



Devoir surveillé n°1

Samedi 21 septembre 2024

Première partie

La qualité de l'air dans l'habitat

La notion de confort dans l'habitat caractérise, pour un individu donné, son état de satisfaction avec les conditions d'environnement. Indépendamment des conditions propres à l'individu que sont son métabolisme, son activité, son habillement et sa santé, il est reconnu que quatre paramètres influencent le confort : l'environnement thermique, l'éclairage, la protection acoustique et, enfin, la qualité de l'air dont on propose l'étude dans ce sujet.

On étudiera ainsi dans la partie I un système de ventilation mécanique visant à renouveler l'air dans l'habitat. On réalisera dans la sous-partie I.A un bilan général d'énergie pour un fluide en écoulement stationnaire, avant d'analyser le principe d'une ventilation mécanique contrôlée à double flux en sous-partie I.B. Dans la partie II, on s'intéressera à l'humidité de l'air dans l'habitat avec quelques généralités sur l'air humide.

Données

- Masse molaire de l'air sec : $M_{as} = 29 \text{ g.mol}^{-1}$
- Masse molaire de l'eau : $M_e = 18 \text{ g.mol}^{-1}$
- Constante des gaz parfaits : $R = 8,3 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
- Rapport entre les capacités thermiques à pression et volume constants d'un gaz parfait diatomique pour les températures considérées : $\gamma = 1,4$
- Pression atmosphérique : $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
- Masse volumique de l'eau liquide pour les températures considérées : $\rho_e = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$
- $\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$

I Le renouvellement de l'air dans l'habitat

La ventilation des principales pièces de l'habitat est indispensable pour assurer un niveau minimal de salubrité de l'air, par exemple par un simple apport d'air neuf de l'extérieur grâce à l'aération naturelle par les ouvrants de ces pièces (portes, fenêtres). Cette solution n'est toutefois pas sans inconvénients sur le confort thermique des occupants et l'efficacité énergétique de l'habitat, l'air extérieur étant plus froid que l'air intérieur en hiver et plus chaud en été. L'utilisation d'une ventilation mécanique contrôlée à double flux est aujourd'hui la solution la plus commune retenue pour éviter ces inconvénients.

A. Bilan énergétique pour un fluide en écoulement stationnaire

On considère l'écoulement parfait et stationnaire d'un fluide à travers un système ouvert (\mathcal{S}), définissant un volume de contrôle indéformable et fixe dans le référentiel d'étude \mathcal{R} et présentant une entrée et une sortie (figure 1).

On définit comme système d'étude le système fermé, noté (\mathcal{S}^*), constitué du fluide contenu à l'instant t dans le

volume de contrôle et du fluide de masse δm_1 qui y rentre entre les instants t et $t + dt$, situé entre les sections droites (Σ'_1) et (Σ_1) , et définissant un sous-système (\mathcal{S}_1) . À l'instant $t + dt$, il est constitué du fluide contenu dans le volume de contrôle et du fluide de masse δm_2 qui en sort entre les instants t et $t + dt$, situé entre les sections droite (Σ_2) et (Σ'_2) , et définissant un sous-système (\mathcal{S}_2) .

On note T_i , p_i , ρ_i , $e_{c,i}$, $e_{p,i}$, u_i et h_i respectivement la température, la pression, la masse volumique, l'énergie cinétique massique, l'énergie potentielle de pesanteur massique, l'énergie interne massique et l'enthalpie massique du fluide contenu dans chaque sous-système (\mathcal{S}_i) où $i = 1, 2$.

