

Ondes électromagnétiques dans le vide

I Équation d'onde

Dans le vide, il n'y a aucune charge (fixe ou mobile) : $\rho(M, t) = 0$ et $\vec{j}(M, t) = \vec{0}$.

Équations de Maxwell hors des sources :

MG	$\operatorname{div} \vec{E} = 0$	MΦ	$\operatorname{div} \vec{B} = 0$
MF	$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	MA	$\operatorname{rot} \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Équation de propagation du champ électromagnétique :

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\Delta \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

$$\mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1$$

II Ondes planes progressives monochromatiques OPPM

II.1 Ondes planes

On appelle onde plane toute solution d'une équation de propagation non constante prenant des valeurs uniformes sur tous les plans perpendiculaires à une direction donnée \vec{u} .

$$\vec{E}(M, t) = \vec{f}(\vec{u} \cdot \vec{OM}, t)$$

II.2 Ondes planes progressives

Structure d'une onde plane électromagnétique progressive dans le vide

- \vec{E} et \vec{B} sont perpendiculaires à \vec{u} vecteur unitaire dans la direction de propagation.
- $\vec{E} \perp \vec{B}$
- $(\vec{u}, \vec{E}, \vec{B})$ forme un trièdre direct
- $\|\vec{B}\| = \frac{\|\vec{E}\|}{c}$
- $\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{u} \wedge \vec{E}$

II.3 OPPM em dans le vide

a Définition

Une onde plane progressive est harmonique si, en un point M donné, chaque composante du champ électromagnétique varie selon une loi sinusoïdale du temps.

b Expression générale

$$\vec{E}(M, t) = E_{0x} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_{0x}) \vec{e}_x + E_{0y} \cos(\omega t - \vec{r} \cdot \vec{k} + \varphi_{0y}) \vec{e}_y + E_{0z} \cos(\omega t - \vec{r} \cdot \vec{k} + \varphi_{0z}) \vec{e}_z$$

et

$$\vec{B}(M, t) = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$$

c Notation complexe

Expression de \vec{E} en notation complexe :

$$\underline{\vec{E}}(M, t) = \underline{\vec{E}}_0 \exp(i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})) \quad \text{avec} \quad \underline{\vec{E}}_0 = E_{0x} e^{i\varphi_{0x}} \vec{e}_x + E_{0y} e^{i\varphi_{0y}} \vec{e}_y + E_{0z} e^{i\varphi_{0z}} \vec{e}_z$$

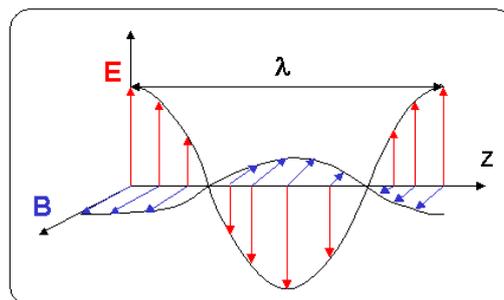
Les opérateurs de dérivation deviennent alors

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} = i\omega \\ \vec{\nabla} = -i\vec{k} \end{cases}$$

ce qui conduit aux équations de Maxwell en régime progressif harmonique, hors des charges et des courants

$$\begin{cases} -i\vec{k} \cdot \underline{\vec{B}} = 0 \\ -i\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}} = -i\omega \underline{\vec{B}} \\ -i\vec{k} \cdot \underline{\vec{E}} = 0 \\ -i\vec{k} \wedge \underline{\vec{B}} = \frac{i\omega}{c^2} \underline{\vec{E}} \end{cases}$$

On retrouve alors les propriétés de transversalité des champs et les deux relations de structure.



d Intérêt du modèle

e Spectre électromagnétique

Les ondes électromagnétiques s'étendent sur un large spectre, en termes de longueur d'onde ou de fréquence. D'après la relation $\lambda_0 = cT = \frac{c}{\nu}$, le domaine des hautes fréquences ν correspond aux courtes longueurs d'onde λ_0 , et réciproquement, les basses fréquences correspondent aux grandes longueurs d'onde.

