

# Thermodynamique et phénomènes de transport

## I Rapports

### CCINP 2023

Le « premier principe industriel » pour un système ouvert unidimensionnel en écoulement stationnaire reste mal maîtrisé. Si les candidats connaissent plus ou moins bien l'expression du premier principe industriel, il reste indispensable de savoir définir correctement au préalable le système fermé d'étude et de connaître la signification des différents termes la composant. Le passage d'un bilan d'énergie massique à un bilan de puissance pose des difficultés.

Les définitions des rendements ou efficacités des machines thermiques ne sont pas toujours maîtrisées. Les signes des énergies échangées sont aléatoires et non justifiés alors qu'ils sont faciles à retenir, en se souvenant que le système est le fluide caloporteur.

La réalisation d'un bilan est une démarche essentielle et centrale du programme de physique en PC. Elle exige de la rigueur et une mise en place soignée, ce qui fait souvent défaut. Il est nécessaire de savoir expliquer l'origine de chaque terme et le sens physique de la relation écrite.

Sans définir de système, les relations n'ont pas de sens.

Pour tout exercice de diffusion (thermique ou particulaire), il est indispensable de connaître le sens physique des différentes grandeurs, en particulier de la densité du courant volumique et du flux. Leur méconnaissance conduit souvent à des égalités non homogènes lors de la démonstration des équations bilan. La diffusion en symétrie cylindrique ou sphérique pose souvent problème, car les démonstrations sont en général calquées sur celles en cartésien unidimensionnel. Ne pas connaître les expressions des volumes et des surfaces dans ces symétries ne permet pas d'effectuer un bilan correct.

Dans les exercices portant sur la diffusion thermique, quand les hypothèses sont réunies, l'utilisation des résistances thermiques permet d'alléger considérablement les calculs. Les candidats ne savent pas systématiquement en tirer profit.

### CCINP 2022

Cette partie du programme a été particulièrement mal restituée cette année encore.

Le « premier principe industriel » pour un système ouvert unidimensionnel en écoulement stationnaire reste mal maîtrisé.

Le passage d'un bilan d'énergie massique à un bilan de puissance pose des difficultés.

Les définitions des rendements ou efficacités des machines thermiques ne sont pas toujours maîtrisées. Les signes des énergies échangées sont aléatoires et non justifiés alors qu'ils sont faciles à retenir, en se souvenant que le système est le fluide caloporteur.

Dans les exercices portant sur la diffusion thermique, la signification physique et l'unité du vecteur densité de courant thermique sont mal connues. Quand les hypothèses sont réunies, l'utilisation des résistances thermiques permet d'alléger considérablement les calculs, mais les candidats ne savent pas systématiquement en tirer profit.

Le bilan est une démarche essentielle et centrale du programme de physique en PC. Elle exige de la rigueur et une mise en place soignée, ce qui fait souvent défaut. Il est nécessaire de savoir expliquer l'origine de chaque terme et le sens physique de la relation écrite. Sans définir de système, les relations n'ont pas de sens.

## Mines Ponts 2023

### Diffusion :

Sur l'ensemble des problèmes de diffusion à une dimension, travailler dans des systèmes de coordonnées autres que cartésiennes s'avère souvent délicat. L'expression de volumes finis ou infinitésimaux ainsi que l'utilisation des opérateurs fournis d'analyse vectorielle sont de réels problèmes pour un nombre non négligeable de candidats. Il est d'ailleurs à rappeler qu'un bilan local permet, en plus d'obtenir des équations aux dérivées partielles, de dégager le sens physique du problème tout en évitant l'utilisation d'opérateur.

Il convient de ne pas interchanger les lois de Fick et Fourier, que ce soit dans leur dénomination ou dans les termes que ces lois contiennent.

Nombre de candidats ont tendance à utiliser des résultats de cours sans chercher à comprendre le problème proposé. En particulier, l'existence de terme de source doit requérir une attention particulière. Enfin, l'utilisation de la loi de Newton comme condition aux limites n'est que rarement maîtrisée (erreur de signe ou de surface).

Il est enfin rappelé qu'en diffusion thermique, si les hypothèses sont vérifiées, l'utilisation des résistances thermiques allège considérablement les calculs.

