Dipôle magnétique

Questions de cours

— Définir le moment dipolaire magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ d'une spire de courant à l'aide d'une formule et d'un schéma définissant les grandeurs utiles.
— Qualitativement, qu'arrive-t-il à un dipôle magnétique rigide dans un champ magnétique ?
— Relier le moment magnétique d'un atome d'hydrogène à son moment cinétique.
— Construire, en ordre de grandeur, le magnéton de Bohr par analyse dimensionnelle.
— Décrire l'expérience de Stern et Gerlach et expliquer ses enjeux.

Rappels

Dipôle magnétique passif, action subies A correspond au centre d'un dipôle magnétique rigide caractérisé par son moment dipolaire magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$. Ce dernier, plongé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ subit une action

- de résultante :

$$\overrightarrow{F} = (\overrightarrow{\mathcal{M}} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\,)\overrightarrow{B}(A)$$

- de moment en A :

$$\overrightarrow{\Gamma}_A = \overrightarrow{\mathcal{M}} \wedge \overrightarrow{B}(A)$$

Énergie potentielle :

$$\mathscr{E}_p = -\overrightarrow{\mathcal{M}} \cdot \overrightarrow{B}(A)$$

Exercices

1. Disque tournant chargé en surface

Un disque de rayon R, portant une charge surfacique σ uniforme (fixée sur la sphère) est animée d'un mouvement de rotation uniforme à la vitesse angulaire ω autour de son axe. Déterminer le moment magnétique de ce disque.

2. Mouvement d'un dipôle magnétique

On peut montrer qu'une spire circulaire de rayon R, de centre O et d'axe (Ox), parcourue par un courant constant I, crée sur son axe un champ magnétique

$$\overrightarrow{B}(x) = B_0 \frac{R^3}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \overrightarrow{e_x}$$

avec $B_0 = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$.
Sur son axe, à l'abscisse x, est placé un dipôle magnétique de moment magnétique $\mathcal{M}$ de direction quelconque, et libre de se déplacer en rotation comme en translation.

1. Trouver la position d'équilibre stable du dipôle (en orientation et en position).
2. Le dipôle garde son orientation stable précédemment trouvée, mais est légèrement décalé sur l'axe (Ox) par rapport à sa position d'équilibre. Sachant que sa masse est m et que la seule force qui s'exerce suivant cet axe est la force magnétique, obtenir la période T de ses petites oscillations.

3. Moment cinétique orbital et moment magnétique atomique

Un modèle classique simple d'atome d'hydrogène consiste à considérer l'électron (masse m_e, charge $-e$) décrivant un mouvement circulaire uniforme autour du noyau, supposé fixe. On note ω la vitesse angulaire de l'électron sur cette orbite et on propose de modéliser ce système comme une spire parcourue par un courant d'intensité I constante.

On rappelle la masse de l'électron $m_e = 9,1.10^{-31}$ kg.

1. Rappeler la signification de l'intensité d'un courant électrique, quelle définition peut-on adopter pour l'intensité moyenne I ? Préciser son orientation.
2. En déduire une expression du moment magnétique du système en fonction de e, du rayon a et de ω. Préciser son sens.
3. Quel est par ailleurs le moment cinétique orbital, exprimé au centre du système (noyau fixe en O) ?
4. Vérifier qu'il y a proportionnalité du moment magnétique et du moment cinétique, que dire de leurs sens ?
5. Que remarque-t-on sur le coefficient de proportionnalité (cette propriété est très générale : toute particule présente un moment cinétique propre et un moment magnétique qui sont proportionnels) ? Quel ordre de grandeur proposer pour le moment dipolaire de l'atome d'hydrogène, sachant que le moment cinétique orbital est de l'ordre de $\hbar = \dfrac{h}{2\pi} = 1,05.10^{-34}$ J.s ?

