

1. Lunette de Galilée – CCINP

On a $\overline{O_1 F'_1} = 2a = \frac{f'_1}{2}$ $f'_2 = -a$
 $\overline{O_1 A} = -a$

$\overline{F'_1 A'_1} \cdot \overline{F_1 A} = -\frac{f_1^2}{4}$ avec $\overline{F_1 A} = a$

et $\overline{F'_2 A'_1} \cdot \overline{F_2 A'_1} = -\frac{f_2^2}{4}$

Soit $\frac{\overline{F_1 A}}{\overline{F'_1 A'_1}} = \frac{f_1^2}{4a^2}$ $\overline{O_1 A'_1} = a \times \frac{a^2}{4a^2}$

$\overline{O_1 A'_1} = \overline{F'_2 A'_1} = \frac{a}{4}$

$\gamma = \text{grandissement}$ $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1 B'_1}} \cdot \frac{\overline{A_1 B'_1}}{\overline{AB}}$

$\gamma = \gamma_1 \times \gamma_2 = \frac{\overline{F'_1 A'_1}}{-f'_1} \times \frac{-f_2}{\overline{F_2 A'_1}}$

$\gamma = \frac{f_2}{f'_1} = \frac{1}{2}$

2. Projection d'un film – CCINP

Projecteur de cinéma (E)

1]

2] $A \rightarrow A' \quad -\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'}$
 $\overline{OA} = -d \quad \overline{OA'} = D-d$

$\frac{1}{d} + \frac{1}{D-d} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow Df' = Dd - d^2$

$d^2 - Dd + Df' = 0 \quad \Delta = D^2 - 4Df'$

$\Delta > 0 \Leftrightarrow \underline{D > 4f'}$ $d = \frac{D}{2} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2}$

3] $G_T = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{D-d}{-d}$
 $= -\frac{D}{d} + 1$

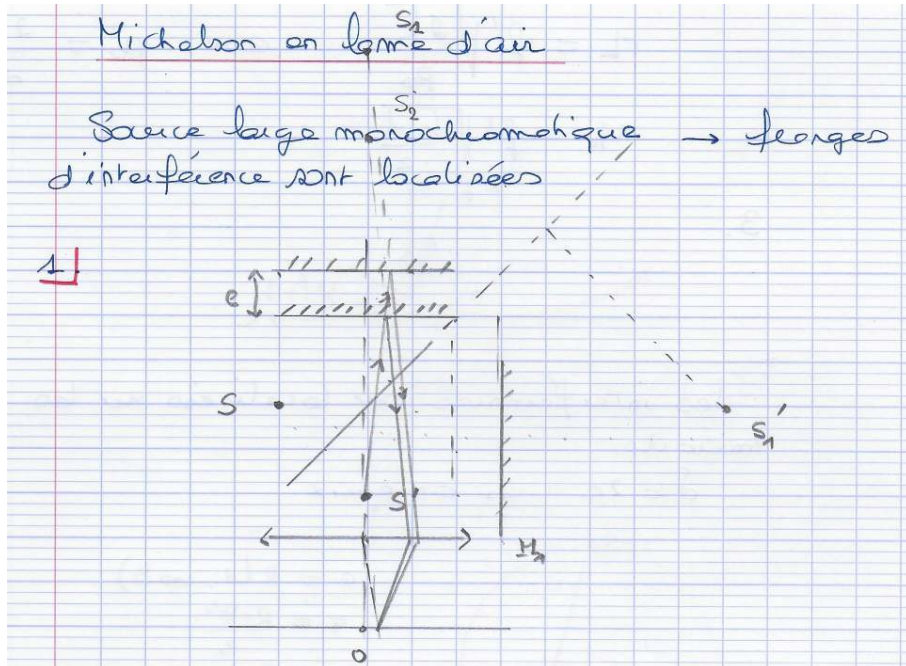
or $\overline{OA'} = \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{\overline{OA}} \right)^{-1} = \frac{\overline{OA} f'}{\overline{OA} + f'}$

$D-d = -\frac{d f'}{f' - d}$

$G_T = \frac{f'}{f' - d} < 0$

4] On veut $|G_T| \leq \frac{4 \cdot 16^{3/2}}{16} \leq 250$
 $\leq \frac{5}{226-3} \quad 227$