### Thermodynamique :

De manière générale, toute utilisation d'un théorème ou d'un principe thermodynamique requiert la définition rigoureuse d'un système : constitution, fermé ou ouvert, fixe ou mobile, ...

Le fonctionnement des machines thermiques cycliques est source de nombreuses confusions sur la nature des sources et sur leurs températures. La détermination des signes des échanges énergétiques algébriques donne également lieu à des erreurs fréquentes.

Plusieurs diagrammes sont au programme des deux années, les variables de description doivent être connues : on ne peut pas faire l'amalgame entre volume et volume massique pour le diagramme de Clapeyron et les diagrammes industriels sont nécessairement associés à des grandeurs massiques. En particulier pour ces derniers, leur exploitation pose régulièrement problème aux candidats.

D'autre part, la modélisation de l'effet de serre est souvent mal chiffrée.

## Mines-Ponts 2022

Avant toute application d'un théorème de la thermodynamique, il est indispensable de préciser la nature du système étudié. Le nature du système fermé à considérer ne fait que rarement l'objet d'une réflexion de la part des candidats.

Dans le cas d'un système ouvert en écoulement stationnaire, l'énoncé du premier principe « industriel » est souvent correctement retranscrit sous forme de bilan d'énergie massique, mais certains candidats n'ont pas compris que la variation exprimée revêt un caractère spatial (amont/aval) ; la démonstration est d'ailleurs souvent mal maîtrisée. Le passage d'un bilan d'énergie massique à un bilan de puissance pose parfois problème. Les candidats sont le plus souvent en difficulté quand il s'agit d'analyser des diagrammes enthalpiques et entropiques.

Les notations  $\partial$ ,  $\delta$ ,  $d$  et  $\Delta$  ne sont ni facultatives ni interchangeable. Le candidat doit savoir les distinguer et les utiliser correctement.

Quand il s'agit d'utiliser le premier principe pour déterminer une constante de temps, les candidats pensent rarement à utiliser le premier principe sous sa forme infinitésimale et aboutir ainsi à une équation différentielle.

L'algébrisation des grandeurs d'échanges énergétiques pose parfois des problèmes aux candidats, notamment dans des cas concrets de machines thermiques cycliques. La détermination du sens de parcours du cycle est souvent mal comprise ou mal justifiée.

La détermination du travail des forces de pression exercées sur un gaz met souvent les candidats en difficulté.

Les relations de Laplace sont le plus souvent bien connues des candidats. En revanche, leurs conditions d'application sont rarement totalement maîtrisées.

Les bilans en diffusion thermique ou en diffusion de particules sont souvent mal maîtrisés, car certains candidats veulent tout écrire en une seule étape. Ils ne doivent pas hésiter à détailler leurs raisonnements et s'appuyer sur un schéma précis.

L'existence d'un terme algébrique de source/puits in situ dans un exercice de thermodynamique pose généralement des problèmes de mise en équation.

Le signe de la différence de température dans la loi de Newton n'est pas toujours bien choisi et est rarement vérifié par des considérations énergétiques.

Quand les hypothèses sont réunies, il est rappelé que l'utilisation de résistances thermiques permet d'alléger notablement les calculs.

Les exercices mettant en jeu des changements d'état du corps pur sont rarement bien traités.

## Centrale-Supélec 2022

L'utilisation du premier principe industriel est rarement spontanée et souvent problématique. Il faut prendre conscience que le delta porte sur l'espace et pas sur le temps... L'utilisation des résistances thermiques n'est également pas proposée naturellement et leur définition même est problématique (la définition de la résistance thermique n'est pas  $e/\lambda S$ ). Toute description plus élaborée est alors inenvisageable. L'application des deux principes est loin d'être parfaite, notamment dans la définition des différents systèmes, des évolutions et dans leur écriture même. Si l'équation de la diffusion thermique est correctement restituée, son établissement pose parfois de sérieux problèmes. Il serait bon de réfléchir à la notion d'ARQS thermique. Les lois de Fick et de Fourier sont plutôt bien maîtrisées.