4. Précession dans un champ magnétique

L'exercice précédent a permis d'entrevoir le lien de proportionnalité existant entre le moment cinétique propre $\overrightarrow{\sigma_0}$ d'un atome et son moment magnétique propre $\overrightarrow{m} = \gamma\overrightarrow{\sigma_0}$. On désire décrire une propriété singulière d'un tel atome lorsqu'il est plongée dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\overrightarrow{B}$.

1. Quelle équation de la mécanique est adaptée à cette étude ? En déduire une équation différentielle vectorielle régissant l'évolution de $\overrightarrow{m}$.
2. À l'instant initial, le moment dipolaire magnétique fait un angle α connu avec le champ magnétique extérieur. Décrire le mouvement observé.
3. Que peut-on dire de l'énergie potentielle d'interaction entre le moment dipolaire et le champ magnétique au cours de ce mouvement ?
4. Quel système mécanique macroscopique décrit un mouvement identique dans le champ de pesanteur uniforme ?
5. Comment peut-on lever ce paradoxe : la boussole s'aligne sur le champ magnétique, alors que l'atome maintient un angle constant ?

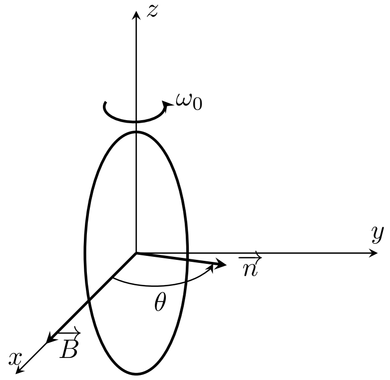
5. Oscillations d'une aiguille de boussole

Une boussole de moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ est soumise au champ magnétique terrestre $\overrightarrow{B}_{terr}$. Soit $\alpha = (\overrightarrow{\mathcal{M}}, \overrightarrow{u})$ avec $\overrightarrow{u} = \dfrac{\overrightarrow{B_h}}{\|\overrightarrow{B_h}\|}$ $\overrightarrow{B_h}$ étant la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par α.
2. En déduire la période des petites oscillations T_0 et la position d'équilibre stable.
3. On rajoute un champ magnétique $\overrightarrow{B_e}$ tel que $\overrightarrow{B_e}$ et $\overrightarrow{u}$ soient colinéaires de même sens. Donner la nouvelle équation différentielle vérifiée par α et la nouvelle période T_1 des oscillations.
4. Cette fois, on rajoute un champ $\overrightarrow{B_e'} = -\overrightarrow{B_e}$. Quelle est alors la nouvelle période T_2 des oscillations.
5. Pour $B_e = 1,0.10^{-5}$ T, on mesure $T_1 = 0,91$ s et $T_2 = 1,12$ s. En déduire $\|\overrightarrow{B_h}\|$ en fonction de B_e, T_1 et T_2 puis numériquement ?
6. M étant le moment magnétique de la Terre, on donne l'expression du champ magnétique terrestre en coordonnées sphériques
$$\overrightarrow{B_{terr}} = -\frac{\mu_0 M}{4\pi r^3}(2\cos\theta\overrightarrow{e_r} + \sin\theta\overrightarrow{e_\theta})$$
En déduire une estimation de M.

6. Spire en rotation

Une spire de rayon a est en rotation autour de son axe vertical Oz avec une vitesse angulaire ω_0. Un champ magnétique permanent $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e_x}$ est appliqué à partir de l'instant $t = 0$. On note $\overrightarrow{n}$ le vecteur normal à la spire et θ l'angle entre l'axe Ox et le vecteur $\overrightarrow{n}$.



1. Justifier de façon qualitative le mouvement de la spire pour $t < 0$.
2. Déterminer la force électromotrice induite.
3. Déterminer le moment des forces de Laplace exercées sur la spire par rapport au point O.
4. Déterminer les équations électrique et mécanique. En déduire l'équation du mouvement de la spire.