3. Michelson en lame d'air - CCINP



1. Franges = anneaux centrés sur O.

$$\delta = 2e \cos i$$

Approximation de Gauss $\tan i = \frac{r}{f'}$ $\tan \approx i$

Anneaux central brillant $i=0$ $p_0 = \frac{2e}{1} \in \mathbb{N}$

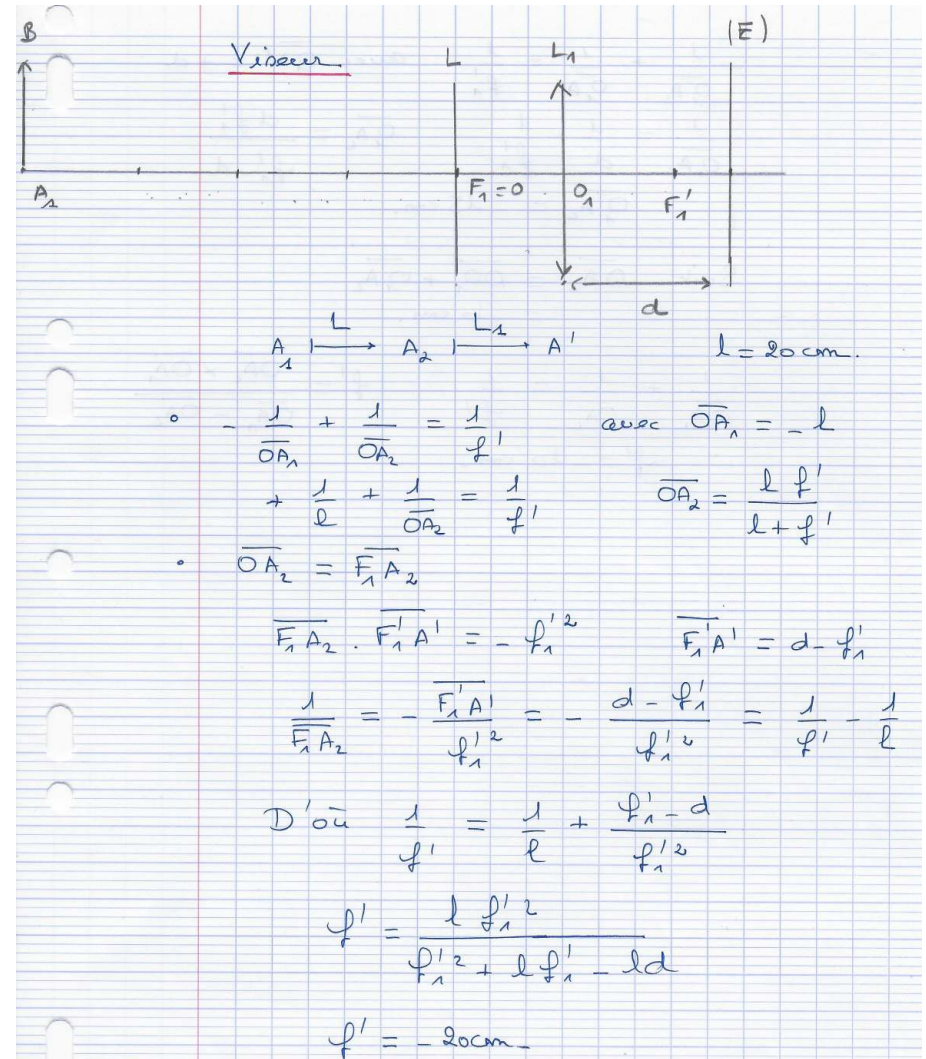
$$\delta = 2e \left(1 - \frac{i^2}{2}\right) = 2e \left(1 - \frac{1}{2} \frac{r^2}{f'^2}\right)$$

$$p = \frac{2e}{1} \left(1 - \frac{r^2}{2f'^2}\right) = p_0 \left(1 - \frac{r^2}{2f'^2}\right)$$

Anneaux brillants $p_k = p_0 - k$

Soit $p_0 + k = p_0 + \frac{p_0}{2} \frac{r_k^2}{f'^2}$

4. Viseur - CCINP



$$-\frac{1}{O_1 A_2} + \frac{1}{O_1 A_1} = \frac{1}{f_1'} \quad \text{avec } \overline{O_1 A_1} = +d$$

$$\frac{1}{O_1 A_2} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f_1'} \quad \overline{O_1 A_2} = \frac{d f_1'}{f_1' - d}$$

$$\overline{O_1 A_2} = -15 \text{ cm.}$$

Soit $\overline{O A_2} = \overline{O O_1} + \overline{O_1 A_2}$

$$= -6 \text{ cm.}$$

$$-\frac{1}{O A_1} + \frac{1}{O A_2} = \frac{1}{f'}$$

$$f' = \frac{\overline{O A_2} \times \overline{O A_1}}{\overline{O A_1} - \overline{O A_2}}$$

$$f' = -20 \text{ cm.}$$

5. Microscope – CCINP

1) a) Pour qu'il n'y ait pas accommodation : $A_1 \infty$

$\Rightarrow A_1 = F_2$

$$-\frac{1}{O_1 A} + \frac{1}{O_1 F_2} = \frac{1}{f_1'} \quad (\Rightarrow) \quad \frac{1}{O_1 A} = \frac{1}{O_1 F_2} + \frac{1}{f_1'}$$

$$\overline{O_1 A} = \frac{(f_1' + \Delta) f_1'}{-\Delta} = -\frac{f_1'^2}{\Delta} - f_1'$$

ou $\overline{F_1 A_1} \times \Delta = -f_1'^2$ $\overline{F_1 A_1} = -\frac{f_1'^2}{\Delta}$

d)