## Centrale-Supélec 2021

Le premier principe dit « industriel » est loin d'apparaître comme un outil naturel pour étudier un système ouvert. De même, lors de l'étude thermique d'un système fermé dont on peut considérer la température uniforme, nombre de candidats se précipitent sur l'équation de la diffusion thermique, les amenant alors vers de lourdes incohérences. Les conditions d'application de chaque relation doivent être rappelées, justifiées, voire discutées avec l'examineur dans le cadre du modèle qui est élaboré.

Certains candidats pensent qu'une machine thermique parvient à refroidir un lieu grâce à un fluide qui est froid (ne l'appelle-t-on pas réfrigérant ?). L'idée d'utiliser des changements d'états (vaporisation ou condensation) leur est totalement étrangère.

L'écriture infinitésimale est parfois employée sans objet, juste parce qu'on ne saurait pas calculer une intégrale.

On entend parfois des expressions révélatrices : « la température se propage », « on va calculer des transferts de chaleur ». La définition de la résistance thermique n'est pas  $e/\lambda S$

## II Questions de cours

- Premier principe de la thermodynamique
- Deuxième principe de la thermodynamique
- Machines thermiques : principe du moteur cyclique ditherme, théorème de Carnot (ou machine frigorifique ou pompe à chaleur)
- Changements d'état du corps pur ; description à l'aide de diagrammes
- Définition cinétique de la pression et de la température
- Les différents types de transfert thermique
- Gaz parfaits et réels
- Modèle de l'atmosphère isotherme. Critique et améliorations.
- Détentes de Joule Gay-Lussac et de Joule Kelvin
- Comparer l'ordre de grandeur de la masse de l'atmosphère à celle des océans
- Comparaison diffusion/propagation
- Premier principe industriel ; applications à un compresseur et à un détendeur
- Loi de Fourier et équation de la diffusion thermique

### III Exercices

#### 1. Détermination de l'enthalpie de fusion de la glace – MT

On réalise l'expérience suivante :

- On verse 120 mL d'eau chaude dans un calorimètre de valeur en eau  $\mu = 18$  g; la température se stabilise à  $T_1 = 80^\circ\text{C}$ .
- On sort un glaçon d'un congélateur à  $T_2 = -20^\circ\text{C}$ , on le pèse et on mesure  $m = 44$  g.
- On l'introduit dans le calorimètre et on attend que la température se stabilise. On relève  $T_f = 39^\circ\text{C}$ .

Déterminer l'enthalpie massique de fusion de la glace  $\Delta_{fus}h$ .

Donnée : Capacité thermique massique de la glace :  $c_g = 2,09$  kJ.K<sup>-1</sup>.kg<sup>-1</sup>.

Remarque : la capacité thermique massique de l'eau liquide est supposée connue

#### 2. Lac gelé – Centrale

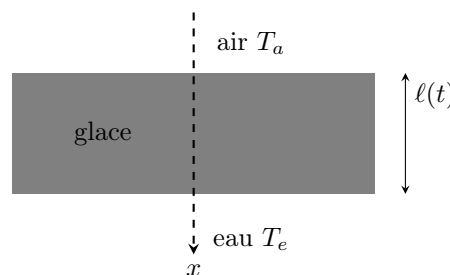
L'eau liquide d'un lac est à la température de congélation  $T_e = 273$  K. L'air au dessus du lac est à température constante  $T_a = 263$  K. Sans glace à  $t = 0$ , le lac se couvre progressivement d'une couche d'épaisseur  $\ell(t)$ . La glace possède une masse volumique  $\mu$ , une conductibilité thermique  $\kappa$ , une chaleur latente de fusion massique  $L$  et une capacité thermique négligeable.

La puissance thermique échangée à l'interface air-glace est

$$P_{th} = \alpha(T_0(t) - T_a)S$$

où  $T_0(t)$  est la température de la glace au voisinage de l'air.

1. Déterminer le flux thermique traversant la couche en fonction de  $\ell(t)$ ,  $T_0(t)$  et  $T_e$ .
2. En déduire l'équation différentielle vérifiée par  $\ell(t)$ .
3. Déterminer  $\ell(t)$  et  $T_0(t)$ .