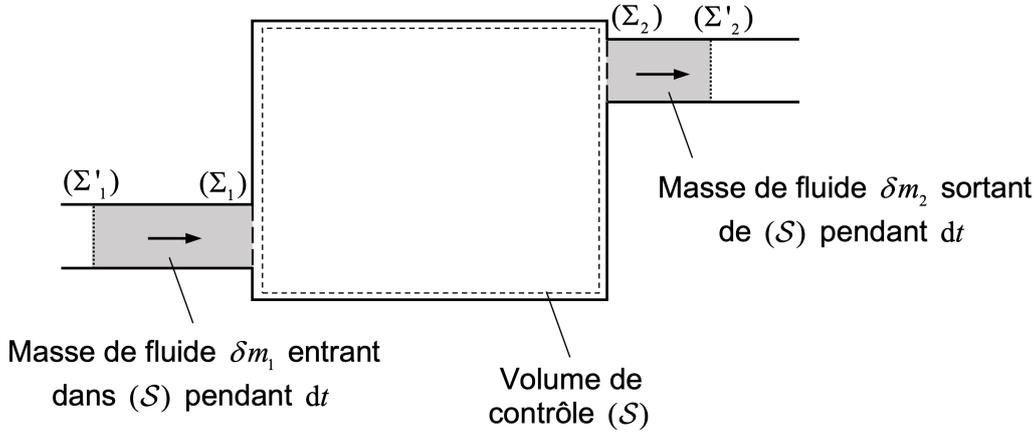


Figure 1 - Fluide en écoulement stationnaire : système fermé étudié

1. En traduisant la conservation de la masse du fluide contenu dans le système (\mathcal{S}^*) , justifier que le débit massique du fluide en entrée est égal à celui en sortie : $\frac{\delta m_1}{dt} = \frac{\delta m_2}{dt} = D_m$.
2. Montrer que le travail massique des forces pressantes reçu par le fluide contenu dans le système (\mathcal{S}^*) pendant la durée dt s'écrit : $w_p = \frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2}$.
3. Montrer que la variation d'énergie interne du fluide contenu dans le système (\mathcal{S}^*) pendant la durée dt s'écrit : $dU = D_m(u_2 - u_1)dt$.
Donner, sans calculs supplémentaires, les expressions des variations d'énergie cinétique macroscopique dE_c et d'énergie potentielle de pesanteur dE_p du fluide.
4. À partir d'un bilan énergétique pour le fluide contenu dans le système (\mathcal{S}^*) pendant la durée dt , établir l'expression du premier principe pour un écoulement stationnaire :

$$D_m[(h_2 + e_{c,2} + e_{p,2}) - (h_1 + e_{c,1} + e_{p,1})] = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_{th}$$

où \mathcal{P}_u et \mathcal{P}_{th} sont respectivement la puissance mécanique des forces extérieures non conservatives autre que celle des forces pressantes (puissance dite utile) et le flux thermique reçus par le fluide contenu dans le volume de contrôle.

B. Étude d'une ventilation mécanique contrôlée à double flux

On modélise une habitation par une pièce unique, de température intérieure supposée uniforme $T_{int} = 20,0 \text{ °C}$ et maintenue constante grâce à un chauffage. L'air à l'extérieur de l'habitation est à la température constante $T_{ext} = 0,0 \text{ °C}$.

En l'absence de toute ventilation, le flux thermique lié aux pertes à travers l'ensemble des parois (fenêtres, toit, murs) séparant l'habitation de l'extérieur est $\mathcal{P}_{th,p} = 5,0 \text{ kW}$ en régime stationnaire.

L'habitation est désormais munie d'une ventilation mécanique contrôlée (VMC) à double flux. Elle se distingue d'une VMC simple flux qui insuffle dans l'habitation de l'air froid neuf à la température T_{ext} et extrait de l'air chaud vicié (c'est-à-dire ayant "servi") à la température T_{int} . Une VMC double flux comporte en effet un échangeur thermique tel que l'air chaud vicié sortant préchauffe l'air froid neuf entrant (**figure 2**).