2) c) $\gamma_1 = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F_1' F_2}}{-f_1'} = -\frac{\Delta}{f_1'}$

$$\gamma_1 = -32.$$

b) $\tan d' = \frac{\overline{A_1 B_1}}{-f_2'} = \frac{\gamma_1 \overline{AB}}{-f_2'}$ $d' = +0,128 \text{ rad.}$

$$c) \tan \alpha = \frac{AB}{d} \quad \alpha = 4 \cdot 10^{-4} \text{ rad.}$$

$$d) \underline{G_c = 320.}$$

6. Problèmes de vue – Mines-Ponts

Patient $d_m = 13,5 \text{ cm}$
 $D_n = 26,0 \text{ cm}$

1. Le patient est myope

R = rétine

Sans accommodation $A \rightarrow R$

$$\text{avec } -\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OR}} = \frac{1}{f'_s}$$

Avec accommodation $A' \rightarrow R$

$$-\frac{1}{\overline{OA'}} + \frac{1}{\overline{OR}} = \frac{1}{f'_A}$$

$$\overline{OA} = -D_n$$

$$\overline{OA'} = -d_m.$$

Pour 1 œil émetrope $A_\infty \rightarrow R$

$$\frac{1}{\overline{OR'}} = \frac{1}{f'_{se}}$$

$$\text{or } -\frac{1}{\overline{OA'}} + \frac{1}{\overline{OR'}} = \frac{1}{f'_{Ae}} \quad \text{avec } \overline{OA'} = -d'_m = -25 \text{ cm}$$

Oeil trop convergent $\frac{1}{f'_s} = \frac{1}{\overline{OR}} + \frac{1}{D_n} > \frac{1}{f'_{se}}$

Correction avec lunettes

$A_\infty \in \Delta \xrightarrow{\text{lunette}} A \xrightarrow{\text{œil}} R$

$$-\frac{1}{\overline{O_1 A_\infty}} + \frac{1}{\overline{O_1 A}} = \frac{1}{f'_L}$$

$$f'_L = \overline{O_1 A} = \overline{O_1 O} + \overline{OA}$$

$$f'_L = -24,0 \text{ cm.}$$

On a alors

$$-\frac{1}{\overline{O_1 A_1}} + \frac{1}{\overline{O_1 A'}} = \frac{1}{f_L}$$

$$\begin{aligned}\overline{O_1 A_1} &= \frac{f_L \times \overline{O_1 A'}}{f_L - \overline{O_1 A'}} \\ &= + \frac{24 \times 11,5}{-24 + 11,5} \\ &= -22 \text{ cm} \rightarrow -24 \text{ cm de l'œil}\end{aligned}$$

Avec les lentilles $f_{\text{lent.}} = -26,0 \text{ cm}$

$$\overline{O_1 A_1} = -28 \text{ cm}$$

ok œil émétrope

2. Avec l'âge l'œil accommodé moins.

7. Système afocal – CCINP

Montage afocal $A_{\infty} \in \Delta \xrightarrow{F_1} F_1' \xrightarrow{F_2} A_{\infty}' \in \Delta$

$$\overline{O_1 O_2} = \overline{O_1 F_1'} + \overline{F_1' O_2} = f_1' + f_2$$

$$d = f_1' + f_2$$

$$\gamma = \text{grandissement} \quad \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1 B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}}$$

$$A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'$$

$$\gamma = \frac{\overline{F_1' A_1}}{-f_1'} \times \frac{-f_2}{\overline{F_2 A_1}} = \frac{f_2}{f_1'} = -\frac{f_2}{f_1}$$

Avec une lentille divergente \rightarrow idem.

$$d = f_1' + f_3'$$

$$\gamma = -\frac{f_3'}{f_1'} > 0.$$

8. Doublet - CCINP

1. Formule de Fresnel

$$I(\pi) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\delta \frac{2\pi}{\lambda}\right)$$

avec $I_1 = I_2 = I_0$ $I(\pi) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \delta\right)$

les 2 longueurs d'onde sont incohérentes

$$I(\pi) = I_{d_1}(\pi) + I_{d_2}(\pi)$$

$$I(\pi) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{d_1} + 1 + \cos \frac{2\pi\delta}{d_2}\right)$$

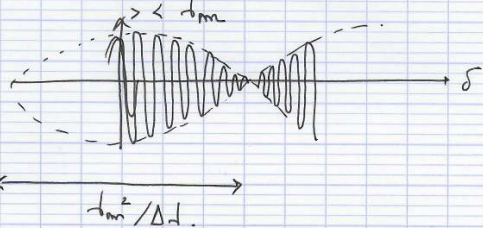
or $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$

$$I(\pi) = 4I_0 \left(1 + \cos\left(\pi\delta\left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}\right)\right) \cos\left(\pi\delta\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right)\right)$$

$$I(\pi) = 4I_0 \left(1 + \cos \frac{\pi\delta(d_1+d_2)}{d_1 d_2} \cos \frac{\pi\delta}{d_1 d_2} (d_2 - d_1)\right)$$