#### 3. Résistance chauffante – CCINP

Une résistance de capacité thermique  $C$ , placée dans l'air à température  $T_0$  est parcourue par un courant qui apporte par effet Joule une puissance  $P$  constante. Pendant l'intervalle de temps  $dt$ , la résistance perd une quantité de chaleur  $aC(T - T_0) dt$  où  $a$  est une constante.

Établir l'équation différentielle vérifiée par  $T(t)$  et calculer la température finale sachant qu'initialement  $T = T_0$ .

#### 4. Entropie et changement d'état – CCINP

De l'eau sous l'état de vapeur saturante à  $T_1 = 373$  K et à pression atmosphérique  $p_0$  est enfermée dans un cylindre à parois diathermanes, fermé par un piston pouvant coulisser sans frottement. La pression extérieure est maintenue constante. On place le cylindre dans un thermostat à  $T_0 = 290$  K.

On donne la chaleur latente de vaporisation à  $T_1$  et la capacité thermique de l'eau liquide  $C_\ell$ . Calculer l'entropie créée au cours de la transformation.

Pour une phase condensée, indilatable et incompressible  $S(T) = S(T_r) + C \ln\left(\frac{T}{T_r}\right)$

## 5. Atmosphère avec gradient de température – Mines

On considère une atmosphère assimilée à un gaz parfait telle que  $T(z=0) = T_0$ ,  $p(z=0) = p_0$  et  $T(z) = T_0 - kz$ .

Déterminer  $p(z)$ . Donner un ordre de grandeur de  $k$ .

## 6. Fusible – Mines

Un fusible est modélisé par un cylindre de longueur  $L$ , de rayon  $R$ , de conductivités thermique et électrique  $\lambda$  et  $\sigma$ . Un courant électrique de densité volumique uniforme  $j$  le parcourt. Le flux thermique est radial et le régime est stationnaire.

1. Rappeler la loi de Fourier et interpréter le signe  $-$ .
2. Exprimer la puissance thermique transférée en  $r$ .
3. Établir l'expression

$$\frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{j^2}{\sigma} = 0$$

4. La température en surface est  $T_0$ . Déterminer  $T(r)$ . En quel point  $T$  est-elle la plus grande ?

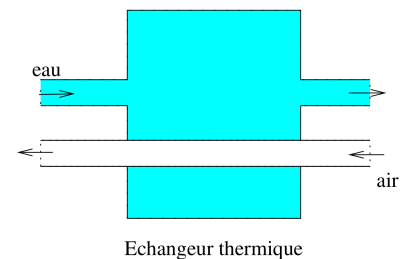
## 7. Moteur avec pseudo-sources – Centrale

Un moteur ditherme réversible fonctionne entre une **pseudo-source** chaude constituée d'eau liquide de capacité thermique  $C = 4 \cdot 10^6 \text{ J.K}^{-1}$  et de température initiale  $T_{0c} = 100^\circ\text{C}$  et une **pseudo-source** froide constituée d'eau liquide de température initiale  $T_{0f} = 10^\circ\text{C}$  et de même capacité thermique.

1. Faire un schéma de principe du moteur en orientant soigneusement les échanges d'énergie.
2. Déterminer la température finale des deux pseudo-sources (on utilisera le fait qu'un moteur monotherme n'existe pas).
3. Calculer le travail total fourni par le moteur.
4. Définir et calculer le rendement du moteur. Le comparer au rendement de Carnot.

## 8. Échangeur

De l'air chaud ( $P_1 = 6 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 500 \text{ K}$ ) est refroidi de façon isobare jusqu'à une température  $T_0$  de  $300 \text{ K}$  dans un échangeur calorifugé. Le fluide réfrigérant est de l'eau de capacité thermique massique  $c = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  qui entre à la température  $\theta_e = 12^\circ\text{C}$  et qui sort à  $\theta_s$ . Le débit massique de l'eau est  $d = 100 \text{ g.s}^{-1}$  et celui de l'air est  $D_m = 6,5 \text{ g.s}^{-1}$ . La capacité thermique de l'air supposé être un gaz parfait est  $c_{p,air} = 1 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .



