Dipôle électrostatique

Questions de cours

- Définition d'un dipôle électrostatique et de son moment dipolaire.
- Qu'est-ce que l'approximation dipolaire ?
- Déterminer le potentiel créé par un dipôle.
- Quel est l'effet d'un champ électrique extérieur sur un dipôle électrostatique ?
- Modèle de Thomson de l'atome.
- Définir la polarisabilité d'un atome. En donner une estimation.

Rappels

A correspond au centre d'un dipôle caractérisé par son moment dipolaire $\overrightarrow{p}$. Ce dernier, plongé dans un champ électrique $\overrightarrow{E}$ subit une action :

- de résultante : $\overrightarrow{F} = (\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{\text{grad}})\overrightarrow{E}(A)$
- de moment en A : $\mathscr{M}_A = \overrightarrow{p} \wedge \overrightarrow{E}(A)$

Son énergie potentielle vaut $\mathcal{E}_P = -\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{E}(A)$.

Applications directes du cours

$\boxed{1}$ On rappelle le potentiel créé par un dipôle d'origine O et de moment dipolaire $\overrightarrow{p}$: $V(r,\theta) = \dfrac{p\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ en coordonnées sphériques. Calculer le champ associé, puis son flux à travers une sphère de rayon r et de centre O. Retrouver le résultat sans calcul.

Exercices

1. Étude de différents modèles de l'atome

1. Le modèle de Thomson de l'atome d'hydrogène.
   Dans ce modèle on considère une boule uniformément chargée de rayon a, de charge totale $+e$.
   (a) Déterminer l'expression du champ électrique à l'intérieur et à l'extérieur de la boule.
   (b) On considère un électron dans le champ de cette boule. Y a-t-il une position d'équilibre ? Étudier sa stabilité.
   (c) On ajoute un champ uniforme constant $\overrightarrow{E_0}$. L'électron a-t-il une position d'équilibre stable ?
   (d) Calculer la valeur minimale de E_0 pour arracher l'électron à l'atome et calculer le travail fourni pour ioniser l'atome.
2. On considère maintenant le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène.
   Le noyau est en O et l'électron tourne autour du noyau avec une trajectoire circulaire de rayon a_0.
   (a) Soit $\overrightarrow{L_0}$ le moment cinétique de l'électron par rapport à O, on pose $\overrightarrow{L_0} \cdot \overrightarrow{u_z} = \hbar$.
   Exprimer le rayon de la trajectoire en fonction des données et en déduire l'énergie nécessaire pour arracher l'électron à l'atome.
   (b) On ajoute dans un plan un champ uniforme constant $\overrightarrow{E_0}$ et on considère que l'électron a toujours une trajectoire circulaire mais de centre $O' \neq O$ avec $\overrightarrow{OO'} // \overrightarrow{E}_0$. La trajectoire est dans un plan perpendiculaire

à $\overrightarrow{E_0}$. On appelle $\overrightarrow{u_z}$ le vecteur unitaire de la direction $\overrightarrow{OO'}$ et on a $\overrightarrow{L_{O'}} \cdot \overrightarrow{u_z} = \hbar$. Si a est le rayon de la trajectoire, montrer que $a_0 = \dfrac{a}{(1+k(a)E_0^2)^{3/2}}$.

2. Dipôle dans un condensateur

Un condensateur plan est constitué de deux armatures métalliques très fines, de surface S, situées en $x = 0$ et en $x = e$. L'isolant entre les deux armatures a une permittivité ϵ_0. On néglige les effets de bord. Les densités surfaciques de charges portées par les deux armatures sont uniformes et opposées.
Pour un dipôle rigide $\overrightarrow{p}$ placé dans un champ électrique extérieur $\overrightarrow{E}$, l'énergie potentielle est $E_p = -\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{E}$ et le couple subi par ce dipôle est
$vect\Gamma = \overrightarrow{p} \wedge \overrightarrow{E}$.

1. Déterminer le champ électrostatique à l'intérieur du condensateur en utilisant le champ créé par un plan infini.
2. On place à l'intérieur du condensateur un dipôle électrostatique de moment d'inertie J en un point A d'abscisse $x = e/2$. Il peut tourner autour de l'axe Az mais pas se déplacer. Déterminer par deux méthodes les positions d'équilibre.
3. Étudier par deux méthodes la stabilité de l'équilibre.
4. Établir par deux méthodes l'équation différentielle en θ liée à la rotation du dipôle autour de l'axeAz. Déterminer la période des petits mouvements autour de la position d'équilibre stable.