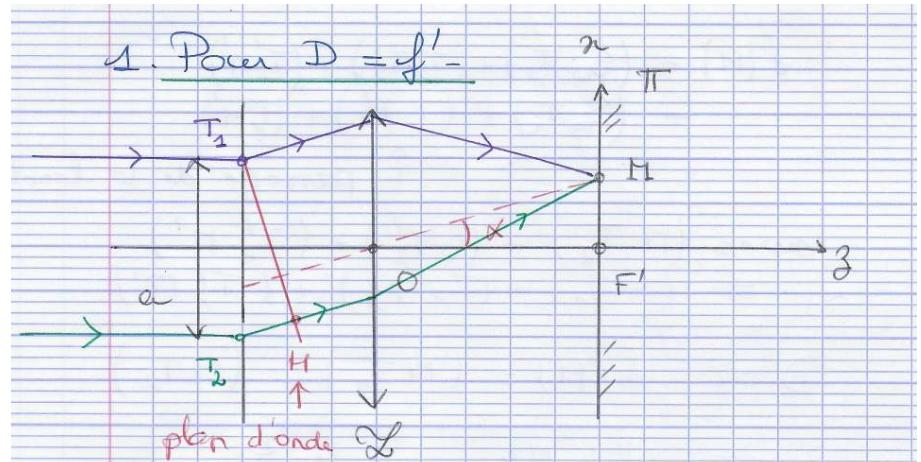
2. $\frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2} \approx \frac{d_m}{2}$

$\frac{d_1 d_2}{d_2 - d_1} = \frac{d_m^2}{\Delta d}$



3. $\delta_{\text{bouillage}} = \frac{d_m^2}{2\Delta d}$ AN. $2,96 \cdot 10^{-8} \text{ m}$

9. Fentes d'Young - Mines

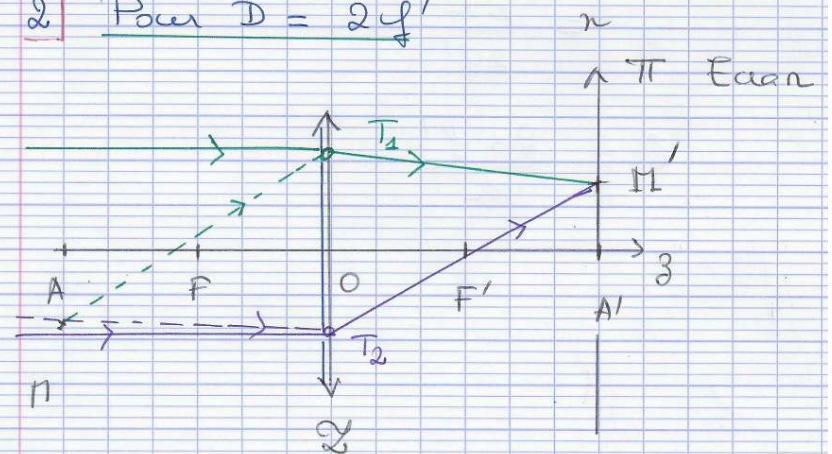


$$\delta(M) = T_2 M - T_1 M = a \sin \alpha = a \frac{x}{f'}$$

$$I(M) = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{ax}{f'}\right)\right]$$

$$x = \frac{\lambda f'}{a \Delta \theta}$$

2. Pour $D = 2f'$



$M \rightarrow M'$ par la lentille

$$\delta(M) = (S_0 T_2) + (T_2 T_2') + (T_2' M')$$

$$- (S_0 T_1) + (T_1 T_1') + (T_1' M')$$

↑ passage de la lentille

avec $(M T_2) + (T_2 T_2') + (T_2' M')$

$$= (M T_1) + (T_1 T_1') + (T_1' M')$$

D'où $\delta(M) = (M T_1) - (M T_2)$

$$M T_1 = \sqrt{4f'^2 + \left(n + \frac{a}{2}\right)^2}$$

$$= 2f' \left[1 + \left(\frac{2n+a}{4f'}\right)^2 \right]^{1/2}$$

$$M T_2 = 2f' \left[1 + \left(\frac{2n-a}{4f'}\right)^2 \right]^{1/2}$$

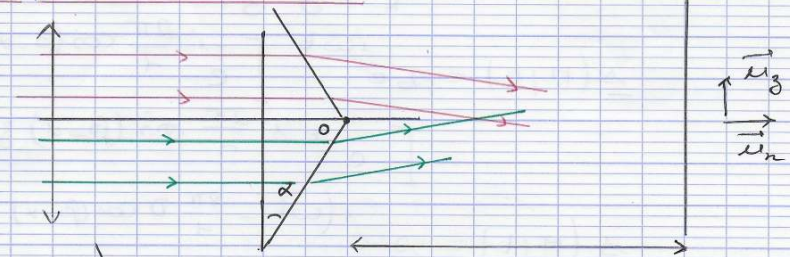
$$\delta(n) \approx \frac{2f'}{2} \left[\left(\frac{2n}{4f'}\right) - \left(\frac{2n}{4f'}\right) \right]$$

$$= \frac{an}{2f'}$$

$$i = \frac{2nf'}{a}$$

10. Biprisme de Fresnel - Mines

Biprisme de Fresnel



D

avec $m \sin \alpha = \sin \beta$
avec $\alpha \ll 1$ rad et β
 $m \alpha = \beta$

$\tan \frac{L}{2D} = \tan(\beta - \alpha) = \frac{L}{2D}$ L = largeur du champ d'interférence.

$$\alpha = \beta' = \frac{10^\circ}{60} = \frac{10}{60 \times 180} \times \pi \ll 1 \text{ rad.}$$

$$\alpha = 2,96 \times 10^{-3} \text{ rad.}$$

soit $L = 2D \alpha (m-1)$.