1. Effectuer un bilan macroscopique enthalpique pour chacun des fluides.
2. Justifier que les puissances thermiques reçues par les deux fluides sont opposées.
3. En déduire la température  $\theta_s$ .
4. Montrer que le taux de création d'entropie est

$$\frac{\delta S_c}{dt} = d(S_2 - S_1)_{\text{eau}} + D_m(S_2 - S_1)_{\text{gaz}}$$

5. Calculer numériquement ce taux.

Pour une phase condensée, indilatable et incompressible  $s(T) = s(T_0) + c \ln \left( \frac{T}{T_0} \right)$

$s_{GP}(T, P)$ , entropie massique du gaz parfait,  $s_{GP}(T, P) = s_{GP}(T_0, P_0) + c_{p,air} \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) - \frac{R}{M} \ln \left( \frac{P}{P_0} \right)$ .

## 9. Glaçon dans piscine – Centrale

On plonge un glaçon de 50 g à  $-10^\circ\text{C}$  dans une piscine à  $20^\circ\text{C}$ . Calculer la création d'entropie et estimer le temps nécessaire à la fonte du glaçon.

On donne  $c_{\text{eau}}$ ,  $c_{\text{glace}}$ ,  $L_f$  et  $h$  le coefficient de transfert thermique par convection.  
On rappelle que  $P_{\text{echangee}} = hS(T_{\text{ext}} - T_{\text{int}})$ .

Données numériques :  $h = 50 \text{ J.m}^2.\text{s}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ,  $c_{\text{eau}} = c_{\text{glace}} = 4 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$  et  $L_f = 300 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

Pour une phase condensée, indilatable et incompressible  $S(T) = S(T_0) + C \ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$

## 10. Ailette de refroidissement – CCINP

Une barre de section carrée de côté  $a$  est accotée à un mur à la température  $T_1$ . Le système est en régime stationnaire et  $T$  ne dépend que de  $x$ . L'expression du flux thermique échangé de la barre vers l'extérieur à la température  $T_0$  est  $\Phi = h(T - T_0)S$  où  $S$  est la surface d'échange.

1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $\theta(x) = T(x) - T_0$ .
2. Déterminer et représenter  $T(x)$ .

## 11. Patinoire – Centrale

Une machine thermique alimentée par un moteur de puissance  $P = 20 \text{ kW}$  refroidit de manière réversible une patinoire de volume  $V_1 = 20 \text{ m}^3$  et accessoirement réchauffe une piscine de volume  $V_2 = 250 \text{ m}^3$ .

Initialement, patinoire et piscine sont à  $20^\circ\text{C}$ . On veut que la température finale soit de  $-5^\circ\text{C}$  pour la patinoire. L'eau a une capacité thermique massique de  $4 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ , la chaleur latente de fusion de l'eau est  $L_{\text{fus}} = 330 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

1. Faire un schéma de principe de la machine en orientant soigneusement les échanges d'énergie.
2. Faire un bilan d'entropie et en déduire la température finale de la piscine.
3. Calculer  $Q_1$  et  $Q_2$ , les transferts thermiques reçus respectivement par la patinoire et la piscine.
4. Faire un bilan d'énergie et en déduire la durée de fonctionnement de la machine.
5. Définir et calculer le rendement de la machine.

Pour une phase condensée, indilatable et incompressible  $S(T) = S(T_0) + C \ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$

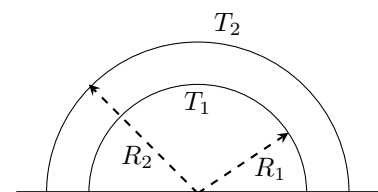
## 12. Demi-coquille – CCINP

La demi-coquille sphérique représentée ci-contre est constituée d'un matériau homogène de masse volumique  $\mu$ , de capacité thermique massique  $c$  et de conductivité thermique  $\lambda$ .