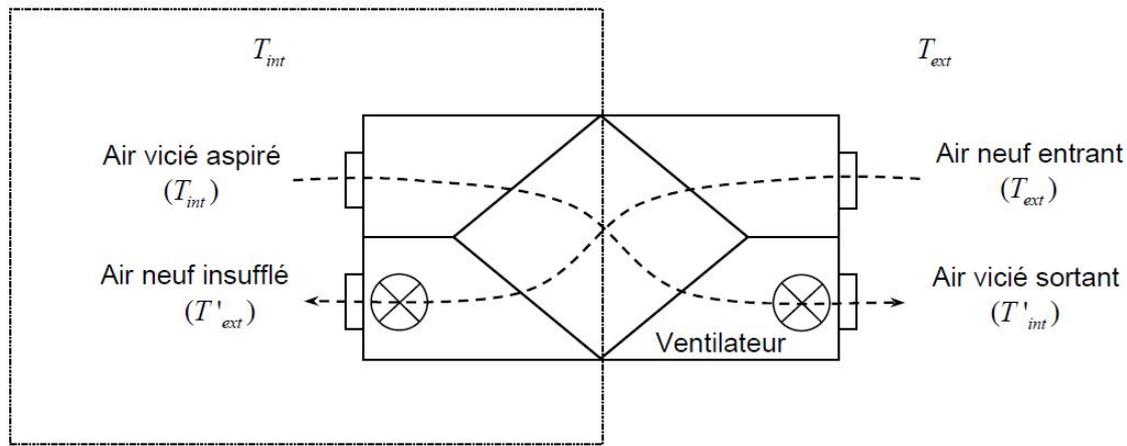


Figure 2 - Schéma de principe d'une VMC double flux

En régime stationnaire, l'air neuf entrant dans le système à la température $T_{ext} = 0,0 \text{ °C}$ traverse l'échangeur avec un débit massique $D_m = 150 \text{ kg}\cdot\text{h}^{-1}$ avant d'être insufflé dans l'habitation à la température $T'_{ext} = 15,0 \text{ °C}$. Quant à l'air vicié aspiré dans l'habitation à la température $T_{int} = 20,0 \text{ °C}$, il sort du système à la température T'_{int} après traversée de l'échangeur avec le même débit D_m . Au sein de l'échangeur parfaitement isolé du reste du système, l'air neuf circule dans une conduite plane en contact avec une autre conduite plane dans laquelle circule l'air vicié de façon à assurer les échanges thermiques (figure 3). On néglige toute variation de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur de l'air circulant dans chacune des deux conduites.

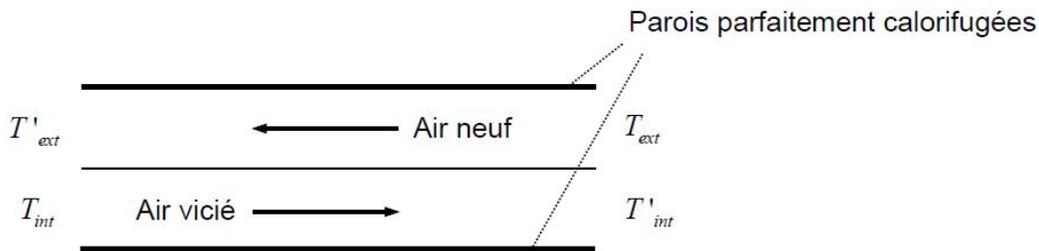


Figure 3 - Échangeur thermique

- On assimile l'air supposé sec, donc sans vapeur d'eau, à un gaz parfait. Dans ces conditions, les capacités thermiques à pression et volume constants d'une quantité de matière n d'air, notées respectivement C_P et C_V , sont reliées par la relation de Mayer : $C_P - C_V = nR$. Établir l'expression de la capacité thermique massique à pression constante c_P de l'air en fonction notamment du rapport γ entre les capacités thermiques à pression et volume constants. Calculer c_P .
- Montrer à l'aide de l'expression établie à la Q4 et en précisant les systèmes ouverts choisis que $T_{int} - T'_{int} = T'_{ext} - T_{ext}$. Calculer T'_{int} .
- Donner l'expression littérale du flux thermique $\mathcal{P}_{th,a}$ reçu par l'air insufflé à la température T'_{ext} pour le réchauffer à la température T_{int} de la pièce. Calculer $\mathcal{P}_{th,a}$.
- Déduire des résultats précédents la puissance \mathcal{P}_c fournie par le chauffage pour maintenir une température intérieure T_{int} constante. Calculer \mathcal{P}_c .
- Dans le cas d'une VMC simple flux, calculer le flux thermique $\mathcal{P}'_{th,a}$ reçu par l'air insufflé pour le réchauffer à la température de la pièce, puis la puissance \mathcal{P}'_c fournie par le chauffage pour maintenir cette température constante. En déduire le pourcentage d'énergie économisée en passant d'une VMC simple flux à une VMC double flux : $\frac{\mathcal{P}'_c - \mathcal{P}_c}{\mathcal{P}'_c}$

Quel serait le pourcentage d'énergie économisée si l'échange thermique entre l'air neuf et l'air vicié était parfait, c'est-à-dire si l'air vicié sortait de l'échangeur à la température T_{ext} ?

II L'humidité de l'air dans l'habitat

L'humidité de l'air d'une pièce doit être contrôlée. Trop grande, elle peut en effet favoriser le développement de moisissures, bactéries, acariens, mais aussi provoquer la dégradation de certains matériaux.

