



Électricité et électromagnétisme

I Rapports

CCINP 2023 et 2022

Électricité :

En régime sinusoïdal permanent, les calculs menés en notation complexe laissent apparaître un manque de maîtrise évident et l'utilisation des vecteurs de Fresnel n'est pas dans les habitudes des candidats.

L'exploitation d'un diagramme de Bode ou de l'enregistrement d'un régime transitoire est rarement bien menée. Il est pourtant attendu qu'un candidat sache déterminer les grandeurs caractéristiques d'un filtre (facteur de qualité, pulsation propre...) à partir de l'exploitation d'un diagramme de Bode.

L'action d'un filtre linéaire sur un signal périodique décomposé en série de Fourier (fournie) n'est pas toujours bien comprise par les candidats. Le rôle de la fonction de transfert s'appliquant sur chaque harmonique de la décomposition en série de Fourier est peu maîtrisé.

Électromagnétisme :

Cette année encore, l'induction électromagnétique a été particulièrement mal traitée. Le phénomène d'induction est invisible pour certains candidats, surtout si le mot « induit » ne figure pas dans l'énoncé. Un nombre non négligeable de candidats a été incapable de calculer une force électromotrice induite et ignorait parfois jusqu'à l'existence de la loi de Faraday ou de la loi de Lenz.

Les exercices d'induction doivent tous se traiter en commençant par orienter arbitrairement les différents circuits filiformes : c'est à cette condition que l'analyse du signe de la f.é.m. ou du courant induit permet d'en déduire les effets électriques ou mécaniques et de vérifier la validité de la loi de Lenz.

Les bilans énergétiques en électromagnétisme ne sont pas toujours bien maîtrisés. En particulier, la puissance volumique cédée par le champ à la matière et la signification physique du vecteur de Poynting posent régulièrement problème.

Le théorème de Gauss relatif à la gravitation est un point de cours souvent inconnu des candidats.

CCINP 2021

En régime sinusoïdal permanent, les calculs menés en notation complexe laissent apparaître un manque de maîtrise évident et l'utilisation des vecteurs de Fresnel n'est pas dans les habitudes des candidats.

L'exploitation d'un diagramme de Bode ou de l'enregistrement d'un régime transitoire n'est rarement bien menée. Il est pourtant attendu qu'un candidat sache déterminer les grandeurs caractéristiques d'un filtre (facteur de qualité, pulsation propre...) à partir de l'exploitation d'un diagramme de Bode.

L'action d'un filtre linéaire sur un signal périodique décomposé en série de Fourier (fournie) n'est pas toujours bien comprise par les candidats. Le rôle de la fonction de transfert s'appliquant sur chaque harmonique de la décomposition en série de Fourier est peu maîtrisé.

Cette année, l'induction électromagnétique a été particulièrement mal traitée (incontestablement « effet covid » et confinement). Un nombre non négligeable de candidats a été incapable de calculer une force électromotrice induite et ignorait parfois jusqu'à l'existence de la loi de Faraday ou de la loi de Lenz. Les questions d'orientation étaient très souvent ignorées.

Mines-Ponts 2023

Électromagnétisme :

il est impératif de préciser la nature (courant, charge, . . .) des symétries étudiés. Cela aurait pour effet de rendre l'explication rigoureuse et d'éviter potentiellement des conclusions erronées. Certains candidats n'ont pas toujours conscience que le théorème de Gauss implique le calcul d'un flux associé à une surface fermée.

Les exercices d'induction montrent souvent un manque d'analyse préalable du problème. Trop peu de candidats orientent de manière cohérente les grandeurs électriques algébriques dans les schémas équivalents.

Électrocinétique :

quoique ce thème reste une faible partie du programme, le jury ne peut qu'inviter les candidats à maîtriser les méthodes classiques d'étude d'un circuit simple : loi des nœuds, des mailles, pont diviseur, relations courant-tension des dipôles. D'autre part, bien que les relations de continuité dans la bobine ou le condensateur soient connues, celles-ci ne sont que rarement utilisées afin de déterminer les conditions initiales.

Mines-Ponts 2022

Électricité

La relation associée au diviseur de tension ne peut être utilisée que si les dipôles sont en série, ce qu'il faut vérifier au préalable. Cette relation doit pouvoir être redémontrée aisément.

Les relations de continuité de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité du courant dans une bobine sont le plus souvent connues, mais pas toujours ni bien interprétées ni bien exploitées par les candidats. Pour les autres grandeurs dont on ne sait rien a priori, l'utilisation de lois des mailles ou lois des nœuds à un instant donné peut s'avérer utile.