1. Rappeler et commenter la loi de Fourier.
2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $T(r, t)$  en supposant le problème à symétrie sphérique.
3. Résoudre cette équation en régime stationnaire sachant que

$$\Delta T = \frac{1}{r^2} \frac{d^2(r^2 T)}{dr^2}$$

4. Calculer le flux thermique traversant le matériau ainsi que la résistance thermique.



### 13. Sédimentation – CCINP

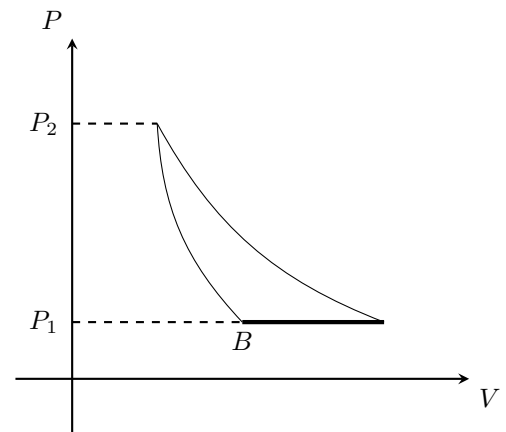
On considère un cylindre vertical de section  $S$ , rempli sur une hauteur  $L$  d'un fluide de masse volumique  $\rho$ . Dans le liquide sont réparties  $N$  particules solides de masse  $m$  et de masse volumique  $\rho_P$  telle que  $\rho_P > \rho$ . Le milieu est homogène dans l'état initial.

1. Soit  $\vec{v}(t)$  la vitesse de l'une des particules à l'instant  $t$ . Établir l'équation différentielle vérifiée par  $\vec{v}(t)$ , en prenant en compte, en plus du poids et de la poussée d'Archimède, d'une force de freinage du type  $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$ , avec  $\alpha > 0$ .
2. Résoudre l'équation précédente et définir la vitesse limite ainsi que le temps caractéristique.
3. On suppose que la vitesse limite est atteinte au bout d'un temps très court. Calculer alors la densité de flux de particules  $j_1(z)$  en fonction de la concentration  $C(z)$  de particules à l'altitude  $z$  (repérée par un axe vertical ascendant).
4. Expliquer l'apparition d'un gradient de concentration. En déduire l'expression de la densité de flux particulaire due à la diffusion ; on note  $D$  le coefficient de diffusion.
5. Le système atteint un état d'équilibre dit "de sédimentation". À partir d'un bilan de particules, établir l'équation différentielle vérifiée par  $C(z)$ .
6. Montrer que la solution est de la forme  $C(z) = \lambda e^{-z/H}$ . Exprimer  $H$  et  $\lambda$ .

### 14. Pompe à chaleur – CCINP

Un gaz parfait subit trois transformations réversibles : une transformation isotherme, une isobare et une adiabatique selon le diagramme ci-contre.

1. Identifier les trois transformations sur le diagramme.
2. Préciser leur sens sachant que c'est une pompe à chaleur.
3. Montrer que  $\Delta S_{C \rightarrow A} = nR \frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln \left( \frac{T_A}{T_B} \right)$ , où  $C \rightarrow A$  est la transformation isotherme.
4. Calculer l'efficacité de la machine.
5. Effectuer l'application numérique pour  $T_A = 450$  K et  $T_B = 300$  K.



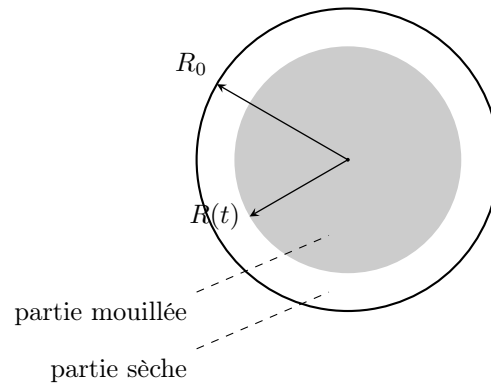
$$S_{GP}(T, P), \text{ entropie du gaz parfait, } S_{GP}(T, P) = S_{GP}(T_0, P_0) + \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) - nR \ln \left( \frac{P}{P_0} \right).$$