A. L'air humide

L'air sec ne contient pas de vapeur d'eau. C'est un mélange de gaz, de proportions connues et invariables, principalement du diazote et du dioxygène. Un mélange d'air sec, de masse molaire M_{as} et de pression partielle p_{as} , et de vapeur d'eau, de masse molaire M_e et de pression partielle p_e , est qualifié d'air humide. Ce mélange sera considéré par la suite comme un mélange idéal de gaz parfaits.

L'air humide est caractérisé à la température T par son degré hygrométrique φ ou humidité relative : $\varphi = \frac{p_e}{p_{e,sat}(T)}$ où $p_{e,sat}(T)$ est la pression de vapeur saturante (pression d'équilibre liquide-vapeur) de l'eau pure à la température considérée.

- Représenter l'allure du diagramme des phases pression-température du corps pur "eau". Y indiquer le domaine de chaque phase en présence. Définir avec précision les deux points caractéristiques qui y figurent.

L'air d'une cuisine hermétiquement close, de volume $V = 50 \text{ m}^3$, est à la pression atmosphérique p_0 et à la température $T = 293 \text{ K}$. À cette température, la pression de vapeur saturante de l'eau est égale à $2,3 \cdot 10^3 \text{ Pa}$. Le degré hygrométrique de l'air dans cette pièce est de 55%.

- Rappeler la relation entre p_0 et les pressions partielles p_e et p_{as} . Calculer les masses m_a de vapeur d'eau et m_{as} d'air sec dans la pièce. En déduire la valeur de l'humidité spécifique ϕ de l'air de la pièce, exprimée en kg d'eau par kg d'air sec et définie par : $\phi = \frac{m_e}{m_{as}}$.
- On porte à ébullition un récipient rempli d'eau. Calculer le volume V_e d'eau à évaporer pour saturer en humidité l'air de la cuisine, c'est-à-dire atteindre un degré hygrométrique de 100%. On négligera l'augmentation de la température de l'air de la cuisine.

Hors barème

On considère maintenant que la cuisine de volume V est dotée d'un système de renouvellement d'air. L'air est supposé homogène dans la pièce, avec à l'instant t une concentration massique en vapeur d'eau $C(t)$ uniforme (exprimée en kg d'eau par m^3 d'air). De l'air extérieur neuf, de concentration massique en vapeur d'eau C_{ext} constante, entre dans la cuisine avec un débit volumique D_v , tandis que de l'air vicié de concentration massique $C(t)$ sort de la cuisine avec le même débit. Les personnes présentes dans la cuisine et leurs activités sont une source de vapeur d'eau. On note S le taux de création de vapeur d'eau dans la pièce, c'est-à-dire la masse de vapeur d'eau créée par unité de temps.

- Établir une équation différentielle vérifiée par $C(t)$ à partir d'un bilan de masse entre les instants t et $t + dt$ pour la vapeur d'eau dans l'air de la cuisine.

En déduire que le débit volumique minimal nécessaire pour maintenir une concentration en vapeur d'eau sous une valeur limite C_{lim} s'écrit en régime stationnaire $D_{v,m} = \frac{S}{C_{lim} - C_{ext}}$.

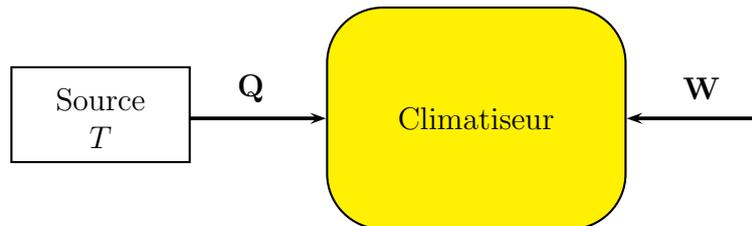
- L'air extérieur, de température égale à $5 \text{ }^\circ\text{C}$, a un degré hygrométrique de 100%, soit une concentration massique en vapeur d'eau $C_{ext} = 7,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Le taux de création de vapeur d'eau dans la cuisine est $S = 0,30 \text{ kg}\cdot\text{h}^{-1}$. Pour l'air dans la cuisine, de température égale à $20 \text{ }^\circ\text{C}$, on souhaite ne pas dépasser un degré hygrométrique de 60%, soit une concentration massique en vapeur d'eau $C_{lim} = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Calculer le débit volumique minimal nécessaire $D_{v,m}$. Commenter le choix d'un débit massique de renouvellement d'air $D_m = 150 \text{ kg}\cdot\text{h}^{-1}$ comme celui de la VMC double flux étudiée dans la **partie I**.