L'action d'un filtre linéaire sur un signal périodique décomposable en série de Fourier n'est pas toujours bien comprise par les candidats. En particulier, la signification du gain et de la phase d'une fonction de transfert à une fréquence donnée échappe à certains candidats.

Le rôle du facteur de qualité dans un filtre (électrique ou mécanique) passe-bas d'ordre 2 est souvent confondu avec les résultats d'un filtre passe-bande. Le jury invite les candidats à distinguer ces situations.

Électromagnétisme induction

Les candidats savent généralement que les propriétés des champs électriques ou magnétiques peuvent être déduites des propriétés des sources. Toutefois, les conséquences des propriétés d'invariance et de symétrie ne sont ni toujours clairement distinguées, ni toujours correctement exploitées. Par ailleurs les caractéristiques de l'opérateur rotationnel en coordonnées cylindriques sont parfois mal exploitées.

En magnétostatique, le magnéton de Bohr est souvent ignoré des candidats.

Les simplifications dans l'écriture des équations de Maxwell sont fortement dépendantes du milieu et des hypothèses fréquentielles de l'étude. Beaucoup de confusions sont constatées avec des candidats qui auraient appris par cœur des simplifications inadaptées. Le cadre de l'ARQS « magnétique » n'est pas toujours correctement restitué.

Les bilans énergétiques en électromagnétisme ne sont pas toujours bien maîtrisés. En particulier, la puissance volumique cédée par le champ à la matière, et la signification physique du vecteur de Poynting, posent régulièrement problème.

Le jury conseille vivement aux candidats de débiter la résolution d'un exercice d'induction par une discussion qualitative approfondie, afin de cerner les phénomènes à l'œuvre dans chaque situation, et justifier la démarche qu'on envisage d'entreprendre pour les modéliser. Le phénomène d'auto-induction n'est pas toujours bien compris et la relation associée donnant le flux propre est parfois inconnue. Certains candidats sont attentifs à l'orientation des grandeurs électriques algébriques dans la modélisation des circuits en induction ; le jury souhaiterait que cette rigueur soit généralisée. La formule donnant le moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique d'une spire rectangulaire étant explicitement au programme de PCSI, elle peut être utilisée directement sans redémonstration.

Centrale-Supélec 2022

Électromagnétisme Beaucoup de formules sont connues à une constante multiplicative près (vecteur de Poynting, énergie électromagnétique, densité de courant...). Les surfaces de Gauss doivent être fermées et le théorème d'Ampère s'applique sur un contour ! Il est bon de savoir passer d'une équation locale à sa formulation intégrale, les deux écritures apportant des résultats complémentaires. Les symétries et invariances sont invoquées sans plus de précisions et leurs conséquences également... La maîtrise des différents opérateurs en coordonnées cartésiennes est indispensable (notamment divergence et Laplacien). Il existe un certain nombre de situations dans le programme à identifier rapidement (plasma neutre, zone vide de charge et de courant, métal...). On n'appliquera pas une relation de structure à une onde qui n'est pas plane

Centrale-Supélec 2021

Électronique

Si la majorité des candidats sait établir la fonction de transfert d'un filtre simple, assez peu savent en déduire la forme d'un signal de sortie du filtre connaissant l'expression du signal en entrée dès lors que celui-ci possède plus d'une composante fréquentielle (Idem 2019).

Électromagnétisme

L'induction électromagnétique a souvent été problématique, car les circuits et contours sont rarement orientés. Les recherches des symétries et des invariances sont souvent superficielles, et leur lien avec les contours d'Ampère et surfaces de Gauss souvent ignorés. Le calcul du champ magnétique créé par un solénoïde infini est un « incontournable », pourtant de très nombreux candidats sont incapables d'en mener une étude correcte jusqu'au résultat (Idem 2019).

Comme chaque année, l'induction est source de problèmes insurmontables. Il convient de s'interroger en premier lieu (après avoir orienté le circuit étudié bien sûr) sur la variation temporelle du flux magnétique (et pas de \vec{B} seul). On effectue une analyse qualitative avec la loi de Lenz. On écrit la loi de Faraday où figure le champ magnétique total (inducteur et induit), puis les équations électrique et magnétique.

Le jury a constaté un mélange local/intégral des équations/théorèmes de Maxwell du type flux de $E = \rho/\epsilon_0$. Un recadrage à ce niveau serait utile.

Chercher à calculer le flux de B sur une surface fermée (dument identifiée par son o) est une perte de temps.