Pour le déplacement en 1 pt P de l'écran
En sortie du biprisme on a 2 ondes

$$\mathcal{S}_1(M; t) = \mathcal{S}_0 \exp i(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{OM})$$

$$\mathcal{S}_2(P; t) = \mathcal{S}_0 \exp i(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{OP})$$

O est le point commun aux 2 ondes sortant du prisme

avec $\vec{k}_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (\cos(\beta - \alpha) \vec{e}_2 - \sin(\beta - \alpha) \vec{e}_3)$

$$\vec{k}_2 = \frac{2\pi}{\lambda} (\cos(\beta - \alpha) \vec{e}_2 + \sin(\beta - \alpha) \vec{e}_3)$$

$$\vec{OM} = D \vec{e}_x + z \vec{e}_z$$

$$\underline{\Delta}(M,t) = \underline{a}_0 e^{i\omega t} \left[e^{-i \frac{2\pi}{d} \cos(\beta-\alpha) D} \right. \\ \left. \left[e + i \frac{2\pi}{d} \sin(\beta-\alpha) z + e \right] \right]$$

$$\underline{\Delta}(M,t) = \underline{a}_0 e^{i(\omega t - \frac{2\pi}{d} D \cos(\beta-\alpha))} \text{Lim}(\dots)$$

$$I(M,t) = \frac{1}{2} \text{Re}(a a^*)$$

$$= 2 a_0 \sin^2 \left[\frac{2\pi}{d} z \sin(\beta-\alpha) \right]$$

$$i = \frac{d}{2\lambda(n-1)}$$

Nombre de franges? $\frac{4D \lambda^2 (n-1)^2}{d}$

AN? Poca $D = 50 \text{ cm}$
 $m = 1, 5$
 $d = 500 \text{ nm}$

11. Mesure de l'indice du monoxyde de carbone – Centrale

O_1 vide des A_1, A_2 et B_1 .
 O_2 on remplit A_1, A_2 et B_1 de CO.

On a toutefois $n_{A_1} = n_{A_2} = n_A$
 $n_{C_1} = n_{C_2} = n_{\text{air}}$

$$a_1(M,t) = A_0 e^{i(\omega t - \varphi_1(M))}$$

$$a_2(M,t) = A_0 e^{i(\omega t - \varphi_2(M))}$$

$$a_3(M,t) = A_0 e^{i(\omega t - \varphi_3(M))}$$

$$a(M,t) = a_1(M,t) + a_2(M,t) + a_3(M,t)$$

$$= A_0 e^{i(\omega t - \varphi_2(M))} \left[e^{i(-\varphi_1(M) + \varphi_2(M))} + 1 + e^{i(\varphi_2(M) - \varphi_3(M))} \right]$$

On pose $\varphi_{2/1}(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta_{2/1}$
 $\varphi_{3/2}(M) = \varphi_3(M) - \varphi_2(M) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta_{3/2}$

avec $\delta_{2/1} = \frac{an}{f'} + e [n_{B_1} + n_{B_2} - 2n_A]$
 $\delta_{3/2} = \frac{an}{f'} + e [2n_C - n_{B_1} - n_{B_2}]$

Etat 0 tout est rempli d'air
 $\Rightarrow \delta_{2/1} = \delta_{3/2}$

Etat 1. $n_A = n_V$ $n_{B_1} = n_V$ $n_{B_2} = n_{air}$

$$\delta_{2/1} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a n}{f'} + e [n_{air} - n_V]$$

$$\delta_{3/2} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a n}{f'} + e [2n_{air} - n_V - n_{air}] = \delta_{2/1}$$

Etat 2. $n_A = n_{co}$ $n_{B_1} = n_{co}$ $n_{B_2} = n_{air}$

$$\delta_{2/1} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a n}{f'} + e (n_{air} - n_{co})$$

$$\delta_{3/2} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a n}{f'} + e (n_{air} - n_{co}) = \delta_{2/1}$$

$$I(M) = \frac{1}{2} k a (\pi, t) a^*(\pi, t)$$

$$= \frac{1}{2} k A^2 \left[e^{i\phi_{2/1}} + 1 + e^{-i\phi_{3/2}} \right] \left[e^{-i\phi_{2/1}} + 1 + e^{i\phi_{3/2}} \right]$$

$$= \frac{1}{2} k A^2 \left[1 + \frac{e^{i\phi_{2/1}}}{e} + \frac{e^{i(\phi_{3/2} + \phi_{2/1})}}{e} + \frac{e^{-i\phi_{2/1}}}{e} + 1 + \frac{e^{i\phi_{3/2}}}{e} + \frac{e^{-i(\phi_{3/2} + \phi_{2/1})}}{e} + \frac{e^{-i\phi_{3/2}}}{e} + 1 \right]$$

$$= \frac{1}{2} k A^2 \left[3 + 2 \cos \phi_{2/1} + 2 \cos \phi_{3/2} + 2 \cos (\phi_{2/1} + \phi_{3/2}) \right]$$

$$= I_0 [3 + 4 \cos \phi + 2 \cos 2\phi]$$

$$\cos \phi = \frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{a n}{f'} + e (n_{air} - n_{exp}) \right]$$

	1
n_{air}	0
n_V	1
n_{co}	2

1 Etat 0 fonge brillante en $n=0$.
 $p(x) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a n}{f'}$ $i = \frac{f_0 f'}{a}$

Passage à l'état 1. $(SM)_1 \downarrow \oplus$ que $(SM)_2$

$\Rightarrow SM_{per} \uparrow$ doit \uparrow b fonge brillante centrale descend.