3. Forces entre une charge et un dipôle

Un charge ponctuelle q est en O. Un dipôle $\overrightarrow{p}$ est en M à une distance r de O. La force subie par un dipôle $\overrightarrow{p}$ dans un champ extérieur $\overrightarrow{E}$ est $\overrightarrow{F} = (\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{\mathrm{grad}})\overrightarrow{E}$.

1. Si le dipôle est libre de tourner sur lui-même, comment s'oriente-t-il par rapport à la charge ?
2. On suppose désormais que le dipôle s'est orienté dans la position stable de la question précédente. Pour simplifier, on orientera l'axe Ox selon cette direction. Démontrer que la force subie par le dipôle dans le champ de la charge vaut $\overrightarrow{F}_{c\to d} = -\dfrac{2pq}{4\pi\epsilon_0 x^3}\overrightarrow{e_x}$. Commenter sa direction.
3. Le dipôle $\overrightarrow{p}$ placé en M créé en O le champ électrique :
$$\overrightarrow{E_d} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{3(\overrightarrow{p}\cdot\overrightarrow{MO})\overrightarrow{MO} - OM^2\overrightarrow{p}}{OM^5}$$
En déduire l'expression de la force $\overrightarrow{F}_{d\to c}$ du dipôle sur la charge. Commenter sa direction.
4. Comparer ces deux forces et conclure.

4. Molécule de CO_2

On considère le molécule de dioxyde de carbone.

1. En étudiant la structure de la molécule, proposer une distribution de charge équivalente.
2. Déterminer le potentiel créé par cette molécule en un point éloigné.
3. En déduire le champ électrostatique créé par cette molécule en un point éloigné.

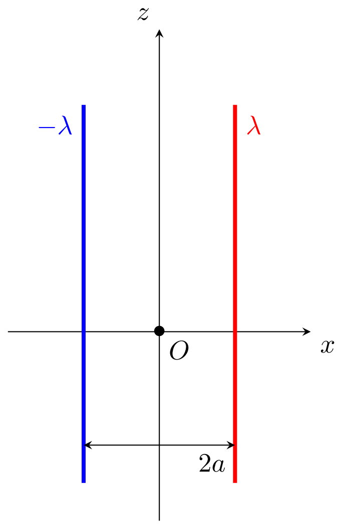
5. Champ et potentiel créés par deux fils infinis

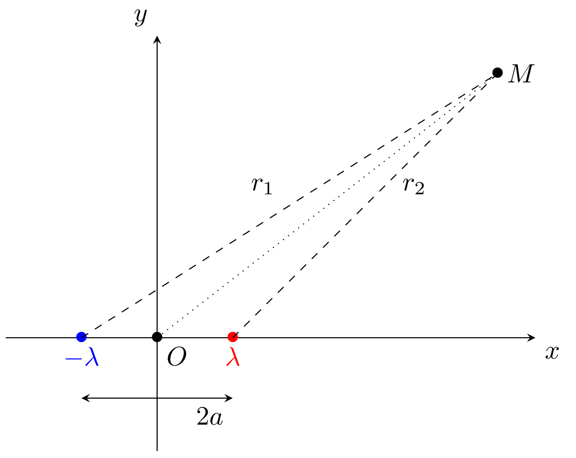
1. On considère un fil infini d'axe Oz portant une densité linéique de charge constante λ.
   (a) Déterminer le champ électrostatique $\overrightarrow{E}$.
   (b) En déduire le potentiel électrostatique V.
2. On considère deux fils infinis parallèles à l'axe Oz situés en $(x = -a,\ y = 0)$ et $(x = a,\ y = 0)$ portant respectivement des densités linéiques de charges $-\lambda$ et $+\lambda$.

(a) Donner l'expression du potentiel en un point de l'espace défini par les distances r_1 et r_2 aux deux fils, en choisissant $V = 0$, à égale distance des deux fils.

(b) En déduire que pour $r \gg a$:

$$V(M) = \frac{\lambda a}{\pi \epsilon_0 r} \cos\theta$$





6. Interaction entre un dipôle et un cercle chargé

Un cercle de rayon R porte une charge Q répartie uniformément à sa périphérie. En son centre O, on place un dipôle électrostatique de moment dipolaire $\overrightarrow{p}$. Déterminer les actions mécaniques subies par le dipôle si $\overrightarrow{p}$ est parallèle à l'axe du cercle.