Deuxième partie

Étude d'un climatiseur

I Transferts thermiques

On envisage la construction d'un climatiseur monotherme, c'est-à-dire une machine thermique cyclique capable de recevoir ou de fournir un travail, et d'absorber de l'énergie thermique d'une source de chaleur, thermostat à la température T .

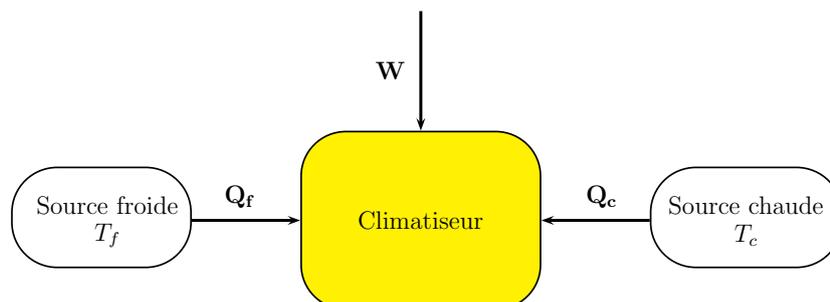


W et Q correspondent aux grandeurs algébriquement reçues sur un cycle

1. Exprimer la variation d'énergie interne et d'entropie pour cette machine, en fonction de W , Q , T et de l'entropie créée S_{cre} sur un cycle. Simplifier les expressions étant donné que le fonctionnement est cyclique.
2. Déterminer les signes du travail W et du transfert thermique Q .
3. Conclure sur la possibilité de concevoir un tel climatiseur monotherme.

II Efficacité d'un cycle réversible

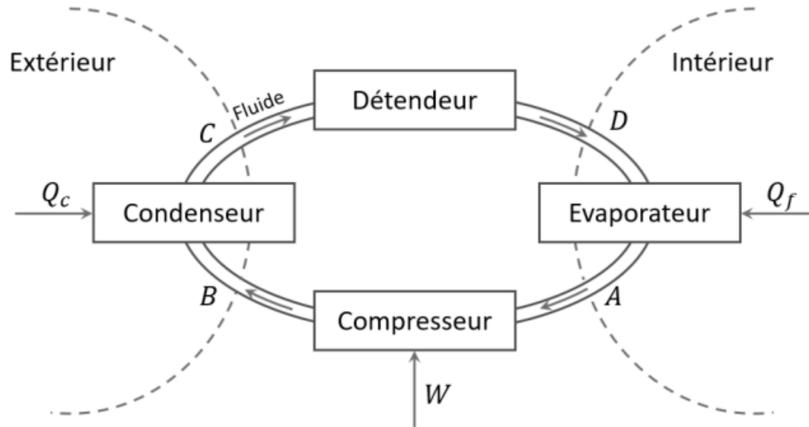
On s'intéresse désormais à un climatiseur ditherme, c'est-à-dire à une machine thermique cyclique capable de recevoir ou de fournir un travail, et d'échanger de l'énergie thermique avec deux thermostats aux températures T_f (pour la source « froide ») et T_c (pour la source « chaude »).



4. Écrire deux relations entre le travail W , les transferts thermiques Q_f et Q_c , et les températures T_f et T_c .
5. Préciser le signe du transfert thermique Q_f (considérer que la machine est un climatiseur).
6. En déduire le signe du travail W .
7. Définir l'efficacité du climatiseur ditherme, et déterminer son expression en fonction des températures T_c et T_f dans l'hypothèse d'un fonctionnement réversible.
8. La pièce à climatiser doit conserver une température constante. Commenter l'évolution de l'efficacité dans l'hypothèse d'un fonctionnement réversible, en fonction de la température extérieure.