On entend souvent parler d'invariance sans que l'on sache de quoi.

Il est essentiel de fixer le point M en lequel on cherche des plans de symétrie des distributions, sinon, on tombe sur des résultats absurdes : prenons un cylindre d'axe de révolution $z'z$ chargé uniformément en volume ; on entend souvent que tout plan contenant $z'z$ est plan de symétrie de la distribution (ce qui est vrai), on en conclut que le vecteur \vec{E} est porté par \vec{u}_z (ce qui est faux). Soulignons que l'analyse des symétries et invariance des distributions est un préalable à l'application des théorèmes de Gauss et d'Ampère.

Le jury a relevé des confusions entre direction de propagation et polarisation.

II Questions de cours

- Mouvements de particules chargées dans un champ \vec{E} ou \vec{B} . Applications.
- Filtres du premier et second ordre. Illustration par quelques exemples simples.
- L'induction. Applications.
- Énergie magnétique d'un circuit seul, de deux circuits en inductance mutuelle.
- Le dipôle électrostatique, exemple de dipôle et tracé de ses lignes de champ.
- Les équations de Maxwell, forme locale, forme intégrale
- Les propriétés du champ magnétostatique. Propriétés de symétrie.
- Lignes de champ créées par une spire parcourue par un courant constant.
- Théorème d'Ampère. Application au calcul du champ magnétique créé par un solénoïde infini.

- Vecteur de Poynting, densité d'énergie électromagnétique, puissance volumique cédée par le champ à la matière. Bilan d'énergie.
- Théorème de Gauss pour le champ électrique ; forme locale.
- Effet Hall

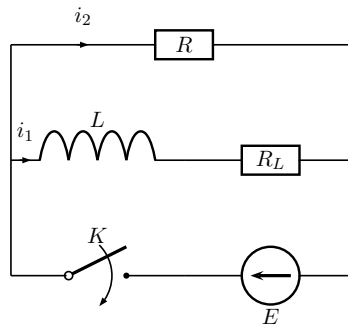
III Exercices

1. Surtension avec bobine – CCINP

On considère le circuit ci-dessous.

Une bobine réelle ($L = 1,0 \text{ H}$; $R_L = 2,0 \Omega$) est montée en parallèle avec un conducteur ohmique de résistance $R = 20 \Omega$; l'ensemble est alimenté par une source de tension continue ($E = 6,0 \text{ V}$).

1. L'interrupteur K est fermé depuis un long intervalle de temps. Calculer i_1 et i_2 .
2. On ouvre K à $t = 0$. Établir, en fonction du temps, l'expression de l'intensité du courant qui circule dans la bobine.
3. En déduire l'expression de la tension $u(t)$ aux bornes du conducteur ohmique R .
4. Montrer que la tension u peut prendre durant un bref instant une valeur très supérieure à E .
5. Établir le bilan énergétique du régime transitoire.



2. Cylindre chargé – CCINP

On considère un cylindre, supposé de longueur infini et de rayon a . Il est uniformément chargé en surface avec une densité surfacique de charge σ . On considère un point M placé à une distance r de l'axe du cylindre.

1. Étudier les symétries et invariances du problème étudié.
2. Déterminer pour $r > a$ le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ le potentiel $V(M)$.
3. Faire de même pour $r < a$.

3. Adaptation d'impédance – Centrale

1. Un générateur continu, de force électromotrice E et de résistance interne r alimente un un conducteur ohmique de résistance R .
 - a) Déterminer la valeur de R pour que la puissance transférée soit maximale.
 - b) Déterminer l'expression de la puissance maximale transférée.
 - c) Tracer le graphe représentant la puissance transférée en fonction de R .
2. Dans cette question, le générateur possède une force électromotrice sinusoïdale $e(t) = E\sqrt{2}\sin(\omega t)$ et possède une impédance de la forme $\underline{z} = r + jx$. Il alimente une impédance $\underline{Z} = R + jX$. Pour quelle valeurs de \underline{Z} la puissance moyenne transférée est-elle maximale ? On donnera dans ce cas la relation entre \underline{Z} et \underline{z} .

Quelle est l'expression de la puissance maximale transférée ?

4. Bobinage torique

Soit un tore engendré par la rotation d'un carré de côté $2a$ autour de l'axe Oz . En coordonnées cylindriques, les points intérieurs au tore ont pour coordonnées (r, θ, z) telles que :

$$r \in [\ell - a, \ell + a]; \theta \in [0, 2\pi]; z \in [-a, a].$$

Ce tore est constitué d'une substance de perméabilité μ_0 . On enroule régulièrement N spires à la surface de ce tore ; le bobinage est parcouru par un courant d'intensité i .

