Exercice majeur : supraconducteur /14 points

Les matériaux supraconducteurs de taille macroscopique ont les propriétés, en dessous d'une certaine température, d'une part de s'opposer à la pénétration d'un champ magnétique extérieur $\overrightarrow{B_{ext}}$, d'autre part de pouvoir être le siège de courants électriques, sans pour autant que cette circulation s'accompagne de dissipation d'énergie. On appelle effet Meissner l'expulsion des lignes de champ magnétique de l'intérieur du matériau supraconducteur.

Dans un supraconducteur, la loi d'Ohm locale est remplacée par l'équation phénoménologique locale de London dans le supraconducteur :

$$\overrightarrow{rot}(\vec{j}) = -\frac{\vec{B}}{\mu_0 \lambda^2}$$

On postule que dans ce matériau, il existe une densité volumique de courant $\vec{j}$.

On dispose un matériau supraconducteur dans l'espace des $x > 0$.
À l'extérieur du matériau règne un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B_0} = B_0 \overrightarrow{u_z}$.
Toute l'étude se fait dans le cadre des régimes stationnaires.

1. Rappeler les équations de Maxwell et les adapter au cas de l'exercice.
   De quelles variables dépend le champ magnétique $\overrightarrow{B}$.
   Quelle est la dimension de λ ?
2. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par $\overrightarrow{B}$? Calculer $\overrightarrow{B}$ en fonction de $\overrightarrow{B_0}$ pour $x = 0,1$ μm sachent que $\lambda = 8,1 \cdot 10^{-9}$ SI. Conclure.
3. Exprimer $\overrightarrow{j}$ en fonction des données de l'exercice.
4. Donner l'expression de la force de Laplace, puis remplacer $i\overrightarrow{d\ell}$ par $\overrightarrow{j}\,dV$ où dV est le volume entre x et $x + dx$, y et $y + dy$, z et $z + dz$.
5. En déduire la pression magnétique appliquée au supraconducteur.

Exercice mineur : verre d'eau /6 points

Un glaçon de volume $V_0 = 5$ cm^3 flotte dans un verre rempli d'eau à une hauteur de 7,0 cm. Quelle est la variation de cette hauteur lorsque le glaçon a complètement fondu ?

Données : masse volumique de l'eau : 1 000 kg/m^3 ; masse volumique de la glace : 940 kg/m^3

Exercice long / 14 points

Soit une pièce de température $T_i = 300$ K, séparée de l'extérieur, à la température $T_e = 270$ K, par une vitre de conductivité $\lambda = 1,2$ W.m^{-1}.K^{-1}, de surface S et d'épaisseur $e = 4$ mm. On se place en régime permanent.

1. Donner la loi de Fourier et établir l'équation de la chaleur.

2. Exprimer le flux thermique Φ_1 à travers la vitre et donner sa résistance thermique.

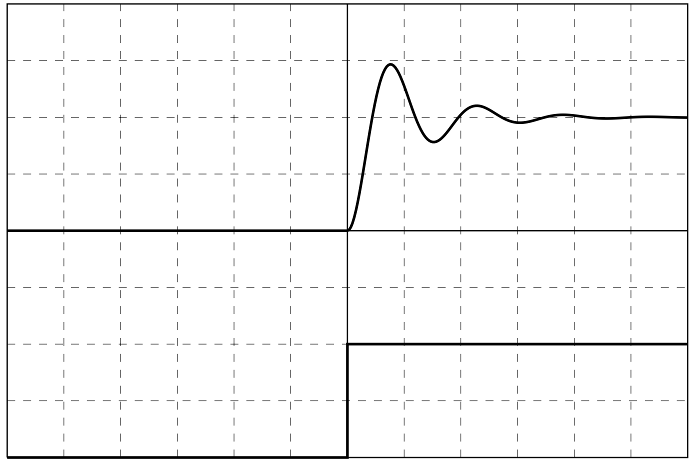
3. On place une deuxième vitre, de mêmes caractéristiques, à la suite de la première, tout en laissant une épaisseur e d'air de conductivité $\lambda_0 = 2,6.10^{-2}$ W.m^{-1}.K^{-1} entre les deux. Calculer le flux thermique total Φ_2. En déduire le rapport Φ_2/Φ_1 et faire l'application numérique.