III Machine réelle

Le cycle $ABCD$ d'un climatiseur réel peut être représenté par un schéma :



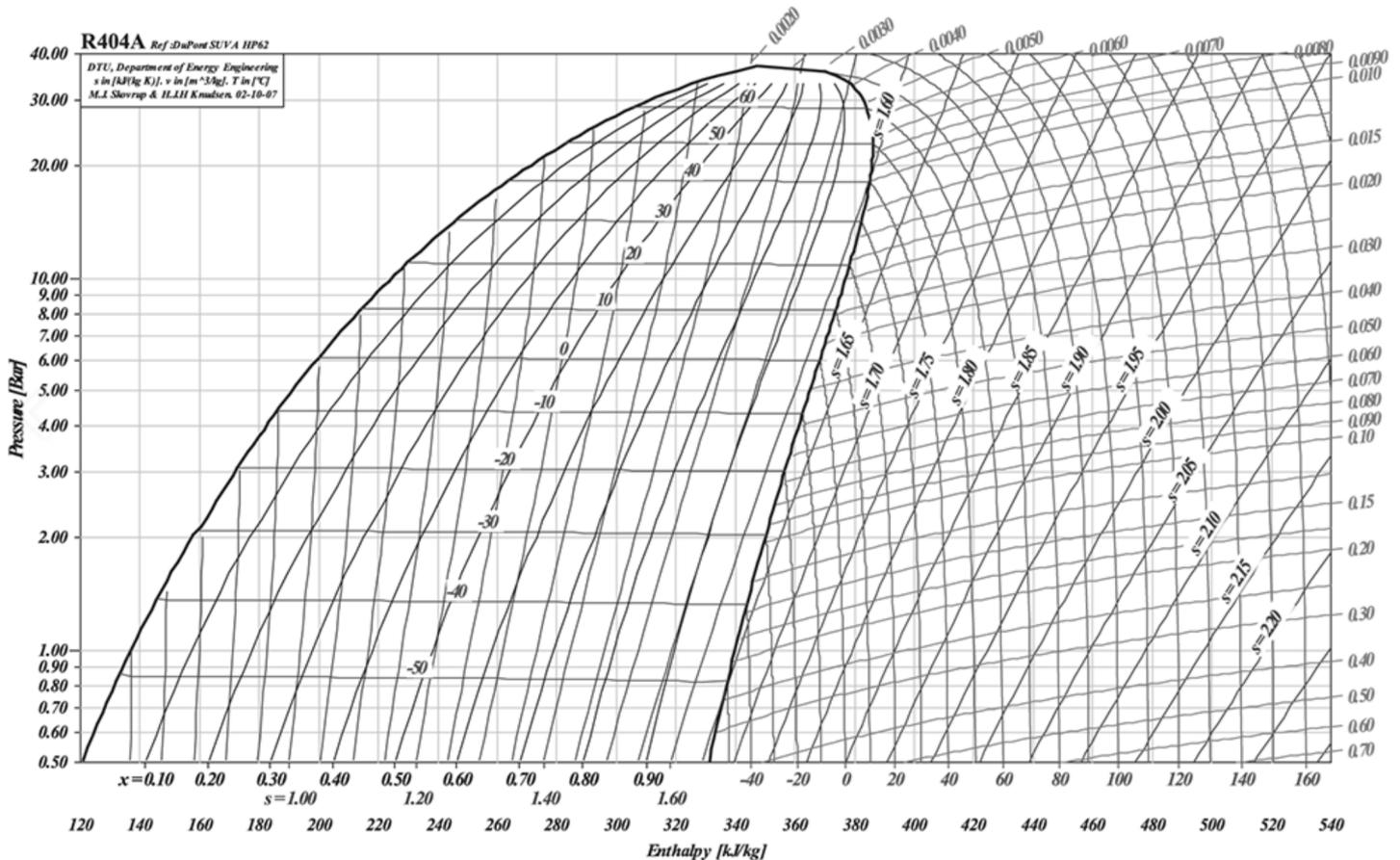
Sur le diagramme enthalpique du fluide R404A, sont représentés :

- la courbe de saturation de l'équilibre liquide-vapeur (en trait fort) ;
- les isothermes pour des températures comprises entre -50°C et 160°C ;
- les isentropiques pour des entropies massiques comprises entre $1,00 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$ et $2,20 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$;
- les isotitres en vapeur sous la courbe de saturation pour des titres massiques en vapeur x variant de 0 à 1.

Dans le domaine du liquide seul, les isothermes sont verticales.

P est exprimé en bar et h en $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$.

Il est conseillé de placer les points particuliers sur le diagramme ci-dessous pour déterminer les valeurs demandées, mais le diagramme n'est pas à rendre avec la copie.



On étudie l'évolution du fluide au cours d'un cycle en régime permanent.