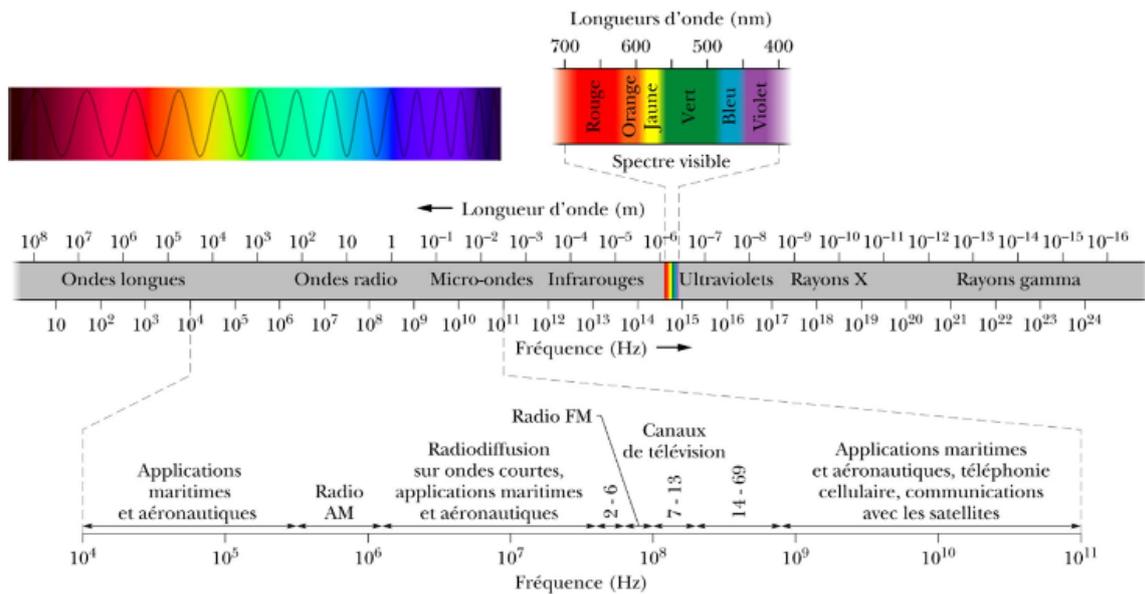
Bien que regroupées en divers domaines, les diverses ondes électromagnétiques ne présentent pas de discontinuité, et les différentes zones se recourent.

	10^{-13}	10^{-11}	10^{-8}	$4 \cdot 10^{-7}$	$8 \cdot 10^{-7}$	10^{-3}	10^{-1}	10^5	λ (nm)
rayons cosmiques	rayons γ	rayons X	ultra-violets	visible	infra-rouges	micro-ondes	ondes radio	fréquences industrielles	
ν (Hz)	$3 \cdot 10^{21}$	$3 \cdot 10^{19}$	$3 \cdot 10^{16}$			$3 \cdot 10^{11}$	$3 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^3$	

Le domaine accessible au récepteur biologique (l'oeil), que l'on qualifie de domaine visible, est en réalité très restreint devant l'étendue du spectre électromagnétique. Il s'agit du domaine $400 \text{ nm} \leftrightarrow 800 \text{ nm}$. Les différents domaines correspondent à des modes d'émission différents, mais le plus souvent associés à une réponse à une excitation.

- **Rayons γ** : Ils sont émis par des noyaux atomiques dans un état excité (radioactivité primaire α ou β). Ils sont très pénétrant et donc dangereux biologiquement. Ils sont utilisés pour de la gammagraphie.
- **Rayons X** : Ils sont émis par des atomes bombardés d'électrons fortement accélérés. Ils correspondent à des réarrangements électroniques en couche profonde. Ils sont utilisés pour de l'imagerie médicale (radiographie) ou à fin thérapeutique, ou bien encore pour effectuer du contrôle de surface ou des matériaux.
- **Ondes lumineuses** :
 - Ultraviolets : Les proches UV, presque visibles sont émis par des atomes excités électriquement, ou par le rayonnement de corps très chauds (ex : soleil et les risques biologiques)
 - Visible : C'est une infime partie du spectre électromagnétique, mais qui est particulière du fait de son adaptation au récepteur biologique (l'oeil).
Parmi les applications usuelles, on trouve l'analyse chimique (spectres caractéristiques des éléments), la photographie, la photosynthèse pour n'en citer que quelques unes.
 - Infrarouges : Ils sont produits par le rayonnement de corps chauds, ils correspondent à des transitions entre sous-niveaux électroniques rotationnels ou vibrationnels pour des molécules excitées.
- **Micro-ondes** : Elles correspondent à une émission spontanée, ou stimulée (MASER). Leurs applications sont voisines des Infra-rouges (thermographie, micro-irradiation biologique, chauffage)
- **Ondes hertziennes** (radioélectricité) : Elles sont émises par des antennes reliées à des circuits électriques oscillants.
 - $\lambda = 0,1 \text{ m}$: radar, TV UHF, relais téléphonique hertzien
 - $\lambda = 1 \text{ m}$ à 10 m : TV VHF, radiodiffusion FM
 - $\lambda = 10 \text{ m}$ à 100 m : ondes courtes de radio (HF)
 - $\lambda = 100 \text{ m}$ à 1 km : ondes moyennes de radio (MF)
 - $\lambda = 1 \text{ km}$ à 10 km : ondes longues de radio (LF), communications radio maritimes
 - $\lambda = 10 \text{ km}$: trafic télégraphique
 - $\lambda > 100 \text{ km}$: ondes de fréquences industrielles, téléphonie