### 15. Double vitrage – CCINP

1. On note  $\lambda_V$  la conductivité thermique d'une vitre de surface  $S$  et d'épaisseur  $e_V$ . Ses faces internes et externes sont portées aux températures constantes  $T_1$  et  $T_2$ .
  - (a) Rappeler la loi de diffusion de Fourier en définissant les grandeurs introduites et leurs dimensions.
  - (b) Déterminer le profil de température dans la vitre.
  - (c) Calculer le flux thermique  $\Phi$  traversant la fenêtre. En déduire la résistance thermique  $R_{Th}$  de la vitre.
2. On considère désormais un double vitrage constitué de 2 vitres de même épaisseur  $e_V$  séparées par une épaisseur de gaz  $e_A$  de conductivité thermique  $\lambda_A$ . On ne tient compte que de la conduction thermique.
  - (a) Évaluer le nouveau flux thermique  $\Phi'$  traversant la fenêtre.
  - (b) Pourquoi utiliser de l'argon dans les fenêtres double vitrage sachant que  $\lambda_{\text{air}} = 0,027 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et  $\lambda_{\text{Ar}} = 0,018 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .
  - (c) A.N.  $S = 1,0 \text{ m}^2$ ,  $e_V = 5,0 \text{ mm}$ ,  $\lambda_V = 1,0 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ,  $e_A = 4,0 \text{ mm}$ ,  $T_1 = 20^\circ\text{C}$  et  $T_2 = 0,0^\circ\text{C}$ .
  - (d) Quelle est la puissance de la chaudière à prévoir pour chauffer une maison dans la surface vitrée totale est  $S_T = 20 \text{ m}^2$ ? On considérera les deux cas.

## 16. Éponge

On étudie le séchage d'une éponge sphérique, entièrement mouillée à l'état initial, modélisée par le schéma ci-dessous. On suppose la température  $T$  et le volume  $V$  de l'éponge constants. On note  $P_{ext}$  la pression partielle en vapeur d'eau à l'extérieur,  $P_{v,sat}$  la pression de vapeur saturante de l'eau,  $D$  le coefficient de diffusion de la vapeur d'eau.

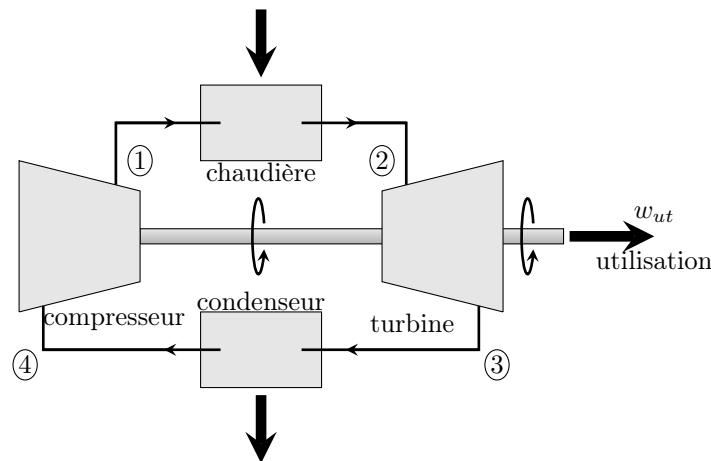


Donnée : pour tout  $r$  tel que  $R(t) < r < R_0$  (i.e. la partie sèche), la densité particulaire d'eau  $n^*(r, t)$  vérifie, en régime permanent :

$$\frac{\partial n^*}{\partial r} = -\frac{\phi}{4\pi D r^2}$$

- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $R(t)$  ; en déduire l'expression de  $\tau$ , temps de séchage de l'éponge.
- Application numérique : on prend pour coefficient de diffusion le coefficient de diffusion de l'eau dans l'air, soit  $D = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ , la pression de vapeur saturante  $P_{v,sat} = 3,2 \cdot 10^3 \text{ Pa}$  à  $25^\circ\text{C}$ , et une pression partielle à l'extérieur correspondant à 20% d'humidité, soit  $P_{ext} = 0,2 \times P_{v,sat} = 0,64 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ . Déterminer la valeur numérique du temps de séchage d'une éponge sphérique de rayon  $R_0 = 10 \text{ cm}$ .