1. Déterminer l'expression du champ magnétique en coordonnées cylindriques pour un point quelconque de l'espace.
2. Calculer le flux propre dans le bobinage.
3. En déduire le coefficient d'autoinduction L de la bobine ainsi constituée.
Application numérique : $2a = 1,8$ cm ; $\ell = 5$ cm ; $N = 500$.
4. On place sur l'axe Oz du tore un fil très long devant les dimensions du tore ; déterminer le coefficient d'inductance mutuelle entre le fil et le tore.

5. Étude d'un circuit RLC au voisinage de la résonance – CCINP

On considère un circuit RLC série alimenté par un générateur de tension sinusoïdale de pulsation ω , de force électromotrice $e(t)$, de résistance interne $r = 50 \Omega$ et d'amplitude E constante.

1. Déterminer l'expression de l'amplitude I de l'intensité du courant en fonction de ω . Tracer l'allure de $I(\omega)$. Déterminer la pulsation de résonance en intensité ω_0 .
2. Déterminer l'expression de l'impédance complexe \underline{Z} du circuit (RLC et générateur). Tracer $\underline{Z}(\omega)$ dans le plan complexe. Comment peut-on en déduire la résistance de la bobine ?
3. Au voisinage de la résonance, montrer que \underline{Z} est proportionnelle à $1 + 2jQ \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$. En déduire que le déphasage entre l'intensité et la tension est proportionnelle à $\omega - \omega_0$. En déduire une méthode de mesure de L puis de C .

6. Dipôle – CCINP

1. Déterminer le champ électrostatique puis le potentiel électrostatique créé par un fil infini uniformément chargé (λ densité linéique de charge).
2. En déduire le potentiel électrostatique créé à grande distance par deux fils infinis, verticaux, parallèles, distants de a , chargé uniformément avec des densités linéiques opposées.
3. Déterminer et représenter les lignes équipotentielles.

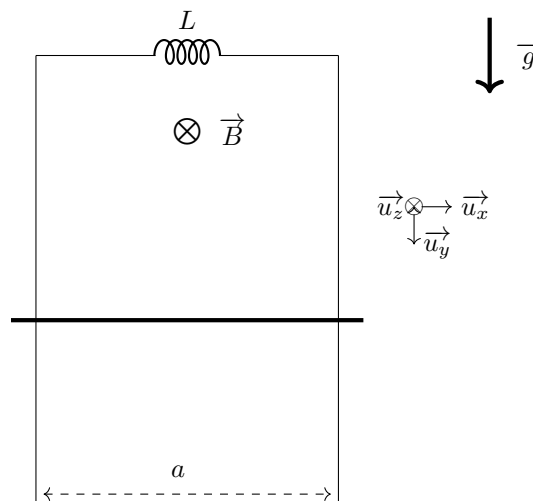
7. Distributions planes de charges – CCINP

1. Calculer le champ électrique dans tout l'espace créé par un plan infini de charge surfacique uniforme σ .
2. Déterminer l'expression du champ électrique créé dans une plaque infinie d'épaisseur $2a$ et de charge volumique $-\rho$ pour $x \in [-a; 0]$ et ρ pour $x \in [0; a]$.
3. Calculer également ce champ à l'extérieur de la plaque.

8. Chute d'une barre

Soit une barre conductrice de masse m de longueur a et de résistance R fermant un circuit avec une bobine d'inductance L . Il règne un champ de pesanteur \vec{g} selon \vec{u}_y (la verticale descendante) et un champ \vec{B} uniforme comme sur le schéma. On néglige l'inductance propre du circuit et on la lâche avec une vitesse nulle à l'instant initial.

1. Donner une équation reliant v vitesse de la barre, le courant dans le circuit i , et sa dérivée temporelle.
2. Écrire une équation différentielle mettant en jeu l'accélération de la barre.
3. En déduire une équation portant sur des puissances et l'interpréter.
4. Déterminer l'équation différentielle régissant i .
5. Mettre en évidence un courant particulier i_0 et interpréter l'équation obtenue pour R "grand" (signification?).



9. Oscillateur – MT

Pour des temps négatifs, $t < 0$, le condensateur est chargé et $u = E$.