Rayonnements électromagnétiques et leurs applications :



II.4 Polarisation

a Polarisation rectiligne

Lorsque le champ électrique a une direction constante, on dit que l'onde est polarisée rectilignement. Cette situation est obtenue lorsque l'une des conditions suivantes est satisfaite :

$$\left\{ \begin{array}{ll} E_{0y} = 0 & \text{Polarisation selon } \vec{e}_x \\ E_{0x} = 0 & \text{Polarisation selon } \vec{e}_y \\ \varphi = \varphi_{0y} - \varphi_{0x} \equiv 0 \text{ } [\pi] & \text{Polarisation selon } E_{0x}\vec{e}_x \pm E_{0y}\vec{e}_y \end{array} \right.$$

Un état de polarisation quelconque est une somme d'un état de polarisation selon \vec{e}_x et d'un état de polarisation selon \vec{e}_y .

b Polarisation circulaire

Un autre cas particulier remarquable est le cas de la polarisation circulaire, correspondant à un champ électrique dont la norme est indépendante du temps. Cette situation est obtenue lorsque les conditions suivantes sont satisfaites :

$$\left\{ \begin{array}{ll} E_{0x} = E_{0y} & \text{Composantes de même amplitude} \\ \varphi = \varphi_{0y} - \varphi_{0x} \equiv \frac{\pi}{2} \text{ } [\pi] & \text{Composantes en quadrature} \end{array} \right.$$

Le champ électrique peut alors s'écrire

$$\vec{E} = E_0 \left[\cos \left(\omega t - \frac{\omega z}{c} + \varphi_{0x} \right) \vec{e}_x + \cos \left(\omega t - \frac{\omega z}{c} + \varphi_{0x} \pm \frac{\pi}{2} \right) \vec{e}_y \right]$$

Une échelle étant choisie, on peut étudier le mouvement du point représentatif P tel que

$$\vec{OP} = \vec{E}(M, t).$$

en un point M donné ; pour alléger les notations, choisissons M tel que $\omega z/c = \varphi_{0x}$. On a

$$\begin{aligned}\vec{OP} &= E_0 \left(\cos(\omega t) \vec{e}_x + \cos\left(\omega t \pm \frac{\pi}{2}\right) \vec{e}_y \right) \\ &= E_0 \left(\cos(\omega t) \vec{e}_x \mp \sin(\omega t) \vec{e}_y \right).\end{aligned}$$

Le mouvement de P est un mouvement circulaire uniforme sur un cercle de centre O et de rayon E_0 .

Ce cercle est parcouru dans le sens horaire si $\varphi = \varphi_{0y} - \varphi_{0x} = +\frac{\pi}{2}$, et dans le sens anti-horaire si $\varphi = \varphi_{0y} - \varphi_{0x} = -\frac{\pi}{2}$.