4. Donner les valeurs de T_a et T_b, températures des faces intérieures des vitres dans le modèle précédent.

5. On revient au simple vitrage et on prend en compte les échanges par conduction-convection entre les vitres et l'air à l'aide de l'expression suivante du flux thermique $\Phi = hS(T_s - T_f)$, où h est une constante, T_s et T_f les températures respectives de la vitre et de l'air. Donner l'expression de la résistance thermique totale.

6. En tenant compte des échanges par conduction-convection, déterminer Φ'_1 (simple vitrage) et Φ'_2 (double vitrage) en fonction de $h_e, h_i, \lambda, \lambda_0, S, T_e$ et T_i. $h_e = 20$ W.m^{-2}.K^{-1} désigne le coefficient d'échange entre une vitre et l'air extérieur ou intérieur, et $h_i = 10$ W.m^{-2}.K^{-1} désigne le coefficient d'échange entre une vitre et la lame d'air entre les deux vitres. Calculer le rapport Φ'_2/Φ'_1.

Exercice court / 6 points

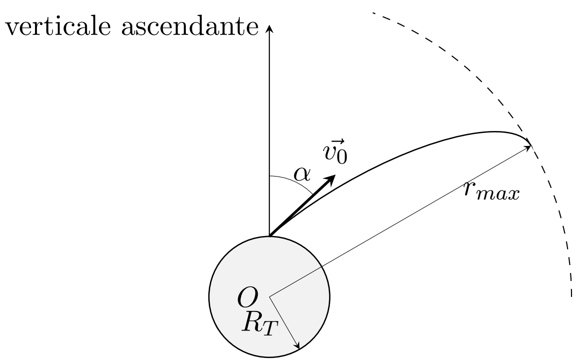


On soumet un quadripôle à un signal carré ; on obtient un signal de sortie représenté sur la partie supérieure de l'oscillogramme ci-dessus. Sur les deux voies, l'échelle est de 1 V/division en ordonnée ; et 1 division en abscisse correpond à 500 μs.

1. Proposer une équation différentielle compatible avec l'observation.

2. Proposer un schéma de circuit électrique compatible avec l'observation ; préciser les valeurs des caractéristiques des composants qui pourraient convenir.

Exercice long / 14 points



La mise en orbite du satellite se déroule en deux phases successives :

- phase 1 : la fusée décolle avec une vitesse initiale $v_0 = \sqrt{R_T g_0}$, faisant un angle α avec la verticale ascendante, faisant ainsi une ellipse.
- phase 2 : lorsque la distance maximale d'éloignement est atteinte, la vitesse est alors tangentielle à l'orbite et vaut v_1 ; on imprime alors au satellite une vitesse supplémentaire Δv pour qu'il atteigne la vitesse v_2 sur l'orbite circulaire désirée.

Le référentiel est le référentiel géocentrique supposé galiléen. On appelle g_0 l'accélération de la pesanteur au sol, M la masse de la Terre et R_T son rayon.

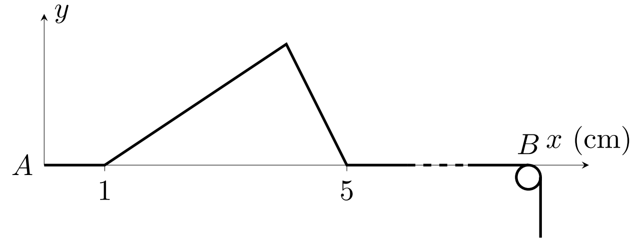
1. Justifier que $g_0 R_T^2 = GM$.
2. En utilisant l'énergie mécanique du système fusée-satellite, justifier que la trajectoire en phase 1 est bien une ellipse.
3. déterminer l'expression du moment cinétique initial et du moment cinétique en tout point de la trajectoire.
En déduire l'expression de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$.
4. Calculer la vitesse v_1 lorsque le satellite atteint l'altitude finale en fin de phase 1.
5. Calculer la vitesse v_2 sur l'orbite circulaire visée ; expliquer qualitativement comment on obtient le changement de vitesse $v_2 - v_1$.