À $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

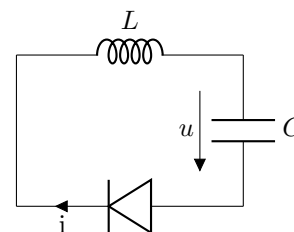
1. En absence de diode :

a. Déterminer $u(t)$ et $i(t)$. Représenter leurs graphes.

b. On pose $y(t) = \sqrt{\frac{L}{C}} i(t)$ et $x(t) = u(t)$. Tracer le diagramme $y = f(x)$.

2. Avec une diode idéale

Mêmes questions.



10. Fil conducteur creux

Un fil conducteur épais de rayon R et d'axe (Oz) est parcouru par un courant de densité $j\vec{u}_z$ uniforme.

1. Déterminer le champ \vec{B}_0 en tout point M de l'espace.
2. Exprimer \vec{B}_0 en fonction de \vec{u}_z et \vec{OM} pour $r < R$.
3. On suppose maintenant que le fil est creux et présente une cavité cylindrique parallèle à l'axe du cylindre mais décentrée par rapport à cet axe. Dans le reste du cylindre, la densité de courant est toujours égale à \vec{j} . Calculer le champ magnétique dans la cavité.

11. Champ créé – Centrale

Le demi-espace $z > 0$ infini est chargé avec la densité volumique de charge $\rho(z) = \rho_0 e^{-z/a}$.

1. Calculer le champ électrique en tout point de l'espace (E est nul en $z \rightarrow \infty$).
2. Que se passe-t-il si on ajoute à la distribution précédente un plan infini en Oxy portant la densité de charge σ ?

12. Courant sinusoïdal

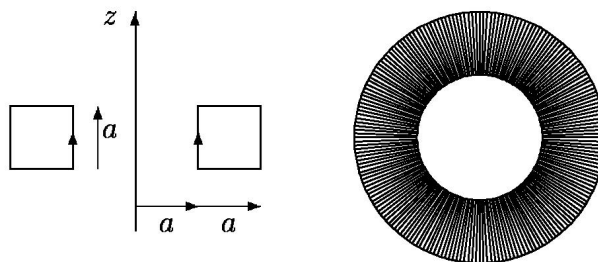
Un cylindre de rayon a et de très grande longueur selon Oz est parcouru par un courant d'intensité $I = I_0 \cos(\omega t - kz)$

avec $k = \frac{\omega}{c}$.

1. Effectuer une étude des symétries et invariances.
Dans la suite, on prendra $E_z(r, t) = 0$.
2. À partir de l'équation de Maxwell-Ampère sous forme intégrale, déterminer \vec{B} dans tout l'espace.
3. À partir de l'équation de Maxwell-Ampère locale, en déduire une équation aux dérivées partielles sur \vec{E} . Déterminer \vec{E} .

13. Pince ampèremétrique

Une pince ampèremétrique est constituée d'un tore de section carrée de côté $a = 5$ cm, d'axe Oz et de rayon moyen $3a/2$ sur lequel sont bobinés régulièrement un grand nombre $N = 10^4$ spires carrées de côté a en série. Ce circuit de résistance $R = 0,2 \Omega$ est fermé sur un ampèremètre de résistance $r = 0,3 \Omega$.



D'autre part un fil infini confondu avec l'axe Oz est parcouru par un courant d'intensité $I(t) = I_M \cos \omega t$, de fréquence $f = 50$ Hz. Soit $i(t) = i_M \cos(\omega t + \varphi)$ la valeur du courant dans la pince ampèremétrique en régime sinusoïdal forcé. Soit \vec{B} le champ magnétique total, créé par le fil et la pince.

1. Justifier que $\vec{B} = B_\theta(r, z)\vec{u}_\theta$ et déterminer $B_\theta(r, z)$ en un point M situé dans la section d'une spire carrée du tore.
2. En déduire le flux magnétique total Φ à travers les N spires, puis l'expression du rapport i_M/I_M .

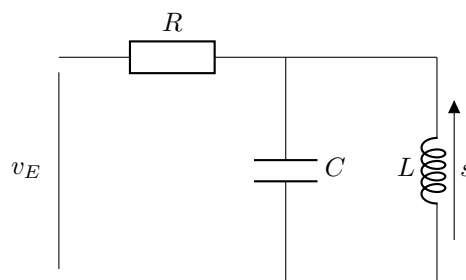
14. Filtrage–Mines–Ponts

1. Étudier le filtre schématisé ci-contre aux basses et hautes fréquences.
2. Étudier sa fonction de transfert harmonique et choisir les composants pour que la fréquence de résonance soit $f_0 = 1,0$ kHz avec une bande passante de 10 Hz.
3. On garde les valeurs trouvées précédemment.
 - (a) $v_E(t)$ est une fonction sinusoïdale d'amplitude $V_E = 2,0$ V.
Tracer le spectre en fréquences de $v_E(t)$ et de $v_S(t)$ lorsque la fréquence de $v_E(t)$ est :

$\alpha) f = 1,0$ kHz	$\beta) f = 100$ Hz	$\gamma) f = 3,0$ kHz
-----------------------	---------------------	-----------------------
 - (b) Même questions si $v_E(t)$ est une fonction « carrée » d'amplitude $V_E = 2,0$ V.