9. À la sortie de l'évaporateur, le fluide est à l'état de vapeur sèche à la température $T_1 = 10^\circ\text{C}$ et à la pression $P_1 = 4,0$ bar. Repérer le point A sur le diagramme. Relever la valeur de l'enthalpie massique h_A du fluide.
10. Le compresseur comprime cette vapeur de façon adiabatique et réversible jusqu'à la pression $P_B = 20,0$ bar. Repérer le point B sur le diagramme. Relever la valeur de la température T_B et celle de l'enthalpie massique h_B en sortie du compresseur.
11. Déterminer la valeur du travail mécanique massique utile w_u reçu par le fluide lors de son passage dans le compresseur.
12. Le fluide entre ensuite dans le condenseur dans lequel il est refroidi et liquéfié (liquide saturant) de manière isobare jusqu'à la température $T_C = 43^\circ\text{C}$. Repérer le point C sur le diagramme. Relever la valeur de l'enthalpie massique h_C en sortie du condenseur.
13. À partir de l'état C , le fluide est détendu de manière adiabatique, jusqu'à la pression de l'évaporateur P_1 . Le détendeur ne comprend aucune pièce mobile. Montrer que la transformation dans le détendeur est isenthalpique.
14. Repérer le point D sur le diagramme. Relever la valeur de la température T_D et le titre massique en vapeur x_D en sortie du détendeur.
15. En déduire le transfert thermique massique q_f échangé par le fluide lors de son passage à travers l'évaporateur (transformation isobare), entre D et A . Commenter son signe.
16. Calculer la valeur de l'efficacité e du climatiseur.
17. Comparer cette valeur à celle d'un climatiseur réversible fonctionnant entre la température de l'évaporateur et la température de liquéfaction du fluide sous la pression P_2 . Commenter le résultat obtenu.

Troisième partie

Cycle de Hirn

I Préliminaire

On considère un fluide en écoulement stationnaire, sans variation notable de son énergie mécanique, dans une machine. Il y entre dans l'état E (pression p_e , température T_e , enthalpie massique h_e) et en sort dans l'état S (pression p_s , température T_s , enthalpie massique h_s). On note w_u le travail utile massique et q le transfert thermique massique reçu algébriquement par le fluide lors de la traversée de la machine.

1. Rappeler la relation vérifiée dans ce cas par $h_s - h_e$, w_u et q .

II Étude du cycle

On considère le circuit, décrit par la figure 1 :

- la pompe d'alimentation porte l'eau liquide juste saturée (état 0) de la basse pression $p_3 = 0,040$ bar du condenseur à la pression $p_2 = 85,8$ bar du générateur de vapeur (GV) de façon isentropique (état 1) ;
- l'eau liquide entre ensuite dans le générateur de vapeur, où elle est chauffée de façon isobare jusqu'à la température T_2 du changement d'état (état 1' – liquide juste saturant), puis est totalement vaporisée jusqu'à l'état 2 (vapeur saturante sèche). Le surchauffeur (2 – 2') fonctionne de façon isobare ;
- la vapeur sèche produite (état 2') subit ensuite une détente isentropique dans une turbine calorifugée amenant le système dans l'état 3, à la température T_0 ;
- le mélange diphasé (état 3) pénètre ensuite dans le condenseur pour y être totalement condensé (état 0).

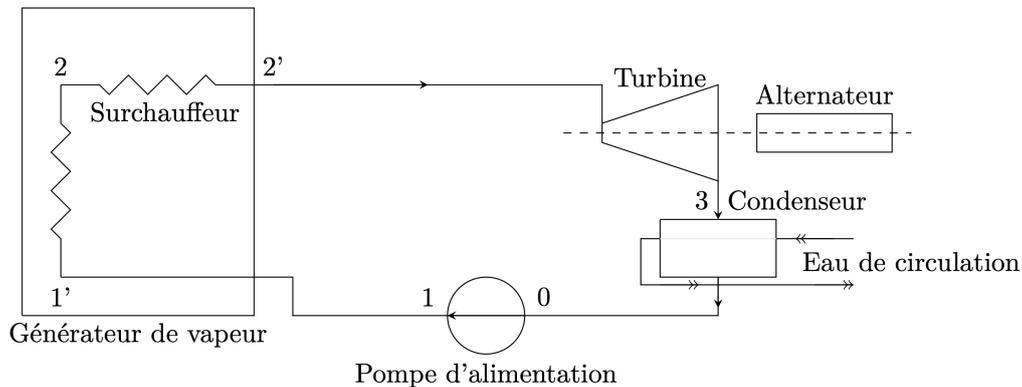


Figure 1 Cycle de Hirn.

