stern et Gerlach, on observe seulement deux taches, donc  $2j + 1 = 2$ , ce qui détermine  $j = \frac{1}{2}$ . Les valeurs autorisées de  $m_j$  sont alors  $m_j = \pm \frac{1}{2}$ .

De plus, on mesure les deux valeurs de  $\mathcal{M}_z$  et on obtient  $\mathcal{M}_z = \pm \mu_B$ . On en déduit que  $g = 2$  pour les atomes d'argent. Le modèle classique de l'atome donne un facteur de Landé  $g = 1$ , ce qui est en contradiction avec l'expérience.

L'atome d'argent possède 47 électrons et les moments sont additifs, donc tout se passe comme si un seul électron participait au moment magnétique et pour une demi-part. On obtient exactement les mêmes résultats avec les atomes de cuivre, d'or, de sodium, de potassium et d'hydrogène.

En conclusion :

- l'expérience de Stern et Gerlach permet la mesure de la valeur maximale du nombre quantique magnétique ainsi que du facteur de Landé des atomes étudiés
- tous les électrons ne participent pas au moment magnétique total, ni au moment cinétique total

Les explications quantiques seront :

- la structure électronique en couches des atomes, une couche complète participant pour 0
- la notion de spin attaché à toute particule de moment cinétique intrinsèque  $\sigma_s$ , et l'existence de deux familles : les fermions de spin demi-entier et les bosons de spin entier
- le moment cinétique d'un ensemble de particules est la somme des moments orbitaux et des moments de spin