Donnée : décomposition en série de Fourier de la fonction « carrée » d'amplitude V_E et de période $T = \frac{2\pi}{\omega}$:

$$v_E(t) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{4V_E}{(2p+1)\pi} \sin(2p+1)\omega t$$



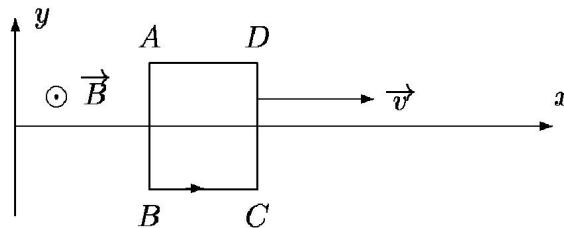
15. Fil conducteur creux

Un fil conducteur épais de rayon R et d'axe (Oz) est parcouru par un courant de densité $j\vec{u}_z$ uniforme.

- Déterminer le champ \vec{B}_0 en tout point M de l'espace.
- Exprimer \vec{B}_0 en fonction de \vec{u}_z et \vec{OM} pour $r < R$.
- On suppose maintenant que le fil est creux et présente une cavité cylindrique parallèle à l'axe du cylindre mais décentrée par rapport à cet axe. Dans le reste du cylindre, la densité de courant est toujours égale à \vec{j} . Calculer le champ magnétique dans la cavité.

16. Moteur linéaire – Mines

Un cadre filiforme $ABCD$ est un carré de côté a et de résistance R . Ce cadre est animé d'un mouvement rectiligne uniforme de vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$, où v est une constante positive. A l'instant $t = 0$, le côté AB a pour abscisse 0.



Le cadre est soumis au champ magnétique

$$\vec{B} = B_0 \cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda} - \omega_0 t\right) \vec{e}_z.$$

- Calculer l'intensité du courant induit.
- Calculer la somme $\vec{F}(t)$ des forces de Laplace s'exerçant sur le cadre à l'instant t ainsi que la valeur moyenne $\overline{F}(v) = \langle F(t) \rangle$. Déterminer les valeurs de v pour lesquelles le système fonctionne en moteur.
- Calculer la puissance moyenne \mathcal{P}_m du moteur ; comparer cette puissance à la puissance \mathcal{P}_J dissipée par effet Joule. Commenter le bilan énergétique du système.

17. Chauffage par induction – Centrale

On considère un solénoïde de longueur ℓ et de rayon a parcouru par un courant d'intensité $i(t) = I_0 e^{j\omega t}$ (avec $f = 100$ kHz), dans lequel on place un cylindre de cuivre de conductivité électrique $\gamma = 10^7$ SI. Le cuivre occupe tout l'espace intérieur du solénoïde. On néglige les effets de bords. On donne : $\vec{E}(r, t) = E(r) e^{j\omega t} \vec{u}_\theta$, $\vec{B}(r, t) = B(r) e^{j\omega t} \vec{u}_z$ et $\vec{j} = \gamma \vec{E}$.

- Établir les équations vérifiées par $B(r)$ et $E(r)$.
- Quelle simplification peut-on faire compte-tenu de la valeur de γ ?
- On donne l'équation différentielle vérifiée par \vec{E} ou \vec{B} :

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = D \vec{\Delta} \vec{E}$$

De quel type d'équation s'agit-il ? Que vaut la constante D ? Déterminer une longueur caractéristique δ par analyse dimensionnelle. Comparer δ à $a = 15$ cm.

- On schématise la situation par : $\vec{j} = \vec{0}$ pour $r < a - \delta$ et $\vec{j} = j(t) \vec{u}_\theta$ pour $a - \delta < r < a$.
 - Déterminer le champ dans les deux domaines du conducteur.
 - Montrer que l'ensemble solénoïde/conducteur est équivalent à un empilement de solénoïdes élémentaires.