Données : $\overrightarrow{\Delta V} = -\overrightarrow{\text{rot}}\,(\overrightarrow{\text{rot}}\,(\overrightarrow{V})) + \overrightarrow{\text{grad}}\,(\text{div}\,(\overrightarrow{V}))$

Exercice court / 6 points

Une corde sans raideur de masse linéique μ est tendue horizontalement entre un point A et un point B où son extrémité libre, à laquelle est supendue une masse m, passe par une poulie. On note $y_M(t)$ la hauteur, par rapport à l'horizontale, d'un point M de la corde.

On lui impose une perturbation pendant un temps t_0 ; pour $t < 0$ comme pour $t > t_0$, $y_A(t) = 0$. A $t_1 = 5$ s, la corde a l'allure représentée ci-dessous :

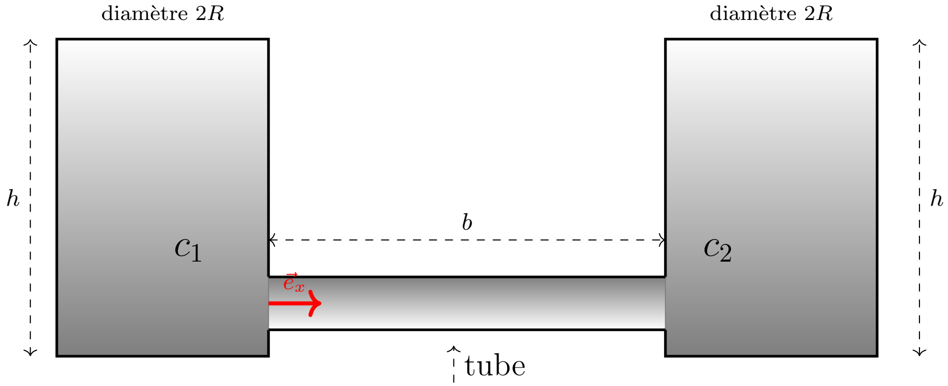


1. Déterminer c et t_0.

2. Representer $y_A(t)$.

3. Dessiner la corde à $t_2 = 30$ s.

Exercice majeur (14 pt)



On se place en régime stationnaire. On note S la section, du tube.

1. Établir l'équation de diffusion dans le tube.
   Montrer que $\vec{j}$, vecteur densité de courant de particules ne dépend pas de x en régime stationnaire.
2. Exprimer Φ le flux de particule dans le tube en fonction de $\Delta c = c_1 - c_2$.
3. Soit $R_{eff} = \dfrac{\Delta c}{\Phi}$, déterminer l'expression de R_{eff}. Faire une analogie formelle avec les résistances électriques et thermiques.

On suppose les concentrations dans les réservoirs comme quasi-stationaires.
À $t = 0$, $c_{1,0} = c(0,0) = c_0$ et $c_{2,0} = c(b,0) = 0$.

4. Par un bilan en quantité de matière pour le réservoir 1 puis pour le réservoir 2, trouver une équation différentielle en Δc.
5. Déterminer l'expression du temps caractéristique τ de la diffusion.

   On donne : $b = 0,5$ cm, $S = 1$ mm^2, $D = 10^{-3}$ m^2.s^{-1}, $h = 5$ cm.

   Calculer τ. Commenter l'approximation du régime quasi stationnaire.

Exercice mineur (6 pt)

Une voiture de masse $m = 1500$ kg roule à la vitesse $v = 80$ km.h^{-1}.

Comparer sa distance de freinage sur route sèche ou sur route mouillée.

On donne $f_{\text{sèche}} = 0,8$ et $f_{\text{mouillée}} = 0,3$.

Exercice long

On considère un matériau supraconducteur occupant l'espace $x > 0$. On étudie le phénomène de lévitation d'un aimant.

Dans un matériau supraconducteur, il existe une densité volumique de courant $\overrightarrow{j}$ liée au champ magnétique $\overrightarrow{B}$ par la relation $\overrightarrow{B} = -\mu_0\lambda^2 \overrightarrow{\text{rot}}\,(\overrightarrow{j})$ appelée équation de London), où λ est une constante positive, caractéristique du matériau.