2. Vers le haut $\Rightarrow n_{co} > n_{air}$

$$p_f(n=0) = -8 = \frac{2\pi}{\lambda_0} e (n_{air} - n_{co})$$

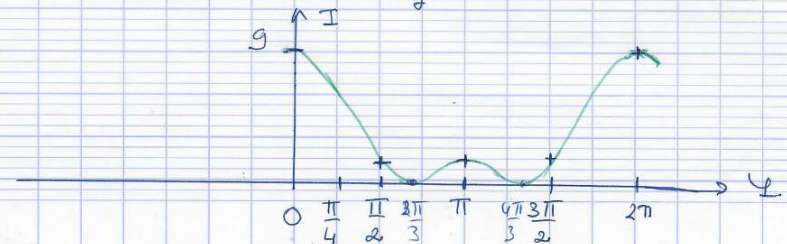
$$\rightarrow n_{co} = n_{air} + \frac{8 \lambda_0}{2\pi e}$$

$$= 1,00035 \pm 0,00001$$

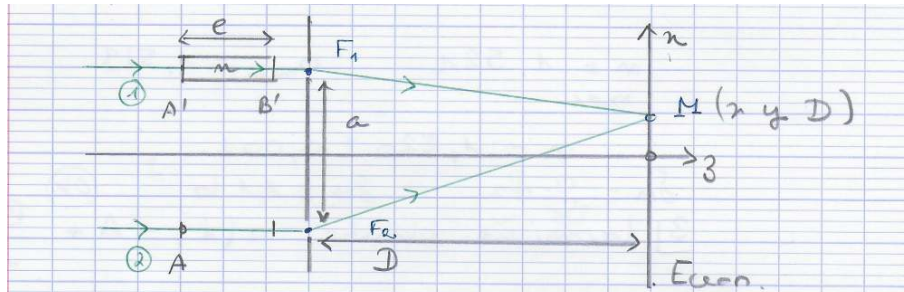
3. cf calculs

$$I(x) = I_0 \left[3 + 4 \cos \left(\frac{2\pi a n}{\lambda_0 f'} + \frac{2\pi e}{\lambda_0} (n_{air} - n_{co}) \right) + 2 \cos \left(\frac{4\pi a n}{\lambda_0 f'} + \frac{4\pi e}{\lambda_0} (n_{air} - n_{co}) \right) \right]$$

$$\text{On pose } \phi(x) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\frac{a n}{f'} + e (n_{air} - n_{co}) \right)$$



12. Mesure de l'indice d'une lame - Mines



$$\delta_{2/1} = n_{\text{air}} (AF_2 + F_2\pi) - [ne + n_{\text{air}} (B'F_1 + F_1\pi)]$$

$$= e(n_{\text{air}} - n) + n_{\text{air}} (F_2\pi - F_1\pi)$$

$$\vec{F}_2\pi = \left| \begin{matrix} x + \frac{a}{2} \\ y \\ D \end{matrix} \right| \quad \|\vec{F}_2\pi\| = \sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2}$$

$$\|\vec{F}_2\pi\| \approx D \left(1 + \frac{1}{2} \frac{y^2}{D^2} + \frac{1}{2} \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2}{D^2} \right)$$

$$\|\vec{F}_1\pi\| = D \left(1 + \frac{1}{2} \frac{y^2}{D^2} + \frac{1}{2} \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{D^2} \right)$$

$$F_2\pi - F_1\pi = \frac{1}{2D} \left(\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 \right)$$

$$= \frac{1}{2D} 2na = \frac{an}{D}$$

$$\delta_{2/1} = e(n_{\text{air}} - n) + n_{\text{air}} \frac{an}{D}$$

$$\delta_{2/1} = 0 \quad \text{pour } n_0 = 47,3 \text{ mm}$$

$$\rightarrow \boxed{n = n_{\text{air}} \left[1 + \frac{an_0}{eD} \right]}$$

$$n = 1,520$$

$$\Delta n = 47,3 \pm 0,1 \text{ mm.}$$

$$n = 1,521 \quad n_{\text{min}} = 1,519$$

$$n = 1,520 \pm 0,001.$$

$$\delta n = \frac{e}{D} \delta n \quad \delta n = 1,16 \cdot 10^{-3} \quad \text{(OK)}$$

$$3] \text{ laumière blanche } n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

$$p(n, \lambda) = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{an}{D} + e(1 - n(\lambda)) \right)$$