## 17. Machine à vapeur



$T, p, x$  désignant respectivement la température, la pression et le titre en vapeur, on dispose des données suivantes :

Etat	$T(^{\circ}\text{C})$	$p(\text{bars})$	$x$
1	250	$p_1$	0
2	$T_2$	40	1
3	100	1	$x_3$
4	100	1	$x_4$

- Placer les points représentant les états 1, 2, 3 et 4 sur le diagramme  $(P, h)$  de l'eau fourni. Compléter le tableau précédent.



2. Evaluer le rendement de la machine et la comparer au rendement d'une machine de Carnot fonctionnant entre une source chaude de température  $T_C = 250^\circ\text{C}$  et une source froide de température  $T_F = 100^\circ\text{C}$ .
3. En réalité la source froide est l'atmosphère à la température  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ; comment sont modifiées les conclusions de la question précédente?
4. La puissance utile de la machine étant  $\mathcal{P}_{ut} = 1 \text{ MW}$ , déterminer le débit massique en eau dans la machine.



## 18. Lampe à incandescence

Une ampoule à incandescence produit de la lumière en portant à haute température un filament de tungstène, le métal qui a le plus haut point de fusion ( $3422^\circ\text{C}$ ). En présence de dioxygène, le filament porté à haute température brûlerait instantanément : c'est la raison pour laquelle ce type de lampe a été muni d'une enveloppe de verre qui permet d'isoler le milieu intérieur de l'ampoule du dioxygène présent dans l'atmosphère. À l'intérieur de l'ampoule, on trouve généralement un gaz inerte. On donne ci-dessous les données caractéristiques d'une ampoule à incandescence, fournies par son constructeur et trouvées sur un site marchand.

Puissance électrique consommée	100 W
Puissance lumineuse émise	8 W
Température de couleur	2700 K
Tension de fonctionnement	230 V
Diamètre du filament 0,04	mm

On donne également quelques caractéristiques physiques du tungstène. Elles seront supposées indépendantes de la température.

Masse volumique	$19,3 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$
Capacité thermique massique	$130 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Conductivité thermique	$174 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Dans cet exercice, on sera amené à utiliser la loi de Stefan, qui précise qu'un « corps noir » dont la surface extérieure est à la température  $T$  rayonne, sous forme d'ondes électromagnétiques, de l'énergie en tout point de cette surface, dégageant ainsi une puissance surfacique  $P_s$  (exprimée en  $\text{W.m}^{-2}$ ) qui ne dépend que de la température  $T$  et s'exprimant à l'aide de la formule suivante :

$$P_s = \sigma T^4$$

où  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$  est la constante de Stefan. Dans cet exercice, le filament de l'ampoule sera assimilé à un corps noir. On supposera également que le filament possède une géométrie cylindrique. Enfin, on pourra négliger le rayonnement thermique du milieu environnant.

1. Comment expliquer selon vous la différence entre la puissance électrique consommée par l'ampoule et la puissance lumineuse restituée ? Commenter.
2. Relier la température d'équilibre du filament aux données de l'énoncé et à la longueur  $l$  du filament. En déduire une estimation numérique de  $l$ .
3. Estimer la conductivité électrique du tungstène, à la température de fonctionnement de la lampe. Commenter, étant donné que la conductivité électrique du tungstène à température ambiante est de  $8,9 \times 10^6 \text{ S.m}^{-1}$ .
4. Modéliser la variation de résistance électrique du filament avec la température par une loi affine dont on précisera la valeur numérique des coefficients.
5. Donner qualitativement l'allure de l'évolution de la température  $T(t)$  du filament à l'allumage de l'ampoule et celle de l'évolution de l'intensité  $i(t)$  circulant dans la lampe. Commenter la possibilité de l'existence d'un équilibre.
6. À quelle condition peut-on considérer la température du filament comme uniforme au cours de la phase d'allumage de l'ampoule ? On validera la pertinence de cette hypothèse à l'issue de la question suivante.
7. En supposant uniforme la température du filament, déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de sa température  $T(t)$ . En utilisant le programme fourni, produire les courbes d'évolution temporelle de  $T(t)$ . Quel est le temps typique d'allumage de l'ampoule ?