1. Rappeler les équations de Maxwell.
2. Les simplifier dans le cas du problème (pour $x > 0$).
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par $\overrightarrow{B}$.
4. La résoudre et en déduire ce que représente λ.
5. Déterminer $\overrightarrow{j}$ commenter l'allure $\overrightarrow{B}$ et de $\overrightarrow{j}$.
6. Donner l'expression de la force de Laplace. On remplace le terme $I\overrightarrow{d\ell}$ par $\overrightarrow{j}\,d\tau$ pour définir la force de Laplace $d\overrightarrow{F_L}$ s'exerçant le volume élémentaire $d\tau$. Déterminer $d\overrightarrow{F_L}$.
7. En déduire la résultante des forces de Laplace s'exerçant sur le supraconducteur.

Exercice court

Un congélateur à la température T_i s'éteint dans la cuisine à la température T_c.
Déterminer la durée pour laquelle la température à l'intérieur du congélateur atteint la température $T_0 = 0^o$C.

On donne la puissance associée à l'échange thermique $\mathcal{P} = h(T_c - T)$ avec $h = 50$ W.K^{-1} et la capacité thermique du congélateur et des aliments $C = 85$ kJ.K^{-1}.

Exercice long

14 points

Le satellite Titan décrit autour de la planète Saturne (symétrie sphérique, centre S, rayon $R = 58232$ km, masse M) une orbite quasiment circulaire de rayon $a = 1,22 \cdot 10^{22}$ km.

1. À l'aide de la troisième de Kepler (préalablement établie), établir l'expression de la période T orbitale de Titan. Calculer T en jours.
2. En considérant que la masse de Saturne est répartie uniformément en volume, déterminer la masse volumique μ de Saturne.
3. En utilisant le théorème de Gauss (analogie avec l'électrostatique à établir), déterminer le champ gravitationnel en un point intérieur à Saturne.
4. En supposant que Saturne est en équilibre hydrostatique, et en considérant que la pression est nulle à la surface, déterminer le champ de pression à l'intérieur de Saturne.
5. Quelle est la puissance moyenne solaire reçue par Saturne ?

On rappelle la loi de Stefan : $P = \sigma T^4$ avec $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ S.I. et $T_{\text{Soleil}} = 5800$ K.

Exercice court

6 points

Il existe une pulsation ω_0 pour laquelle l'amplitude I_m de l'intensité i est indépendante de la valeur de R.

Déterminer l'expression de ω_0 en fonction de L et C.

BEOS 7729

Sédimentation 14 points

On dépose des macromolécules de masse volumique ρ et de masse molaire M dans un bécher contenant un liquide de masse volumique ρ_0. Elles sont soumises à une force de frottement fluide de la forme $-\alpha\overrightarrow{v}$ et à la pesanteur $\overrightarrow{P}$.

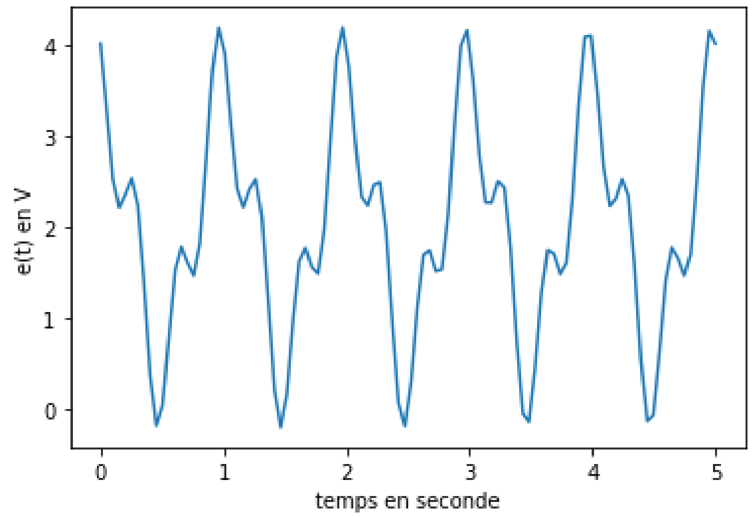
1. Quelle est la troisième force qui s'exerce sur les particules ? Donner son expression dans le cas où les vitesses sont très faibles.
2. Déterminer la vitesse limite v_ℓ et le temps caractéristique τ nécessaire pour atteindre v_ℓ.
3. En régime permanent, déterminer l'expression du vecteur densité de particules $\overrightarrow{j_E}$ en fonction de v_ℓ, $c(z)$ (concentration en macromolécules) et $\mathcal{N}_A$.
4. Pourquoi observe-t-on un mouvement ascendant des particules dans le bécher ? Exprimer $\overrightarrow{j_D}$ en fonction du coefficient de diffusion D, de $c(z)$ et $\mathcal{N}_A$. Quelle est l'unité de D ?
5. En déduire, en régime stationnaire, l'expression de $c(z)$ sachant que $c(z=0) = c(z=2cm)$.