On se place en régime stationnaire. On suppose l'eau liquide incompressible et on néglige le travail consommé par la pompe devant les autres termes énergétiques de l'installation.

Dans la suite, les grandeurs thermodynamiques indicées par i sont relatives à l'état i .

On donne $T_0 \simeq T_1 = 29^\circ\text{C}$, $T_2 = 300^\circ\text{C}$ et $T_2' = 500^\circ\text{C}$, ainsi qu'un extrait de tables thermodynamiques pour l'eau sur le tableau 1. Les données suivantes sont également fournies :

- chaleur latente massique de vaporisation de l'eau à T_2 : $L_v(T_2) = 1404 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$;
- enthalpie et entropie massiques respectives de la vapeur d'eau sèche à 500°C et $85,8$ bar : $h = 3391 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ et $s = 6,68 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Pression de vapeur saturante (bar)	Température (°C)	Liquide juste saturé		Vapeur saturante	
		s	h	s	h
85,8	300	3,25	1345	5,70	
0,040	29	0,42	121	8,47	2554

Tableau 1 Quelques données thermodynamiques pour l'eau. L'enthalpie massique h est exprimée en $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ et l'entropie massique en $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

- Expliquer pourquoi $T_0 \simeq T_1$ et $h_0 \simeq h_1$. Préciser l'allure d'une transformation isentropique dans le domaine liquide du diagramme des frigoristes (p, h).
- Donner le nom des différentes courbes du diagramme des frigoristes (p, h) du document réponse 1 et y représenter précisément le cycle décrit par le fluide.
- Calculer, à partir de données du tableau 1 pour plus de précision, le titre massique en vapeur ainsi que l'enthalpie massique de la vapeur à la sortie de la turbine. Positionner le point représentatif de cet état sur le diagramme des frigoristes du document réponse 1.
- Définir et calculer l'efficacité η de ce cycle.
- Établir l'expression de l'efficacité de Carnot η_C d'une machine cyclique ditherme fonctionnant en moteur entre une source chaude à la température T_C et une source froide à la température T_F . La calculer en prenant respectivement pour T_F et T_C les températures minimale et maximale du fluide dans le circuit. Commenter en justifiant l'écart éventuel avec la valeur de l'efficacité obtenue à la question précédente.

III Cycle à double surchauffe

Les gouttes d'eau liquide peuvent endommager la turbine. Aussi, est-il avantageux d'utiliser une turbine à deux corps permettant d'obtenir un titre massique en vapeur en sortie de turbine proche de 1 grâce à une double surchauffe. Le cycle de Hirn précédent est modifié :

- de l'eau (état 1) est admise dans le générateur de vapeur (GV) d'où elle sort à l'état de vapeur saturante sèche (état 2) ;
- elle passe ensuite dans le premier surchauffeur isobare (2 – 2'), pour être détendue dans la turbine haute pression (HP) (2' – 4) ;
- la vapeur sèche (état 4) est envoyée dans un second surchauffeur isobare (4 – 4') pour être ensuite détendue dans l'étage de turbine basse pression (BP) (4' – 5). Le titre massique en vapeur dans l'état 5 est sensiblement égal à 1 ;
- le fluide dans l'état 5 se condense totalement à la température T_0 dans le condenseur isobare (5 – 0) ;
- le liquide juste saturé (état 0) est ensuite comprimé de façon isentropique à la pression p_2 du générateur de vapeur (état 1).

Les détenteurs dans les turbines, calorifugées, sont supposées isentropiques. On se place encore une fois en régime stationnaire et on a toujours $T_0 \simeq T_1 = 29^\circ\text{C}$, $T_2 = 300^\circ\text{C}$ et $T_2' = 500^\circ\text{C}$. De plus, $T_4 = 300^\circ\text{C}$ et $T_4' = 500^\circ\text{C}$.

- Représenter précisément le cycle décrit par le fluide dans le diagramme des frigoristes du document réponse 1. Définir et calculer l'efficacité de ce cycle.

Donnée : Pour un liquide de capacité thermique C évoluant d'un état d'équilibre 1 vers un état d'équilibre 2 :

$$\Delta S = C \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$