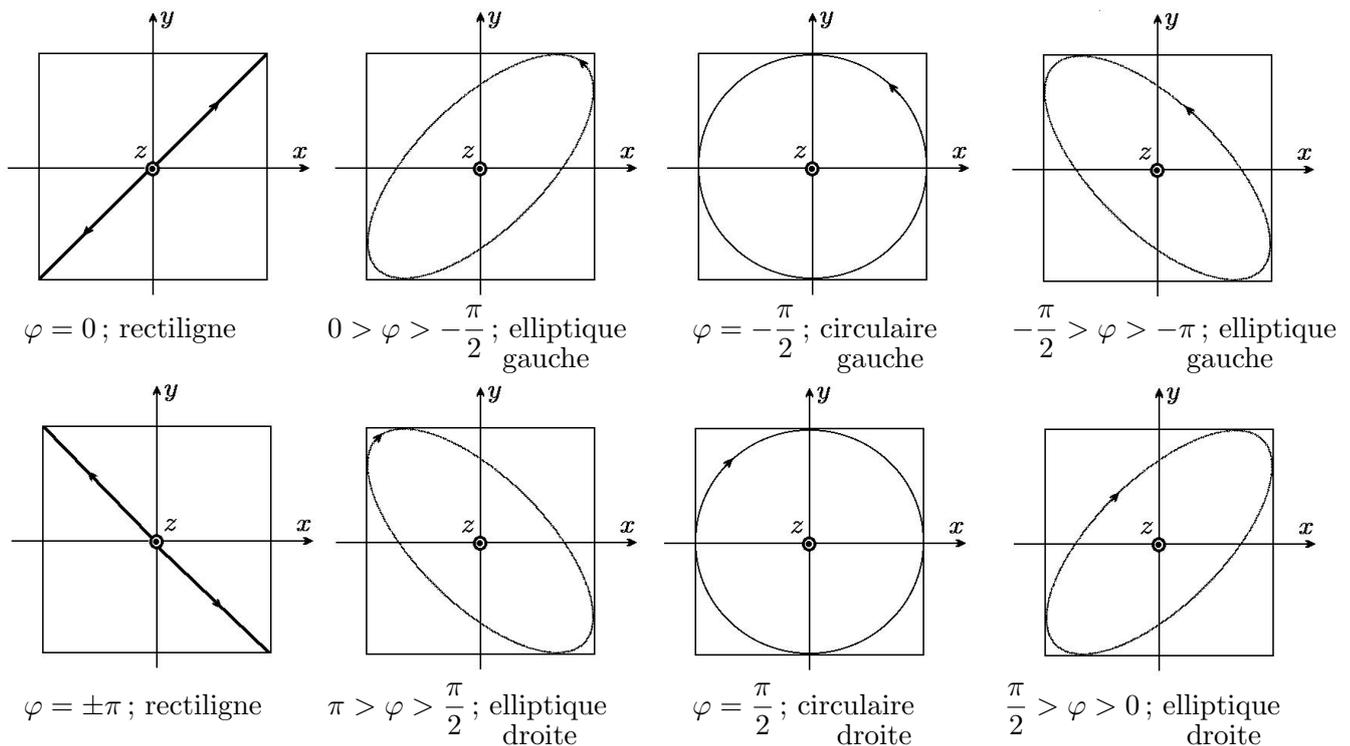
Dans le premier cas, la polarisation est dite *circulaire droite* ; elle est dite *circulaire gauche* dans le second cas.

On peut montrer qu'un état de polarisation quelconque est la somme d'un état circulaire gauche et d'un état circulaire droit.

c Polarisation elliptique

Lorsque E_{0x} , E_{0y} , φ_{0x} et φ_{0y} ont des valeurs quelconques, le point représentatif P défini précédemment décrit une trajectoire elliptique.

La figure représentée ci-dessous représente les mouvements du point représentatif pour $E_{0x} = E_{0y} = E_0$, lorsque $\varphi = \varphi_{0y} - \varphi_{0x}$ varie de $-\pi$ à π .



d Onde non polarisée

L'émission de lumière étant aléatoire, les phases relatives des composantes du champ dans le plan de polarisation sont quelconques sans précaution particulière. La direction du champ électrique est alors aléatoire. On dit dans ce cas que la lumière n'est pas polarisée, ce qui est une façon compacte de dire que sa polarisation est aléatoire.

III Aspect énergétique

III.1 Densité volumique d'énergie

La densité volumique d'énergie électromagnétique est de la forme

$$u_{em} = u_e + u_m \text{ avec } \begin{cases} u_e = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \\ u_m = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \end{cases}$$

En remarquant que $B^2 = \frac{E^2}{c^2}$, on voit que

$$u_m = \frac{1}{2\mu_0 c^2} E^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = u_e,$$

ce qui montre une égale répartition d'énergie entre la forme électrique et la forme magnétique. La densité d'énergie peut s'exprimer en fonction du seul champ électrique par :

$$u_{em} = \epsilon_0 E^2$$

III.2 Vecteur de Poynting

Le vecteur de Poynting a pour expression

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \wedge \left(\frac{1}{c} \vec{u} \wedge \vec{E} \right) = \frac{1}{\mu_0 c} E^2 \vec{u}.$$

On peut l'exprimer en fonction de la densité d'énergie u_{em} par :

$$\vec{\Pi} = c u_{em} \vec{u}$$

ce qui montre que l'énergie électromagnétique est transportée à la vitesse c .

III.3 Valeurs moyennes