Données : $\dfrac{\rho_0}{\rho} = 0,8$, $\mathcal{N}_A = 6,02.10^{23}$ mol^{-1}.

Filtrage 6 points

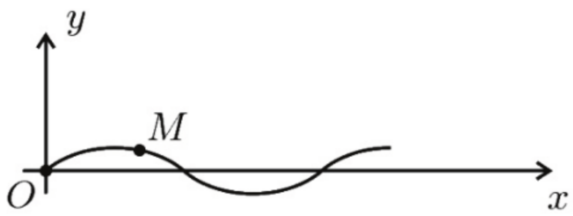
On considère un signal périodique $e(t)$ de fréquence fondamentale $f_0 =$ 100 Hz et de valeur moyenne 2 V. Il comporte deux composantes spectrale : pour $n = 1$, une amplitude de $1,5$ V et pour $n = 3$, une amplitude de $0,75$ V. Les autres harmoniques sont nulles.

1. Donner l'expression temporelle $e(t)$.
2. Tracer son spectre en amplitude.
3. Quelles valeurs peut-on donner au filtre passe-bas RC pour ne conserver que le continu ?



Corde de Melde

On considère une corde vibrante de masse linéique μ, de longueur L sans élasticité et sans torsion, se déformant faiblement au voisinage d'un axe Ox. On néglige les effets de la pesanteur.



Le déplacement $y(x,t)$ de la corde est un infiniment petit d'ordre un, ainsi que l'angle $\alpha(x,t) = \dfrac{\partial y}{\partial x}(x,t)$ que fait la corde au point d'abscisse x avec l'axe Ox.

1. Effectuer un bilan des forces s'exerçant sur une longueur dx entre x et $x + \mathrm{d}x$ de la corde.
2. Par application de la deuxième loi de Newton, en déduire que la tension de la corde est uniforme.
3. Établir l'équation de propagation de d'Alembert :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}.$$

   Donner l'expression de c.
4. La corde est tendue par le poids d'une masse m maintenue fixée sur la poulie en $x = 0$.
   Un dispositif impose le mouvement $y(L,t) = b\cos(\omega t)$ avec $b \ll L$. On cherche $y(x,t)$ de la forme $f(x)\times\cos(\omega t)$. On suppose que $\sin\left(\dfrac{\omega L}{c}\right) \neq 0$.
   Définir les nœuds et ventres de vibration.
5. Montrer que pour certaines valeurs de ω, il y a résonance et que les pulsations possibles se mettent sous la forme $\omega_n = n\omega_1$. Représenter les noeuds et les ventres de vibration pour $n = 1$ et $n = 2$.

Filtre et oscillogramme

On considère un filtre dont la fonction de transfert est la suivante :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} + jQ\dfrac{\omega}{\omega_0}}$$

1. Quelle est la nature du filtre ? Tracer son diagramme de Bode asymptotique en gain puis en phase.
2. À l'aide de l'oscillogramme ci-dessous, déterminer les valeurs de H_0, ω_0 et Q.
   En régime continu, le filtre donne une tension de sortie égale à la tension d'entrée.