$$\frac{dp}{d\lambda} = -\frac{1}{\lambda^2} \left[\frac{an}{D} + e(1 - n(\lambda)) \right] + \frac{1}{\lambda} e \left(-\frac{dn}{d\lambda} \right)$$

$$\text{avec } \frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2B}{\lambda^3}$$

$$\text{Il vient } \frac{dp}{d\lambda}(n, \lambda) = \frac{1}{\lambda} \left[-\frac{an}{\lambda D} - \frac{e}{\lambda} \left(1 - A - \frac{B}{\lambda^2} \right) + \frac{2eB}{\lambda^3} \right]$$

$$\frac{dp}{d\lambda}(n, \lambda) = \frac{1}{\lambda} \left[-\frac{an}{\lambda D} - \frac{e}{\lambda} + \frac{eA}{\lambda} + \frac{eB}{\lambda^3} + \frac{2eB}{\lambda^3} \right]$$

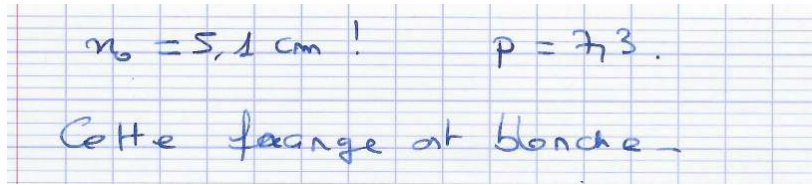
$$= -\frac{1}{\lambda^2} \left[\frac{an}{D} + e(1 - A) - \frac{3eB}{\lambda^2} \right]$$

$$\frac{dp}{d\lambda}(n_0, \lambda) = 0 \quad \text{pour } n_0 \text{ tel que}$$

$$n_0 = \frac{eD}{a} \left[A - 1 + \frac{3B}{\lambda^2} \right]$$

$$n(\lambda) - A.$$

$$n_0 = \frac{eD}{a} \left[2A - 1 + 3n(\lambda) \right]$$



13. Minimum de déviation d'un réseau par transmission

1. La condition d'accord de phase s'écrit, à l'ordre k :

$$\sin \theta_k - \sin i = k \frac{\lambda}{a}$$

La déviation est

$$D_k = \theta_k - i$$

2. La dérivée par rapport à l'angle d'incidence de la déviation est

$$\frac{dD_k}{di} = \frac{d\theta_k}{di} - 1$$

or, en dérivant la condition d'accord de phase, on obtient

$$\cos \theta_k \frac{d\theta_k}{di} - \cos i = 0$$

donc

$$\frac{dD_k}{di} = \frac{\cos i}{\cos \theta_k} - 1$$

$\frac{dD_k}{di}$ s'annule pour

$$\cos \theta_k = \cos i$$

soit pour

$$\theta_k = \pm i$$

La solution $\theta_k = +i$ est écartée pour $k \neq 0$; il reste $\theta_k = -i$ soit, en reprenant la condition d'accord de phase :

$$2 \sin \theta_k = k \frac{\lambda}{a} \text{ et } D_k = 2\theta_k$$

L'angle D_m de déviation minimale est donc tel que

$$\sin \frac{D_m}{2} = k \frac{\lambda}{2a}$$

$$3. a = \frac{3\lambda}{2 \sin \frac{D_m}{2}} = 5 \mu\text{m}.$$

14. Oscillations d'une cavité optique résonnante

1. L'onde quittant M_0 pour un tour de cavité est la somme d'une partie transmise de l'onde incidente, et d'une partie réfléchie de l'onde de retour. On a donc

$$\psi_1 = t\psi_0 + r\psi_1 e^{j\phi} \text{ soit } \psi_1 = \frac{t\psi_0}{1 - re^{j\phi}}$$

L'intensité correspondante est

$$I_1 = \psi_1 \psi_1^* = I_0 \frac{t^2}{|1 - re^{j\phi}|^2} = I_0 \frac{t^2}{1 + r^2 - 2r \cos \phi}$$

La conservation de l'énergie donne

$$I_2 = I_0$$

2. La valeur minimale de I_1 est

$$I_{1 \text{ min}} = I_0 \frac{1 - r^2}{(1 + r)^2} = I_0 \frac{1 - r}{1 + r}$$

Elle est obtenue pour $\cos \phi = -1$, soit pour

$$L = (2k + 1) \frac{\lambda_0}{2}$$

La valeur maximale de I_1 est

$$I_{1 \text{ max}} = I_0 \frac{1 - r^2}{(1 - r)^2} = I_0 \frac{1 + r}{1 - r} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Elle est obtenue pour $\cos \phi = +1$, soit pour

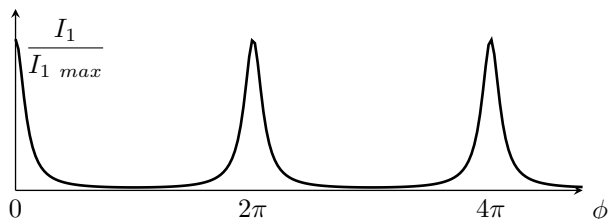
$$L = k\lambda_0 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

On a

$$\frac{I_1}{I_{1 \max}} = \frac{(1-r)^2}{(1-r)^2 + 2r(1-\cos\phi)} = \frac{1}{1 + m \sin^2 \frac{\phi}{2}}$$

avec

$$m = \frac{4r}{(1-r)^2}$$



3.

$$\psi'_1 = t\psi_0 + \gamma r \psi'_1 e^{j\phi} \text{ soit } \psi'_1 = \frac{t\psi_0}{1 - r e^{j\phi}}$$

L'intensité correspondante est

$$I_1 = \psi_1 \psi_1^2 = I_0 \frac{t^2}{|1 - r e^{j\phi}|^2} = I_0 \frac{1-r^2}{1 + \gamma^2 r^2 - 2\gamma r \cos\phi}$$

La conservation de l'énergie donne

$$I_2 = I_0 + P = I_0 + (\gamma^2 - 1)I_1 = I_0 \left(1 + \frac{(\gamma^2 - 1)(1 - r^2)}{1 + \gamma^2 r^2 - 2\gamma r \cos\phi} \right)$$

4. Il y a auto-oscillation pour

$$1 + \gamma^2 r^2 - 2\gamma r \cos\phi = 0$$

soit pour

$$\begin{cases} \cos\phi = 1 \\ \gamma r = 1 \end{cases}$$

La première condition impose

$$L = k\lambda_0 \text{ soit } f_k = \frac{c}{\lambda_0} = k \frac{c}{L}$$

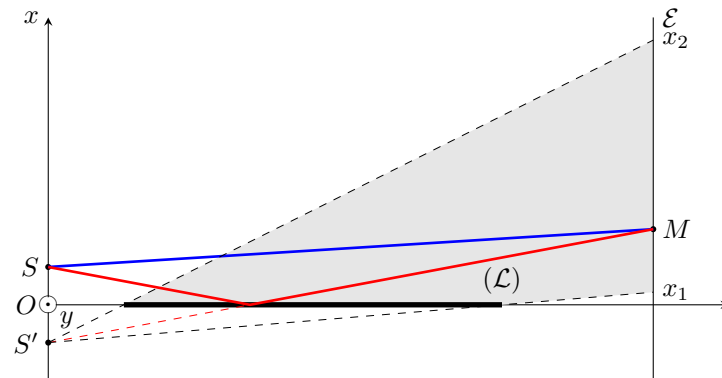
15. Miroir de Lloyd

1. Soit S' l'image de S par le miroir ; les interférences sont produites par des ondes issues de S et de S' .

2. Le rayon lumineux parvenant en M après réflexion est dirigé parallèlement à $S'M$. On en déduit la construction du point I d'impact sur le miroir du rayon réfléchi qui parvient au point M . Les rayons qui se coupent en M quittent la source avec des directions différentes. Le dispositif est bien un dispositif de division du front d'ondes.

3. Les rayons extrêmes limitant le champ d'interférence sont ceux qui correspondent respectivement à un impact sur le bord gauche et sur le bord droit du miroir.

On en déduit que $x_1 = \frac{ad}{2\ell}$ tandis que x_2 dépend de la distance de la source au bord gauche du miroir.



Les franges ne sont pas localisées dans un dispositif de division du front d'ondes.

4. La différence de marche est, en supposant le milieu ambiant d'indice $n = 1$:

$$\delta(M) = (S'M) - (SM) + \frac{\lambda_0}{2} = \|\overrightarrow{S'M}\| - \|\overrightarrow{SM}\| + \frac{\lambda_0}{2}$$

or

$$\begin{aligned}\|\vec{SM}\| &= \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + (\ell + d)^2} \\ &= (\ell + d) \sqrt{1 + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{(\ell + d)^2}} \\ &\simeq (\ell + d) \left(1 + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2(\ell + d)^2}\right)\end{aligned}$$

tandis que

$$\|\vec{SM}\| \simeq (\ell + d) \left(1 + \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2(\ell + d)^2}\right)$$

ce qui donne

$$\delta(M) = \frac{ax}{\ell + d} + \frac{\lambda_0}{2}$$

On en déduit

$$p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{ax}{\lambda_0(\ell + d)} + \frac{1}{2}$$

et

$$\Delta\varphi(M) = \frac{2\pi\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{2\pi ax}{\lambda_0(\ell + d)} + \pi$$

5. L'intensité est

$$I(x) = 2I_0 \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda_0(\ell + d)}\right)\right)$$

6. a) L'intensité étant indépendante de y , on peut élargir la source parallèlement à \vec{e}_y .

b) On conserve un contraste suffisant tant que la différence d'ordre d'interférence Δp entre les ondes émises par les deux bords de la source reste inférieur à l'unité.

$$\Delta p = \frac{(a+b)x}{\lambda_0(\ell+d)} + \frac{1}{2} - \frac{(a-b)x}{\lambda_0(\ell+d)} - \frac{1}{2} = \frac{2bx}{\lambda_0(\ell+d)}$$

L'interfrange est

$$i = \frac{\lambda_0(\ell+d)}{a}$$

La zone contrastée est donc telle que

$$\frac{2bx}{ai} < 1 \text{ soit } x < \frac{ai}{2b}$$